

UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO
CAMPUS GUANAJUATO
DIVISIÓN DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS



¿ES λ CEP UNA ESTRELLA PULSANTE?
ANÁLISIS TEMPORAL DE SERIES ESPECTRALES

Tesis presentada al

DEPARTAMENTO DE ASTRONOMÍA

como requisito para la obtención del grado de
MAESTRO EN CIENCIAS (ASTROFÍSICA)

por

JORGE MAXIMILIANO UUH SONDA

asesorado por

DR. PHILIPPE EENENS

Guanajuato, Gto. - Febrero 2015

A Rebeca, Jorge, Amy, Alberto, Juan Pablo,
Aurea♥, Cruzy, Gilda y Ema.

*"For small creatures such as we the vastness
is bearable only through love."*

— Carl Sagan

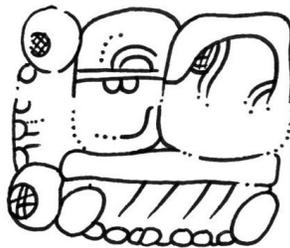
AGRADECIMIENTOS

Institucionales:

Este trabajo fue realizado en el marco de una colaboración entre México y Bélgica, por lo que extiendo un agradecimiento al CONACYT y a su similar Belga el FNRS (Fonds de la Recherche Scientifique). Así mismo a las instituciones educativas involucradas en dicha colaboración, al Instituto de Astrofísica y Geofísica de la Universidad de Liège (IAG-ULg) en Bélgica y al Departamento de Astronomía de la División de Ciencias Naturales y Exactas de la Universidad de Guanajuato (DA-DCNE-UG).

Los datos aquí empleados fueron obtenidos en los Observatorios de Haute Provence (OHP) en Francia y en el de San Pedro Mártir (OAN-SMP) en Baja California México. Agradezco a dichos observatorios y al personal que en ellos laboran por las facilidades otorgadas y el apoyo brindado.

Finalmente agradezco a la Universidad de Guanajuato, a sus Autoridades y Administrativos, al Departamento de Astronomía, a su Director, Personal, Investigadores y Profesores, así como al Posgrado en Ciencias (Astrofísica) y a su Coordinador por brindarme su apoyo, preparación profesional, ética y valores que como investigador tendré presente.



Chan/Kab'- Cielo/Tierra

Personales:

A mi Director de Tesis, Dr. Philippe Eenens, quien me ha asesorado y apoyado a lo largo de esta etapa además de aconsejarme y preocuparse por mi de forma personal. Al Dr. Gregor Rauw por el apoyo brindado durante la elaboración de esta tesis y durante la estancia en el IAG-ULg, así mismo a todo el personal académico y estudiantil de dicho Instituto.

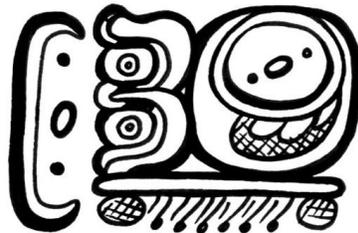
A mis sinodales, Dres. Martín Avalos, Dennis Jack, Erick Nagel y Juan Pablo Torres, por su tiempo y comentarios dedicados a este trabajo.

Al Dr. Juan Pablo Torres Papaqui, quien con su acertada coordinación y calidez humana ha dado un nuevo rostro al Posgrado en Ciencias (Astrofísica). A mis compañeros y amigos del Departamento de Astronomía por hacer del Posgrado un mejor lugar. A todo el personal, Profesores e Investigadores que contribuyeron a mi formación académica.

A mi padre Jorge; a mi madre Rebeca; a mis hermanos Amy, Alberto y Juan; a mi novia Aurea; al resto de mi familia; y a todos mis amigos, quienes me tuvieron paciencia, me dieron ánimos y me apoyaron incondicionalmente, en la distancia, desde Mérida y otros lugares.

Finalmente a Lauren, Oscar y Fernando, los ¡Fantásticos! amigos y familia que encontré en Guanajuato, quienes siempre me animaron, aconsejaron y ayudaron de forma incondicional.

A todos ellos, ¡Muchas Gracias!



Ek'/Uh - Estrella/Luna

RESUMEN

Se ha propuesto que la variabilidad observada en los perfiles de líneas de absorción de la estrella O6 Ief λ Cep es regular, periódica y debido a Pulsaciones No Radiales (NRP). Para abordar la cuestión de dicho origen, se ha realizado un nuevo análisis a la variabilidad de λ Cep con la ayuda de nuevos espectros obtenidos durante seis campañas observacionales, cada una con duración de entre cinco y nueve noches, en dos observatorios: el Observatoire de Haute Provence (OHP) en Francia y el Observatorio Astronómico Nacional de San Pedro Mártir (OAN-SPM) en México. En dicho análisis se muestra un panorama más complejo en cuanto a las causas u origen de la variabilidad.

En algunos conjuntos de datos se encuentran variaciones espectrales recurrentes que se mueven hacia el rojo (*“redward”*) sobre los perfiles de las líneas de absorción He I λ 4471 y He II λ 4542, en concordancia con perturbaciones en la fotosfera de una estrella giratoria. Sin embargo, los periodos de variabilidad que se encuentran no son estables entre los conjuntos de datos, en desacuerdo con la hipótesis de NRP. Por otra parte, aún cuando no se encuentra una tendencia *“redward”* en algún conjunto completo de datos de una campaña observacional, dicho comportamiento aparece en un sub-conjunto de este, sugiriendo que el fenómeno es irregular y de corta duración, del orden de días, y posiblemente ligado a *“Co-rotating Magnetic Bright Spots”* (CMBS; puntos brillantes magnéticos co-rotantes) transitorios.

ABSTRACT

It has been proposed that the variability seen in absorption line profiles of the O6 Ief star λ Cep is regular, periodical and due to Non-Radial Pulsations (NRP). To address the question of such NRP origin, a new analysis of this variability is performed using new spectra that we have obtained during six observational campaigns lasting between five and nine nights in two observatories: the Observatoire de Haute Provence (OHP) in France and the Observatorio Astronómico Nacional de San Pedro Mártir (OAN-SPM) in Mexico. In this analysis a more complex picture is displayed on the causes or origin of the variability.

In some datasets we find recurrent spectral variations which move redward in the He I $\lambda 4471$ and He II $\lambda 4542$ absorption line profiles, consistent with perturbations on the stellar surface of a rotating star. However, the variability periods found are not stable between datasets, at odds with the NRP hypothesis. Moreover, even when no redward trend is found in a full dataset of an observing campaign, it can be present in a subset, suggesting that the phenomenon is irregular and short-lived, of the order of a few days, and possibly linked to transient “Co-rotating Magnetic Bright Spots” (CMBS).

ÍNDICE GENERAL

1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	Variabilidad estelar: Un poco de Historia	1
1.2	Variabilidad estelar: Fenómeno observable	2
2	ANTECEDENTES	5
2.1	La singular λ Cep y su naturaleza Oef	5
2.2	λ Cep y su historial de variabilidad espectral	6
2.3	Objetivo de esta Tesis	10
3	OBSERVACIONES Y REDUCCIÓN DE DATOS	11
3.1	Adquisición de espectros	11
3.2	Reducción y normalización de espectros	14
4	ANÁLISIS DE VARIABILIDAD Y DE FOURIER	17
4.1	Varianza Temporal Espectral (TVS)	17
4.1.1	Generalidades del código empleado	18
4.1.2	Resultados del análisis de la TVS: Variabilidad de las líneas estudiadas	18
4.2	Fourier-2D “HMM”	26
4.2.1	Generalidades del código empleado	27
4.2.2	Resultados del análisis de frecuencias: Frecuencias encontradas	27
5	¿NRP EN λ CEP? INESTABILIDAD A LARGO PLAZO DE SUS VARIACIONES	45
5.1	Introducción	45
5.2	Discusión: Inestabilidad temporal de las variaciones en λ Cep	47
5.3	Discusión: Comportamiento de las modulaciones a través del perfil de línea	48
6	¿PUNTOS BRILLANTES? VARIABILIDAD A CORTO PLAZO	59
6.1	Introducción	59
6.2	Discusión: Variabilidad a corta escala de tiempo	61
6.3	Discusión: Análisis de sub-grupos de datos	68
7	DISCUSIÓN FINAL Y CONCLUSIONES	75

7.1 Discusión: Impacto de los resultados de esta Tesis 75
7.2 Conclusiones 77

Apéndices 79

A TVS (FULLERTON ET AL. 1996) 81
B FOURIER HMM (HECK MANFROID & MERSCH 1985; GOSSET ET AL. 2001) 87
C CONSIDERACIONES DE UN MUESTREO ARBITRARIO (DEEMING 1975) 91
D PULSACIONES ESTELARES 95
D.1 Matemática de las NRP 96
D.2 Características observables de una NRP 98
D.3 Aproximación de “ l ” y “ m ” de una NRP 101
E OSCILACIONES ESTELARES (GAUTSCHY & SAIO 1995) 103
E.1 Propiedades de los armónicos esféricos 105
E.2 Mecanismo de excitación 106
F MODELO SIMPLIFICADO PARA PROMINENCIAS ESTELARES (HENRICHS & SUDNIK 2014) 107
BIBLIOGRAFÍA 109

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	Curva de luz de la estrella variable α Ceti	2
Figura 2	Ejemplo de variabilidades en los perfiles de líneas (LPV) en una serie temporal.	4
Figura 3	Variación de la línea He II $\lambda 4686$ en el espectro de λ Cep	7
Figura 4	Distribución temporal de las observaciones espectroscópicas de las seis campañas usadas para este trabajo	12
Figura 5	Normalización de espectros de λ Cep.	15
Figura 6	Espectro promedio de λ Cep y TVS para el conjunto completo de 324 observaciones obtenidas en el OHP	19
Figura 7	Espectros promediados y diagramas TVS de las líneas He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$, de λ Cep, para cada una de las seis campañas observacionales empleadas.	20
Figura 7	(Continuación)	21
Figura 7	(Continuación)	22
Figura 7	(Continuación)	23
Figura 7	(Continuación)	24
Figura 7	(Continuación)	25
Figura 8	Espectros de potencia promedio y ventanas espectrales de las líneas He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$, de λ Cep, para cada una de las seis campañas observacionales empleadas.	28
Figura 8	(Continuación)	29
Figura 8	(Continuación)	30
Figura 8	(Continuación)	31
Figura 8	(Continuación)	32
Figura 8	(Continuación)	33
Figura 9	Espectros de potencia promedio original y <i>prewhitened</i> de las líneas He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$, de λ Cep, para cada una de las seis campañas observacionales empleadas.	37

Figura 9	(Continuación)	38
Figura 9	(Continuación)	39
Figura 9	(Continuación)	40
Figura 9	(Continuación)	41
Figura 9	(Continuación)	42
Figura 10	Espectros de potencia promedio original y <i>prewhitened</i> de las líneas He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$, de λ Cep, para la campaña simultánea OHP & OAN-SPM de Junio de 2010.	43
Figura 11	Diagramas de amplitud y fase de las variaciones asociadas a las diferentes frecuencias listadas en la tabla 5, para las líneas He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$, de λ Cep, en cada una de las seis campañas observacionales empleadas.	50
Figura 11	(Continuación)	51
Figura 11	(Continuación)	52
Figura 11	(Continuación)	53
Figura 11	(Continuación)	54
Figura 11	(Continuación)	55
Figura 11	(Continuación)	56
Figura 12	Diagramas en escala de grises ilustrando, para cada una de las seis series temporales empleadas, el residuo de cada perfil de línea individual de He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$ con el perfil promedio.	62
Figura 12	(Continuación)	63
Figura 12	(Continuación)	64
Figura 12	(Continuación)	65
Figura 12	(Continuación)	66
Figura 12	(Continuación)	67
Figura 13	Diagramas de amplitud y fase de variaciones asociadas a nuevas frecuencias que se detectan en el análisis de sub-grupos.	71
Figura 14	Diagramas de amplitud y fase de la variación asociada a la frecuencia de 0.87 d^{-1} encontrada en la línea de He I $\lambda 4471$ de los sub-grupos de la serie de datos OHP-Junio/2010.	72

Figura 15	Diagramas de amplitud y fase de la variación asociada a la frecuencia de 2.15 d^{-1} encontrada en la línea de He II $\lambda 4542$ de la serie de datos OHP-Diciembre/2009 y en los sub-grupos de esta. 73
Figura 16	Diagramas de amplitud y fase de la variación asociada a la frecuencia de 0.87 d^{-1} encontrada en la línea de He II $\lambda 4542$ de la serie de datos OHP-Junio/2010 y en los sub-grupos de esta. 74
Figura 17	Espectro de λ Cep, en el rango de $4460 - 4880 \text{ \AA}$, mostrando la variabilidad de las líneas estudiadas en esta Tesis (He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$) así como la línea estudiada en de Jong et al. (1999): He I $\lambda 4713$. 77
Figura 18	Espectro promedio y gráfica TVS para una serie temporal 84
Figura 19	Espectro promedio, diagrama de Fourier-2D y espectro de potencia de Fourier promedio para una serie temporal. 89
Figura 20	Ventana espectral para una serie temporal. 92
Figura 21	Modos de pulsación no radial en una estrella. 97
Figura 22	Modelo para la pulsación y los cambios en la línea espectral dependiente de la fase, en una estrella de rotación rápida. 99
Figura 23	Características observables de una NRP. 100
Figura 24	Modelo de prominencias estelares co-rotando con la superficie estelar. 108

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	Principales características y propiedades de la estrella λ Cep (HD 210839) 6
Tabla 2	Estudios previos sobre la variabilidad espectral, en el visible, de λ Cep 8

Tabla 3	Información técnica de los observatorios e instrumentos empleados	13
Tabla 4	Información del muestreo temporal de las campañas observacionales empleadas	14
Tabla 5	Frecuencias de los picos más altos en los espectros de potencia de Fourier	36
Tabla 6	Propiedades de candidatos a NRP	57
Tabla 7	Nuevas modulaciones con comportamiento progresivo de su fase.	69

ACRÓNIMOS

ADU Analog-to-Digital conversion Units

BRITE Bright Target Explorer

CCD Charge-Coupled Device

CMBS Co-rotating Magnetic Bright Spots

CoRoT Convection, Rotation and planetary Transits

DIB Diffuse Interstellar Band

ESO European Southern Observatory

EW Equivalent Width

HMM Heck, Manfroid & Mersch

JD Julian Days

LPV Line Profile Variability

MIDAS Munich Image Data Analysis System

MOST Microvariability and Oscillations of Stars

NRP Non-Radial Pulsation

OAN-SPM Observatorio Astronómico Nacional de San Pedro Mártir

OHP Observatoire Haute Provence

R Resolution

RMS Root Mean Square

S/N Signal to Noise ratio

ThAr Thorium-Argon

TIGRE Telescopio Internacional de Guanajuato Robótico Espectroscópico

TVS Temporal Variance Spectrum

UV Ultra Violet

ZIP Zonas de Ionización Parcial

INTRODUCCIÓN

1.1 VARIABILIDAD ESTELAR: UN POCO DE HISTORIA

A lo largo de su “vida”, las estrellas experimentan variaciones de luminosidad, temperatura y tamaño como consecuencia de su propia evolución. Sin embargo, se habla de “estrella variable” cuando dichos cambios se presentan en escalas de tiempo que pueden ser registradas por un humano ^a.

La idea de “variabilidad estelar” surgió en el siglo XVII tras ser ignorada por muchas generaciones de astrónomos que consideraban inmutables a los astros [42]. Esto a pesar de que varios observadores de la antigüedad ya habían notado que diversas estrellas perdían poco a poco su luminosidad o aparecían de repente en el cielo. Por ejemplo: en el 134 a.C. Hiparco registró el brote de una “nueva estrella” [25]; en la edad media astrónomos árabes ya habían observado las fluctuaciones en el brillo de β Persei, estrella que ellos conocían como “Algol” que significa “El Demonio” [39]; en 1572 Tycho Brahe observó una supernova [25]; y en 1596 David Fabricius descubrió la variabilidad de la estrella denominada “Mira” que significa “Maravillosa” [14]. Sin embargo, tales fenómenos fueron considerados como sucesos sobrenaturales y nunca fueron concebidos con la idea de una periodicidad en los cambios de la luminosidad estelar.

Fue hasta 1603 que la estrella “Mira” fue re-observada por Johann Bayer quien la catalogó bajo el nombre de α Ceti [25]. Años más tarde varios astrónomos reportaron la aparición y desaparición de esta estrella (cuyo periodo de variabilidad es de 332 días, figura 1) y en el año de 1650 Johannes Hevelius la bautiza como “*Mira Ceti, la maravillosa de la Ballena*” [42].

Otro suceso importante en la historia de la variabilidad estelar ocurre en 1668 cuando Germiniano Montanari re-observa las variaciones en el brillo de β Persei. Posteriormente en 1783 John Goodricke determina que dichas variaciones tienen un periodo de

^a Escalas de tiempo que resultan ser instantes comparadas con el tiempo de vida de dichas estrellas.

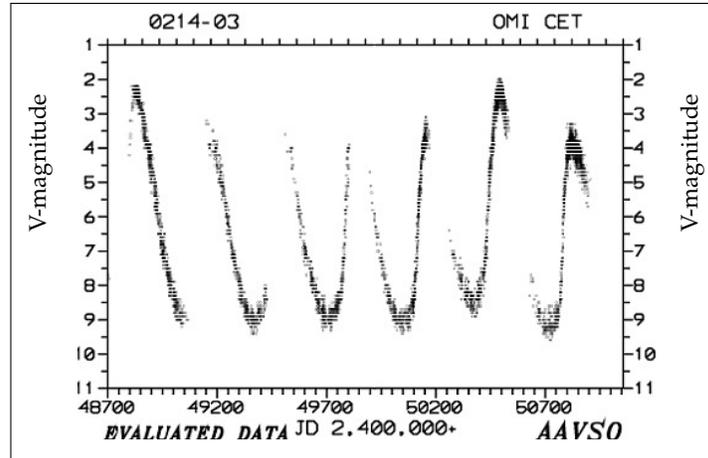


Figura 1: Curva de luz de la estrella σ Ceti mostrando su variabilidad en un rango de 6.3 años. El periodo de variabilidad de esta estrella es de 332 días cambiando de magnitud $V = +2.0$ a $V = +10.1$. Fuente: American Association of Variable Star Observers.

2.87 días [39]. Goodrike atribuye dichos cambios a un objeto girando entorno de una estrella principal, descubriendo de esta forma la primera variable eclipsante [42]. En 1784 el mismo Goodrike descubre la primera variable Cefeida, la estrella δ Cep [25].

Los sucesos anteriores son sólo algunos eventos que marcan el inicio de la observación y el estudio de la variabilidad estelar desde el punto de vista científico y que son pilares en la histórica lucha contra la idea de inmutabilidad de los objetos celestes.

A principios del siglo XIX, solo se conocían 13 estrellas variables, pero la introducción de métodos de búsqueda a través de la fotografía hizo que el número de estrellas variables incrementara, por lo que fue necesario incluirlas en catálogos especiales. Gracias a muchos estudios realizados en el transcurso del siglo XX, en 1980 se llegó a tener diversos catálogos que en conjunto reportaban más de 50000 estrellas variables conocidas [39].

1.2 VARIABILIDAD ESTELAR: FENÓMENO OBSERVABLE

De manera general, se designan como estrellas variables a aquellas estrellas que sufren cambios temporales en una o varias de sus propiedades observacionales (intensidad, color y/o velocidad radial). Dichos cambios por supuesto deben ser mayores que el error propio de las mediciones.

La mayoría de las estrellas variables se han descubierto en la región visible del espectro electromagnético, aunque se tienen algunas que han mostrado variaciones en longitudes de radio y en la región de Rayos X [42]. De esta forma la variabilidad estelar aparece como un fenómeno muy generalizado, puesto que objetos que son considerados no variables pueden presentar variaciones si se les observa en el correcto dominio de longitud de onda, con una suficiente duración y con la precisión necesaria.

Los procesos físicos que causan la variabilidad estelar pueden ser clasificados como: extrínsecos (debido a propiedades geométricas, por ejemplo: eclipsamiento estelar) o intrínsecos (debido a cambios de la propia estrella, por ejemplo: pulsaciones estelares) [25].

En ocasiones, los fenómenos físicos que ocurren en una estrella producen cambios que afectan de forma local su atmósfera, por consiguiente también se modifican, a escala local, los parámetros estelares. De esta manera, se forman en las estrellas ciertas regiones o estructuras con densidades, radios, temperaturas y velocidades radiales que difieren respecto a los valores generales de la atmósfera circundante. Dependiendo de su magnitud, dichos cambios se pueden manifestar como variaciones de la forma de los perfiles de ciertas líneas espectrales. Estas variaciones, denominadas variabilidades en los perfiles de línea (LPV), son causadas (junto con la rotación) por los corrimientos Doppler resultantes de las ligeras variaciones de velocidad radial y/o por los efectos en la intensidad que causan las variaciones de temperatura y densidad que ocurren en las regiones o estructuras antes mencionadas [14]. Las LPV pueden ser detectadas mediante el empleo de series temporales de espectros (figura 2) que cuenten con una buena resolución espectral y una suficiente relación señal-ruido (S/N). Si las LPV son causadas por un fenómeno periódico (o multiperiodico), un análisis de Fourier puede revelar la(s) frecuencia(s) correspondiente(s).

El presente trabajo se enfoca en el análisis de la variabilidad espectral observada en la estrella supergigante λ Cep. Estrella que como se menciona más adelante ha sido ampliamente observada y estudiada por la presencia de LPV en ciertas líneas espectrales de absorción y emisión (tanto en el visual como en el UV), pero cuyas causas de variación aún son tema de debate. Esta Tesis se centra en series temporales de líneas de absorción en el rango visible, intentando descifrar la verdadera naturaleza de las LPV observadas en la fotosfera de esta interesante estrella.

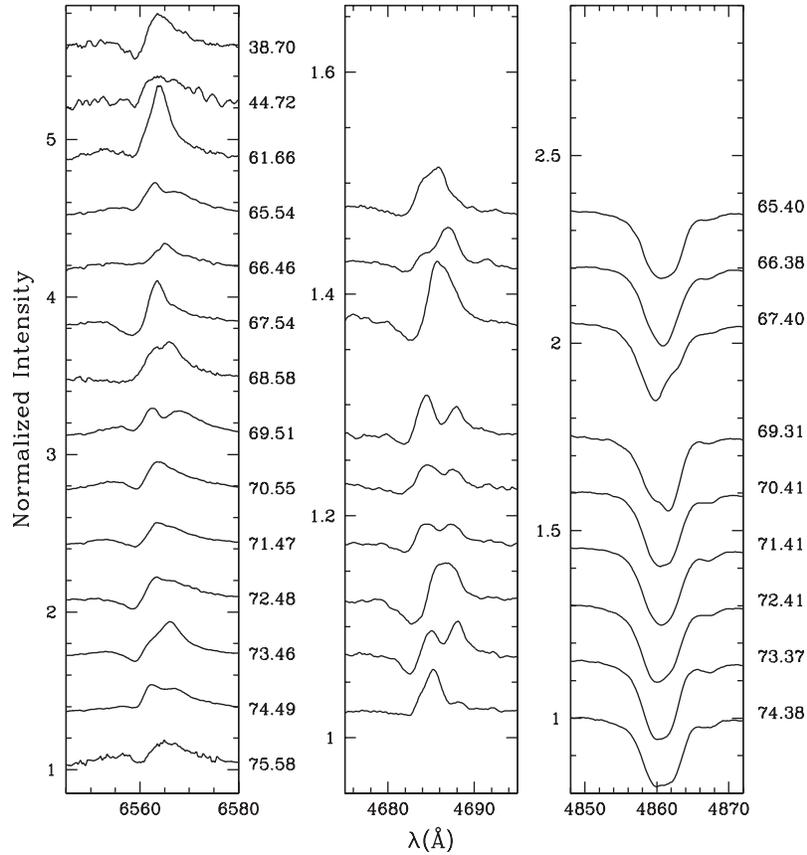


Figura 2: Ejemplo de variabilidades en los perfiles de líneas (LPV) en una serie temporal. Se muestra la variaciones de $H\alpha$ (izquierda), $He\ II\ \lambda 4686$ (en medio) y $H\beta$ (derecha) en el espectro normalizado de la estrella HD 192639. Las etiquetas de las fechas promedio de las observaciones están expresados en días Julianos (JD-2451000.00). (Fuente: [Rauw et al. 2001](#)).

El Capítulo 2 muestra información sobre $\lambda\ Cep$ y sobre los antecedentes de la variabilidad observada en dicha estrella, así mismo justifica el interés que se tiene para re-estudiarla. En el Capítulo 3 se ofrece información sobre las campañas observacionales en las cuales se obtuvieron los espectros con los que se realizó este trabajo. El Capítulo 4 presenta el análisis realizado a las series temporales adquiridas, así como los resultados obtenidos. El Capítulo 5 discute sobre la estabilidad temporal de las frecuencias obtenidas en el análisis y la falta de evidencia que las vincule a NRP. El Capítulo 6 ofrece evidencia de la posible naturaleza transitoria de las variabilidades observadas en este estudio, intentando relacionarla a algún fenómeno de corta duración. Finalmente el Capítulo 7 resume las principales conclusiones de este trabajo de Tesis, así como los puntos finales y trabajos futuros.

ANTECEDENTES

2.1 LA SINGULAR λ CEP Y SU NATURALEZA OEF

A pesar de ser poco numerosas, las estrellas masivas juegan un papel importante en la Galaxia debido a su radiación ionizante ($T_{eff} > 10^4$ K, $L > 10^3 L_{\odot}$), la energía de sus vientos densos y rápidos ($v_{\infty} \sim 10^3$ km/s) y las eyecciones de material a través de sus grandes tasas de pérdida de masa ($\dot{M} \sim 10^{-6} M_{\odot}/\text{yr}$). Dichas estrellas al término de su estancia en la Secuencia Principal se convierte en estrellas supergigantes, y su evolución se vuelve más rápida.

La brillante supergigante λ Cep, cuyas principales características y propiedades son listadas en la tabla 1, resulta ser una estrella muy singular y un objeto interesante de estudio: es una de las estrellas masivas más próximas a nosotros y además es una de las seis estrellas tipo Oef^a conocidas en nuestra Galaxia (Conti & Leep 1974).

Las estrellas Oef son estrellas O-tempranas de rápida rotación^b que usualmente no muestran líneas de emisión de Balmer (a diferencia de las estrellas Oe o Be) pero que sí muestran emisiones a 4634 – 42 Å a causa del N III y a 4686 Å a causa del He II (característicos de las estrellas Of) y que además tienen la peculiaridad de mostrar un doble pico de emisión en la línea He II λ 4686 (Conti & Leep 1974). La morfología de dicha línea es atribuida a la co-rotación de las partes internas del viento estelar con la estrella de rotación rápida (Bouret et al. 2012) y se cree que un moderado campo magnético podría confinar parte del viento y forzarlo a co-rotar con su estrella (ud-Doula & Owocki 2002). Ha sido gracias a la fuerte variabilidad presente en la línea He II λ 4686 (figura 3) que la estrella λ Cep fue rápidamente reconocida como un objeto interesante.

Otras características de las estrellas Oef son la presencia de una alta velocidad de rotación y una luminosidad más cercana a la de la Secuencia Principal que en las

a Las otras estrellas Oef son: ζ Pup, HD 14434, HD 14442, HD 192281 y BD+60°2522.

b Presentan líneas de absorción anchas que indican grandes velocidades de rotación proyectada.

Tabla 1: Principales características y propiedades de la estrella λ Cep (HD 210839)

Parámetro	Valor(es)	Nota(s)	Referencia(s)
Coordenadas	α : 22 11 30.576 δ : +59 24 52.15		[57]
Tipo espectral	O6I(n)fp O6Ief	Designación de Walborn Designación de Conti	[48][59] [11]
Magnitud V	5.08		[29]
Multiplicidad	Single-star	Sin variación de velocidad radial	[10][21]
Distancia	1970 ly 600 pc	$\pi = 1.65$ mas (HIPPARCOS) Una de las estrellas O más cercana	[57]
Masa	40 - 62 M_{\odot}	Dependiendo del método	[58][60]
\dot{M}	$2.69 \cdot 10^{-6} M_{\odot}/\text{yr}$		[19]
Velocidad radial	-75.10 km/s	“run-away star”	[22][3]
T_{eff}	36000 K	$\log(T_{\text{eff}}) = 4.56$	[58]
Luminosidad	676000 L_{\odot}	$\log(L/L_{\odot}) = 5.83$	[58]
L_{bol}	39.32 erg/s		[38]
Radio	21.1 R_{\odot}		[58]
$\log g$	3.58		[46]
P_{rot}	2.4 - 4.5 d	Estimaciones del periodo de rotación	[33][28][15]
$V \sin i$	200 - 214 - 223 km/s	Rotador rápido	[58][15][50]
V_{∞}	2250 km/s		[46][19]
Y_{He}	0.10	Abundancia relativa de Helio: $N(\text{He})/N(\text{H})$	[46]
[Fe/H]	+0.03	Metalicidad cercana a la solar	[61]

estrellas Of más brillantes (Conti & Frost 1974). La luminosidad y temperatura efectiva de λ Cep la localizan cerca de la región de las variables β Cep en el diagrama Hertzsprung-Russell (Kholtygin et al. 2011).

2.2 λ CEP Y SU HISTORIAL DE VARIABILIDAD ESPECTRAL

La variabilidad en los perfiles de línea (LPV) es un fenómeno muy común en estrellas de tipo O y sobre todo en estrellas O supergigantes (Fullerton et al. 1996). A pesar de esto, el origen de dichas variabilidades aún es incierto. Sin embargo, cuando las variaciones se presentan de forma regular o cuasi-regular, son atribuidas^c a pul-

^c Para el caso de “single-stars”

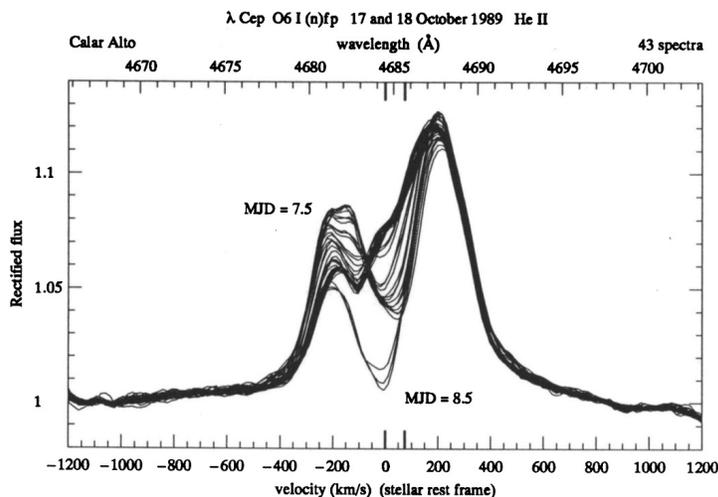


Figura 3: Variación de la línea He II $\lambda 4686$ en el espectro de λ Cep sobre dos consecutivas noches reportada en [Henrichs \(1991\)](#). La morfología de esta línea es característica de las estrellas Oef y ésta podría estar relacionada a la rápida rotación de dichas estrellas.

saciones estelares, modulaciones rotacionales, campos magnéticos, estructuras en el viento estelar, o una mezcla de estos fenómenos ([Rauw et al. 2008](#)). Desde hace poco se ha venido explorando la posibilidad de la presencia de múltiples “*magnetic bright spots*” (puntos brillantes magnéticos) co-rotando con la estrella para explicar el caso de variaciones irregulares ([Henrichs & Sudnik 2014](#)).

Desde finales de la década de 1960 varios autores documentaron la variabilidad espectral de λ Cep en varias líneas del espectro visible (relacionadas a la fotosfera), tanto en absorción (“fotosfera profunda”) como en emisión (“fotosfera superficial/base del viento estelar”), teniendo especial interés en la línea característica He II $\lambda 4686$ (figura 3). También se realizaron trabajos que estudiaban líneas en el espectro UV (relacionadas al viento) intentando determinar alguna relación entre las variabilidades del viento estelar y de la fotosfera.

Los trabajos más importantes, realizados en el visible, sobre la variabilidad espectral de λ Cep, son listados en la tabla 2. Dichos estudios se enfocaron en la presencia y escalas de tiempo de dichas variabilidades observadas y muy pocos abordaron la posible naturaleza de estas variabilidades: en [Kaper et al. \(1997\)](#) se ligan a modulaciones rotacionales; mientras que en [de Jong et al. \(1999\)](#) se relacionan a posibles NRP; en [Kholtygin et al. \(2011\)](#) se encuentran variabilidades que son atribuidas a ambas causas.

Tabla 2: Estudios previos sobre la variabilidad espectral, en el visible, de λ Cep

Trabajo	Línea(s) estudiada(s)	Notas
Slettebak (1969)	He II λ 4686. δ N III λ 4634 – 42. ϵ	<ul style="list-style-type: none"> • Serie de observaciones consecutivas, obteniendo espectrogramas con una dispersión de 40Å/mm. Pudo observar variaciones rápidas en ambas líneas estudiadas con escalas de tiempo de pocas horas.
Brucato (1971)	He II λ 4686. δ N III λ 4634 – 42. ϵ	<ul style="list-style-type: none"> • Obtuvo espectrogramas con una dispersión de 28Å/mm. Analizando los anchos equivalentes (EW) de ambas líneas pudo determinar cambios significativos en escalas de tiempo de varios minutos.
Conti & Frost (1974)	He II λ 4686, H α (λ 6560). δ He II λ 4541. α	<ul style="list-style-type: none"> • Observaciones durante 8 noches consecutivas. Espectrogramas con dispersión de 17 - 25 Å/mm. Determinaron que no existía variabilidad en la línea de absorción, pero si en ambas líneas de emisión.
Hutchings & Sanyal (1976)	He II λ 4686. δ N III λ 4634 – 42. ϵ	<ul style="list-style-type: none"> • Observaciones realizadas a lo largo de 5 meses, obteniendo espectros con alta resolución temporal y alta relación señal-ruido (S/N). Encuentran que cambios arriba del 1 % ocurren en las líneas en escalas de tiempo de horas. Los cambios que estos autores encuentran son similares a los encontrados en Conti & Frost (1974).
Lacy (1977)	He II λ 4686. δ	<ul style="list-style-type: none"> • Analizó un extenso conjunto de datos espectrofotométricos en busca de variabilidades rápidas. Sin embargo, no pudo confirmar la variabilidad en escalas de tiempo de minutos de He II λ4686 que se había reportado en Brucato (1971).
Leep & Conti (1979)	He II λ 4686. δ He II λ 4541. α	<ul style="list-style-type: none"> • Continuando las observaciones iniciadas en Conti & Frost (1974), en Leep & Conti (1979) se obtienen 20 espectrogramas más en tres campañas diferentes (con dispersiones de 6.7 y 17 - 25 Å/mm). Este estudio confirma de nuevo la variabilidad de la línea He II λ4686 y descarta variaciones en la línea He II λ4541, ya que a decir de los autores, el nivel de variación de esta línea es del orden del ruido del continuo.
Grady et al. (1983)	He II λ 4686. δ	<ul style="list-style-type: none"> • Obtuvieron espectros en dos campañas diferentes (8 y 17 noches) con dispersiones de 4.5 y 10 Å/mm. Observaron variaciones noche tras noche el la línea analizada.

Continúa en la siguiente página

Trabajo	Línea(s) estudiada(s)	Notas
Henrichs (1991)	He II $\lambda 4686$. δ He I $\lambda 4713$. α	<ul style="list-style-type: none"> • Observaciones multi-sitio. Obtuvo más de 180 espectros con una resolución espectral de 0.25 \AA y una $S/N \sim 300$. Observa la variabilidad de la línea He II $\lambda 4686$ en una escala de tiempo de ~ 15 min, mientras que en la línea He I $\lambda 4713$ detectó un periodo de 6.5 h y un posible segundo periodo de 12 h. Ambos periodos los relaciona a NRP con modos de pulsación $\ell = 5$ y $\ell = 3$.
Kaper et al. (1997)	H α ($\lambda 6560$). δ	<ul style="list-style-type: none"> • En una sola campaña obtienen 12 espectros con una $R \sim 35000$ y una $S/N \sim 200$. Un análisis de Fourier revela la presencia de tres frecuencias: 0.21, 0.84 y 1.25 d^{-1}. Los autores ligan dichas variabilidades a modulaciones rotacionales.
de Jong et al. (1999)	He I $\lambda 4713$. α	<ul style="list-style-type: none"> • Nuevo análisis a los datos de Henrichs (1991): 169 espectros con $S/N \sim 500 - 300$. Dicho análisis reveló de nueva cuenta la presencia de NRP en esta línea. Los autores reportan dos modos de pulsación correspondientes a las frecuencias: $\nu_1 = 1.96 \text{ d}^{-1}$ ($P_1 = 12.3 \text{ h}$, $\ell = 3$) y $\nu_2 = 3.64 \text{ d}^{-1}$ ($P_2 = 6.6 \text{ h}$, $\ell = 5$).
Kholtygin et al. (2011)	He I : $\lambda 4026, \lambda 4471, \lambda 5876$. α He II : $\lambda 4200, \lambda 4542, \lambda 5412$. α H δ ($\lambda 4102$), H γ ($\lambda 4340$), H β ($\lambda 4861$). α He II $\lambda 4686$. δ	<ul style="list-style-type: none"> • 90 espectros en dos campañas (1 noche en 1997 y 4 noches en 2007), con $S/N \sim 250 - 300$ y $R \sim 60000 - 45000$. Encuentran LPV a 2 - 3% en las líneas estudiadas. Un análisis de Fourier a la línea He II $\lambda 5412$ (de 1997) indica variaciones a frecuencias entre 3 - 4 d^{-1} (en concordancia con la frecuencia de 3.64 d^{-1} reportada en de Jong et al. (1999) para la línea He I $\lambda 4713$). Con la campaña de 2007, derivan 13 frecuencias, de las cuales 6 (0.3, 0.6, 0.7, 0.9, 1.4 y 1.6 d^{-1}) son atribuidas a modulaciones rotacionales y 7 (2.2, 2.3, 2.5, 2.6, 4.1, 4.5 y 6.9 d^{-1}) son interpretadas como posibles NRP. Sin embargo, no se hallan explícitamente las frecuencias reportadas en de Jong et al. (1999).

α : absorción, ϵ : emisión, δ : morfología de doble pico de emisión y componente central de absorción.

Nota: Existe una gran brecha entre los estudios de 1983 y 1991, el cual es resultado de la introducción de los CCD en la astronomía, que se refleja en datos más numerosos y con mejor calidad.

2.3 OBJETIVO DE ESTA TESIS

Como se puede observar en la tabla 2, existe muy poca información de los periodos (o frecuencias) de las LPV presentes en el espectro visible de λ Cep y sobre la naturaleza de la variabilidades relacionadas a tales periodos. De hecho solo tres trabajos ofrecen información sobre dichos periodos (Kaper et al. 1997; de Jong et al. 1999 y Kholtygin et al. 2011) los cuales son atribuidos a variabilidades regulares en los espectros de λ Cep. Sin embargo, tales trabajos se han basado en observaciones de una sola línea y/o de una sola campaña, lo cual hace difícil el poder establecer de forma certera la naturaleza regular de las variabilidades observadas. Además, estudios realizados a otras estrellas Oef han mostrado una fuerte dependencia temporal en su variabilidad (Rauw et al. 2003^d; De Becker & Rauw 2004^e). Por lo tanto, los resultados previamente reportados para λ Cep necesitan ser confirmados o desmentidos.

En este contexto, esta Tesis tiene el objetivo de revisar la variabilidad observada principalmente en los perfiles de líneas de absorción en el visible, intentando determinar cual es la verdadera naturaleza de dichas variabilidades. La importancia de estudiar líneas de absorción radica en que son formadas en la fotosfera estelar y su variabilidad es causada por procesos internos, tales como pulsaciones, de tal manera que su estudio puede ser usado para restringir modelos de interiores estelares (Astrosismología).

Para lograr el objetivo aquí planteado se ha realizado un monitoreo espectroscópico multi-época y multi-sitio, consistente en seis campañas observacionales en dos diferentes observatorios. Así mismo, se ha realizado un análisis cuyo objetivo es determinar, para cada campaña observacional, periodicidades de las variabilidades presentes en los perfiles de las líneas estudiadas. Finalmente, se cuestiona la estabilidad temporal de dichos periodos encontrados intentando hacer un vínculo en la posible naturaleza de dichas variabilidades.

OBSERVACIONES Y REDUCCIÓN DE DATOS

3.1 ADQUISICIÓN DE ESPECTROS

Las series temporales de espectros de λ Cep empleadas en este trabajo fueron obtenidas en seis campañas observacionales diferentes realizadas entre diciembre de 2009 y septiembre de 2011 en dos distintos observatorios, obteniendo un total de 495 espectros.

Cuatro campañas (diciembre 2009, junio 2010, diciembre 2010 y septiembre 2011; 324 espectros) se llevaron a cabo en el Observatoire de Haute Provence ([OHP](#), Francia) usando el espectrógrafo Aurélie montado en el telescopio de 1.52 m. Los datos del [OHP](#) fueron tomados con una rejilla de 1200 lines/mm *blazed* a 5000 Å. Esta configuración permite cubrir un dominio de longitud de onda de 4460 a 4670 Å con un poder de resolución de 20000. El detector utilizado fue un CCD EEV42 – 20 con 2048×1024 pixeles de $13.5 \mu\text{m}^2$. Los tiempos típicos de exposición fueron de 10 - 15 minutos. Para lograr una calibración de longitud de onda más precisa, fueron tomadas regularmente exposiciones con lámparas de Torio-Argón ([ThAr](#)) a lo largo de cada noche de observación (normalmente una vez cada hora).

Las otras dos campañas (junio 2010 y septiembre 2011; 171 espectros) fueron realizadas en el Observatorio Astronómico Nacional de San Pedro Mártir ([OAN-SPM](#), México) usando el espectrógrafo Echelle montado al telescopio de 2.12 m. La cobertura espectral fue de 3800 - 7300 Å con un poder de resolución de 18000 a 5000 Å. El detector utilizado para la campaña de junio 2010 fue el CCD Thomson TH7398M con 2048×2048 pixeles de $14 \mu\text{m}^2$, mientras que el usado en la adquisición de datos de la campaña de septiembre 2011 fue un CCD Marconi 2 con 2048×2048 pixeles de $13.5 \mu\text{m}^2$. Los tiempos típicos de exposición fueron de 15 minutos. Exposiciones con lámparas de [ThAr](#) fueron tomadas aproximadamente cada hora y media en el transcurso de cada noche de observación.

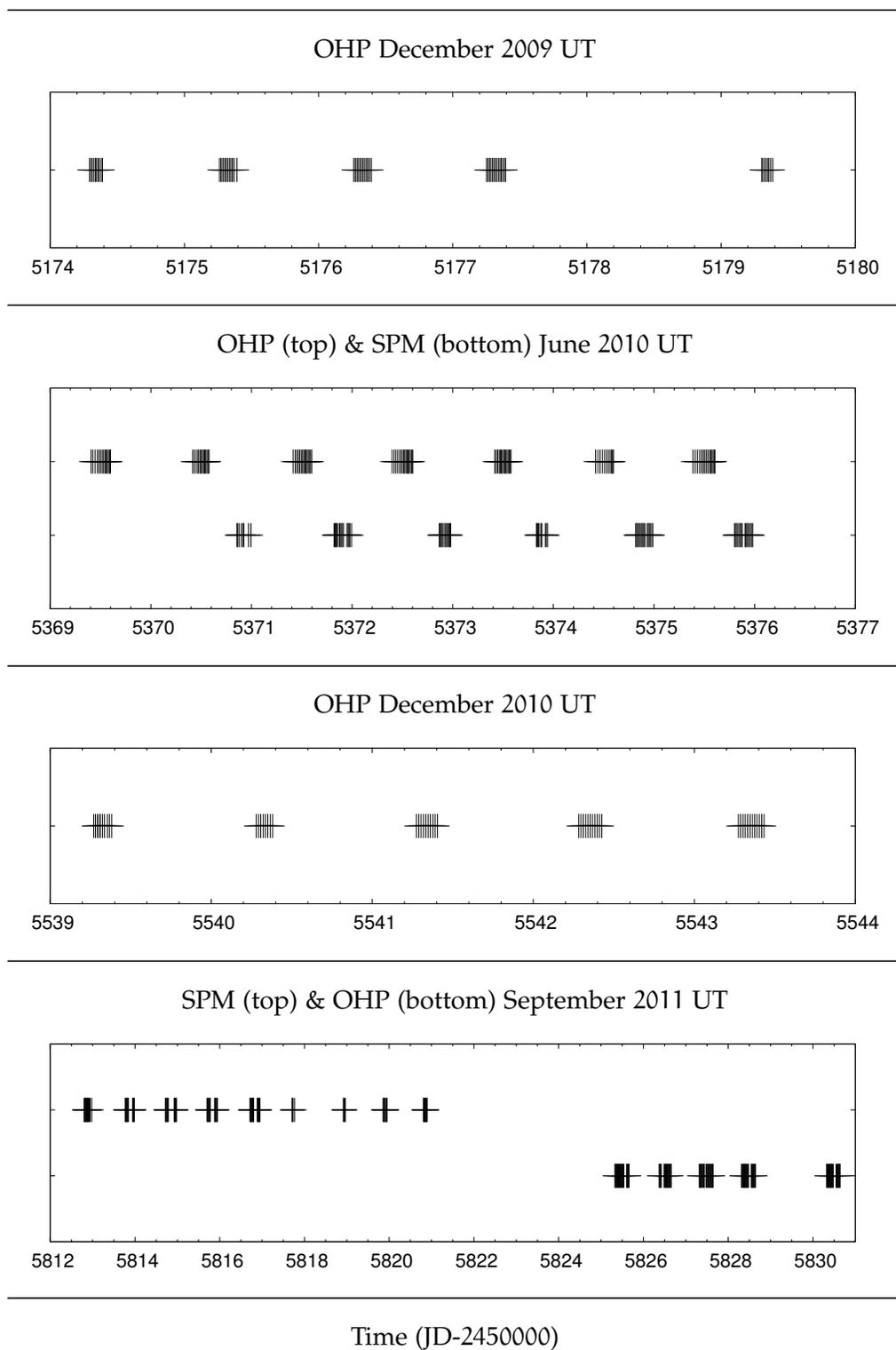


Figura 4: Distribución temporal de las observaciones espectroscópicas de las seis campañas usadas para este trabajo. En total se emplearon 495 espectros para el análisis de λ Cep. Las escalas de tiempo están en Días Julianos (JD) menos 2450000.

Tabla 3: Información técnica de los observatorios e instrumentos empleados

Característica	Observatorio	
	OHP	OAN-SPM
Ubicación	Long. = 5° 42' 44" E	Long. = 115° 27' 49" O
	Lat. = 43° 55' 54" N	Lat. = 31° 02' 39" N
	Alt. = 650 m	Alt. = 2800 m
Telescopio	1.52 m	2.12 m
Espectrógrafo	Aurélie	Echelle
Cobertura espectral	4460 - 4670 Å	3800 - 7300 Å (multi-orden)
Poder de resolución	20000	18000 @ 5000 Å
CCD	EEV42 – 20	Thomson TH7398M y Marconi 2
Tamaño del CCD	2048 × 1024	2048 × 2048
Tamaño del pixel	13.5 μm ²	14.0 μm ² y 13.5 μm ²
Campañas observacionales	4	2
Espectros obtenidos	324	171
Tiempo típico de exposición	10 – 15 min.	15 min.

La figura 4 muestra esquemáticamente la distribución temporal de estas observaciones. La escala de tiempo se indica en Días Julianos (JD) menos 2450000 y cada línea vertical en los diagramas representa una observación espectroscópica. Por su parte, la tabla 3 ofrece un resumen de las características técnicas, de los observatorios e instrumentos empleados, descritas anteriormente.

La tabla 4 ofrece información acerca de las campañas observacionales efectuadas para este trabajo, así como características de los muestreos. Para cada campaña, n indica el numero total de espectros que fueron obtenidos, mientras que $\langle S/N \rangle$ indica la señal al ruido promedio de los espectros. ΔT indica el tiempo total entre la primera y la última observación (duración de la campaña), “# N.O.” indica el número de noches observadas, mientras que $\langle \Delta t \rangle$ muestra el intervalo de tiempo promedio entre dos consecutivas exposiciones en una misma noche.

Por último, la tabla 4 también ofrece algo de información en vista del análisis de Fourier que se describirá más adelante. En las últimas dos columnas se muestran el ancho natural de los picos en los espectros de potencia o periodogramas $\Delta \nu_{\text{nat}} = (\Delta T)^{-1}$, así como $\nu_{\text{max}} = (2\langle \Delta t \rangle)^{-1}$ el cual indica, de forma aproximada, el valor de la frecuencia más grande que es posible muestrear con las series temporales obtenidas.

Tabla 4: Información del muestreo temporal de las campañas observacionales empleadas

Campaña	Días de inicio y final (JD-2450000)	n	$\langle S/N \rangle$	ΔT (d)	# N.O.	$\langle \Delta t \rangle$ (d)	$\Delta \nu_{\text{nat}}$ (d^{-1})	ν_{max} (d^{-1})
OHP Dec./2009	5174.293 – 5179.385	57	350	5.092	5	1.12×10^{-2}	0.197	44.52
OHP Jun./2010	5369.406 – 5375.605	100	420	6.199	7	1.40×10^{-2}	0.161	35.60
SPM Jun./2010	5370.853 – 5375.980	76	270	5.127	6	1.31×10^{-2}	0.195	38.12
OHP Dec./2010	5539.270 – 5543.433	51	250	4.163	5	1.40×10^{-2}	0.240	35.63
SPM Sep./2011	5812.788 – 5820.899	95	280	8.110	9	1.53×10^{-2}	0.123	32.68
OHP Sep./2011	5825.333 – 5830.651	116	350	5.318	5	1.40×10^{-2}	0.188	35.63

n: número de espectros obtenidos; $\langle S/N \rangle$: señal al ruido promedio de los espectros; ΔT : tiempo total entre la primera y la última observación (duración de la campaña); “# N.O.”: número de noches observadas; $\langle \Delta t \rangle$: intervalo de tiempo promedio entre dos consecutivas exposiciones en una misma noche; $\Delta \nu_{\text{nat}} = (\Delta T)^{-1}$: ancho natural de los picos en los espectros de potencia o periodogramas; y $\nu_{\text{max}} = (2\langle \Delta t \rangle)^{-1}$: valor de la frecuencia más grande que es posible muestrear con las series temporales.

3.2 REDUCCIÓN Y NORMALIZACIÓN DE ESPECTROS

La reducción de los datos obtenidos fue realizada de forma estándar: sustracción de *bias*, sustracción de *background*^a, localización de ordenes espectrales^a, calibración de longitud de onda, extracción de ordenes^a y normalización de espectros, usando el software [MIDAS](#) proporcionado por la [ESO](#).

En la calibración de longitud de onda se utilizó las exposiciones con la lámpara de [ThAr](#). Para los datos del espectrógrafo Aurélie, el error [RMS](#) en la calibración de longitud de onda fue alrededor de 0.0025 \AA , mientras para los datos del espectrógrafo Echelle fue de alrededor de 0.0080 \AA .

La normalización de los espectros fue un paso crítico. Para los datos provenientes del espectrógrafo Aurélie del [OHP](#) esta etapa se realizó de forma auto-consistente sobre todo el rango espectral mediante la utilización de una serie de ventanas o puntos pertenecientes al continuo sobre los cuales se ajustó un polinomio (figura 5a). Sin embargo, para los datos recolectados con el espectrógrafo Echelle del [OAN-SPM](#) esta etapa fue mucho más difícil debido al fuerte “*peaked blaze*”^b de dicho espectrógrafo, lo que causa espectros muy curvados para cada orden espectral (figura 5b). Por esta

a Para los datos del espectrógrafo Echelle.

b La curva de respuesta de cada orden del espectro es una función altamente no lineal.

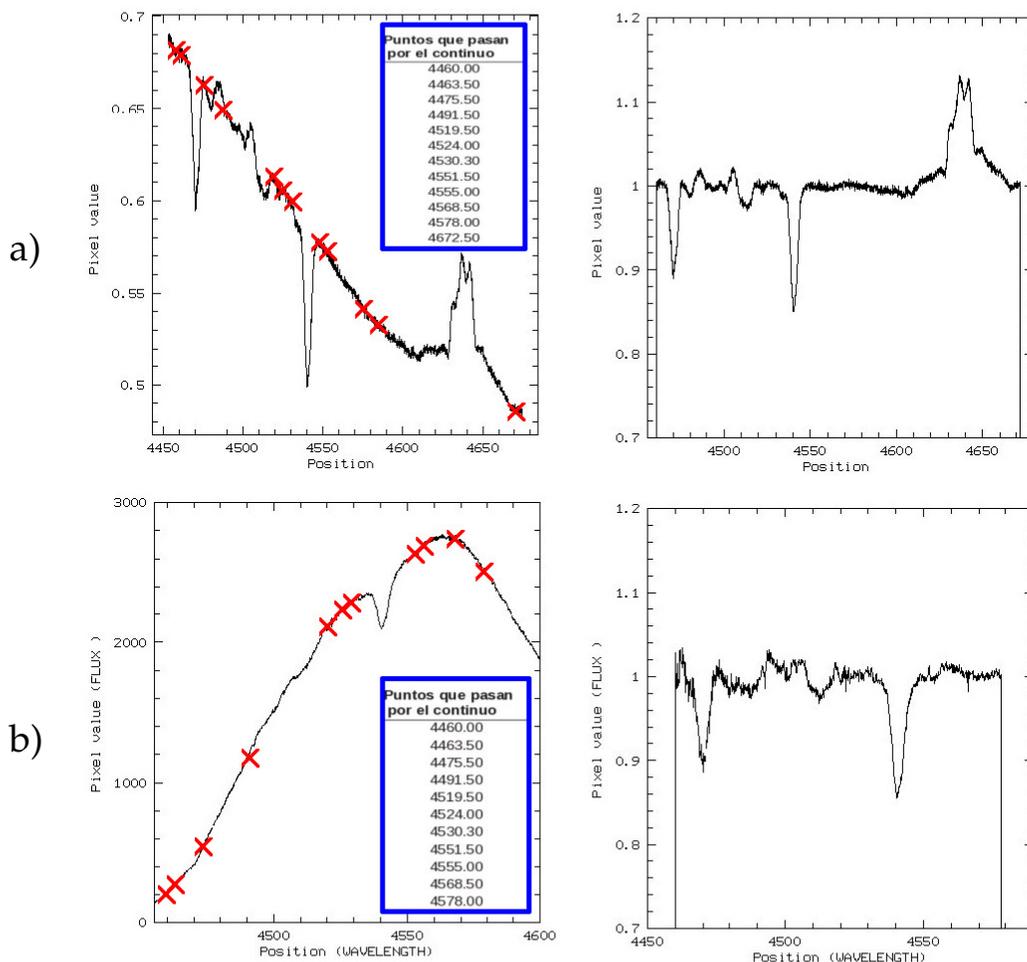


Figura 5: Normalización de espectros de λ Cep. Las imágenes de la izquierda muestran un espectro no normalizado obtenido con datos del a) OHP y un espectro no normalizado obtenido con datos del b) OAN-SPM. Las cruces señalan los puntos donde pasa el continuo y los valores de dichos puntos son señalados en el recuadro. Las imágenes de la derecha muestran los mismos espectros tras la normalización. La diferencia en las formas de los espectros no normalizados es consecuencia de la naturaleza del espectrógrafo.

razón, el ajuste de un polinomio no se logra de una buena forma. De hecho, debido a todo lo anterior, la normalización se tuvo que hacer en órdenes específicos que cubrían las dos líneas de interés ($\text{He I } \lambda 4471$ y $\text{He II } \lambda 4542$). Desafortunadamente, a pesar de los múltiples intentos, fue imposible lograr que la normalización de los espectros del OAN-SPM se realizara de una manera completamente consistente.

ANÁLISIS DE VARIABILIDAD Y DE FOURIER

Para el análisis de los espectros obtenidos en las seis campañas observacionales, se han empleado las herramientas^a utilizadas en [Rauw et al. \(2008\)](#) en su investigación de la variabilidad presente en la estrella HD 93521 (O9.5 V). Dichas herramientas consisten en el cálculo de la Varianza Temporal Espectral (TVS, [Fullerton et al. 1996](#)) para identificar aquellas regiones del espectro que muestran una variabilidad significativa; y en un ajuste de frecuencias, para cada longitud de onda de la parte del espectro que muestra variabilidad, basado en la técnica Fourier-2D para series temporales con un muestreo desigual desarrollada en [Heck, Manfroid & Mersch \(1985\)](#) y modificada en [Gosset et al. \(2001\)](#).

4.1 VARIANZA TEMPORAL ESPECTRAL (TVS)

La técnica desarrollada en [Fullerton et al. \(1996\)](#) es frecuentemente usada para establecer la presencia de LPV de una forma estadística. La TVS compara las desviaciones observadas sobre los perfiles de las líneas espectrales con aquellas del continuo adyacente. Si las desviaciones en una línea espectral son más grandes que las desviaciones del ruido observado en las regiones del continuo, la TVS se vuelve un sistema de detección de variabilidad a un determinado nivel de significación estadística. Por el contrario, si las desviaciones observadas son menores que el nivel de ruido esperado (cuando la amplitud de la variación es muy pequeña o se tiene una muestra muy mala), la TVS permite fijar límites superiores fiables en la amplitud de la variación no-detectada. El Apéndice A describe de forma básica la matemática de dicha técnica.

^a Serie de códigos FORTRAN escritos por el Dr. Gregor Rauw y el Dr. Eric Gosset de la Universidad de Liège en Bélgica.

4.1.1 Generalidades del código empleado

El código FORTRAN^b empleado para el análisis de la TVS hace uso de la ecuación (19) del Apéndice A:

$$\text{TVS}_j = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{ic}} \right)^2 \frac{1}{S_{ij}} (S_{ij} - \bar{S}_j)^2,$$

donde para una serie temporal “ S_{ij} ” es el flujo normalizado registrado en cada pixel (o longitud de onda, j) de cada espectro (i); “ \bar{S}_j ”, que depende de S_{ij} (ec. (17), Apéndice A), es el flujo promedio ponderado de cada pixel; “ σ_{ic} ” es la desviación estándar del continuo (para cada espectro i), y su valor es calculado durante el proceso de normalización usando el comando STATISTICS/IMAGE del software ESO-MIDAS; y “ σ_0 ”, que depende de σ_{ic} (ec. (13), Apéndice A), es el ruido del continuo estandarizado a un valor constante. De esta forma, la ecuación anterior solo requiere en realidad dos parámetros: “ σ_{ic} ” y “ S_{ij} ”.

Con la información obtenida al emplear este código es posible construir diagramas de la TVS en función de la longitud de onda ($\text{TVS}(\lambda)^{1/2}$, figura 6)^c, sobre los cuales se pueden identificar las regiones del espectro estelar donde existe alguna variabilidad significativa.

4.1.2 Resultados del análisis de la TVS: Variabilidad de las líneas estudiadas

La figura 6 ilustra el perfil promedio y el diagrama TVS calculado para el conjunto de las cuatro campañas observacionales realizadas en el OHP (324 espectros). En esta figura se puede observar que existe una variabilidad significativa (superior a la del continuo) en las fuertes líneas de absorción He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$, así como en el complejo de emisión N III $\lambda \lambda 4634 - 42$. También existen líneas débiles de absorción, como el grupo de transiciones de N III a $\lambda \lambda 4509 - 22$ que muestra una débil variabilidad en la TVS, mientras que la débil línea de emisión de S IV $\lambda 4486$ no es detectada como variable.

^b Denominado *hmm2dv3*.

^c El uso del exponente 1/2 es para fines matemáticamente prácticos, ver Apéndice A.

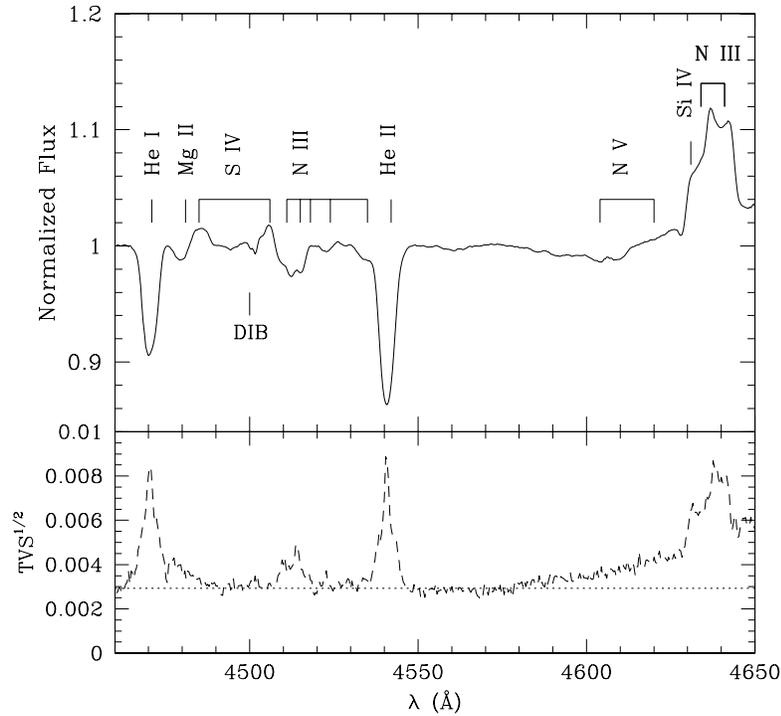


Figura 6: Espectro promedio de λ Cep (panel superior) y TVS (panel inferior) para el conjunto completo de 324 observaciones obtenidas en el OHP. Panel superior: Las características espectrales más importantes son señaladas: líneas estelares son identificadas sobre el espectro, mientras que la Banda Difusa Interestelar (DIB) cerca de 4500 Å es señalada por debajo. Panel inferior: La línea punteada muestra el 1% del nivel de significación calculado de acuerdo a la S/N promedio de los datos.

El objetivo de este trabajo es estudiar la variabilidad presente en la fotosfera estelar, por ello se decidió centrar el análisis en las dos líneas fuertes de absorción que presentan una mayor variabilidad: He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$. A partir de esto, también se decidió analizar estas dos líneas en las dos series temporales obtenidas en el OAN-SPM. El triplete de emisión N III $\lambda\lambda 4634 - 42$ no ha sido considerado en este trabajo, a pesar de que este es producido en la fotosfera, por dos razones: 1) la fuerza de dicha línea es dependiente de las condiciones en las zonas más internas del viento estelar acelerado (Rivero González et al. 2011), por lo que su variabilidad puede ser el reflejo de cambios en las condiciones tanto de la fotosfera como de la base del viento; y 2) las líneas Si IV $\lambda 4631$ y C III $\lambda\lambda 4647 - 50$ se encuentran combinadas con el triplete de N III, complicando la interpretación de la contribución de cada línea a la variabilidad total.

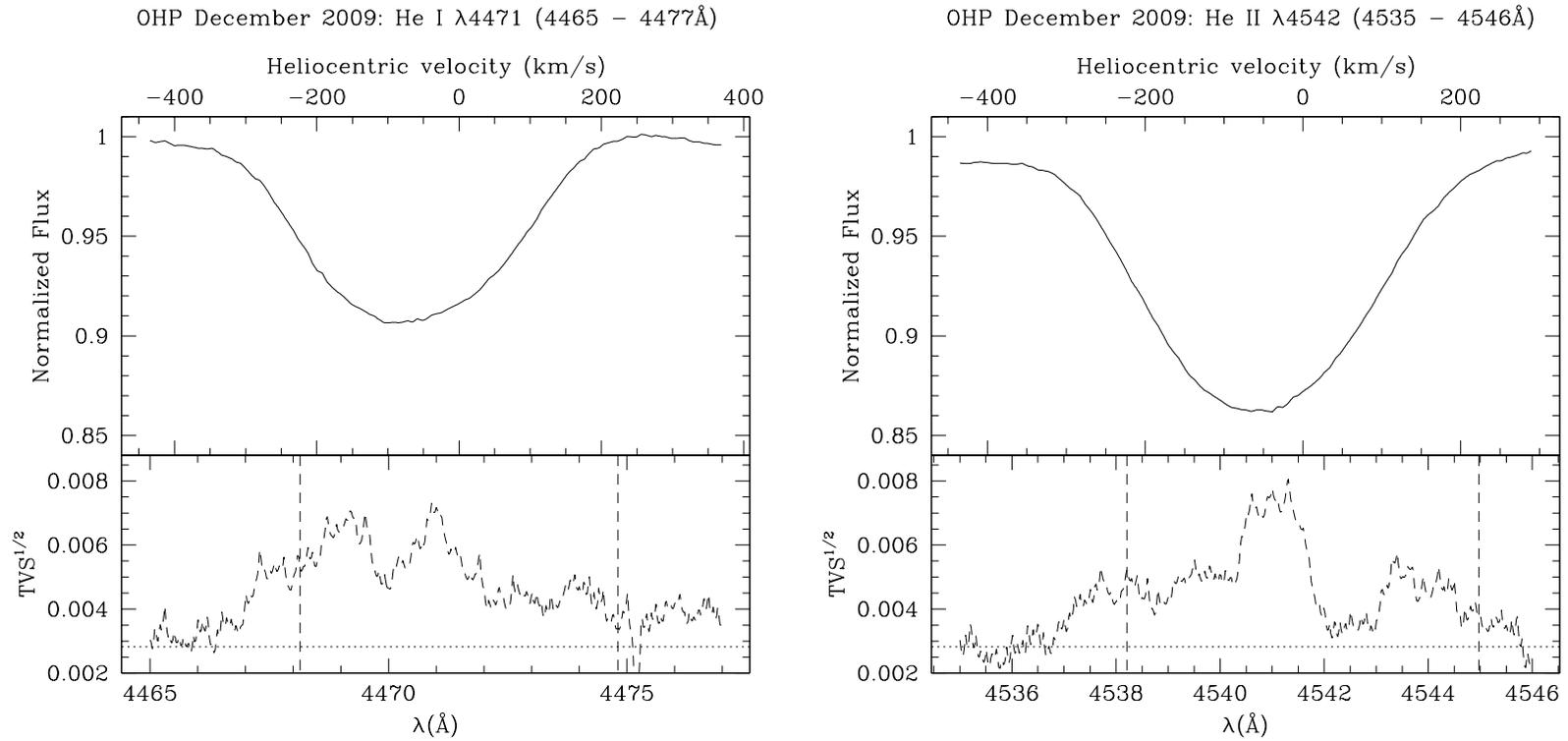


Figura 7: Espectros promediados y diagramas TVS de las líneas He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$, de λ Cep, para cada una de las seis series temporales empleadas. El eje horizontal es mostrado tanto en longitud de onda como en velocidad heliocéntrica. Diagramas TVS: La línea horizontal punteada señala el 1% del nivel de significación estadística calculado de acuerdo a la $\langle S/N \rangle$ de cada campaña como se muestra en la tabla 4; la línea vertical discontinua señala los límites de la $|V \sin i| = 223$ km/s.

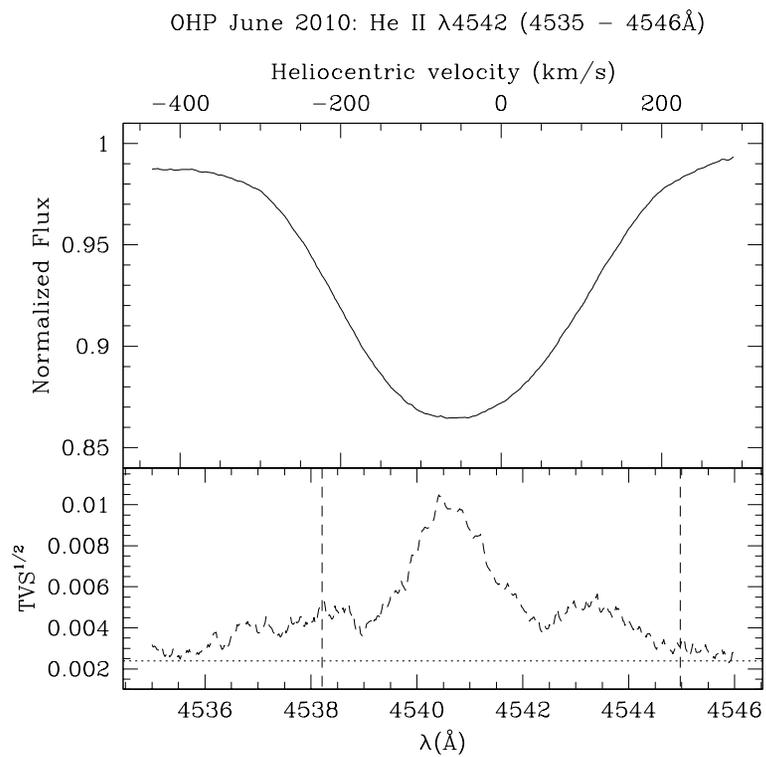
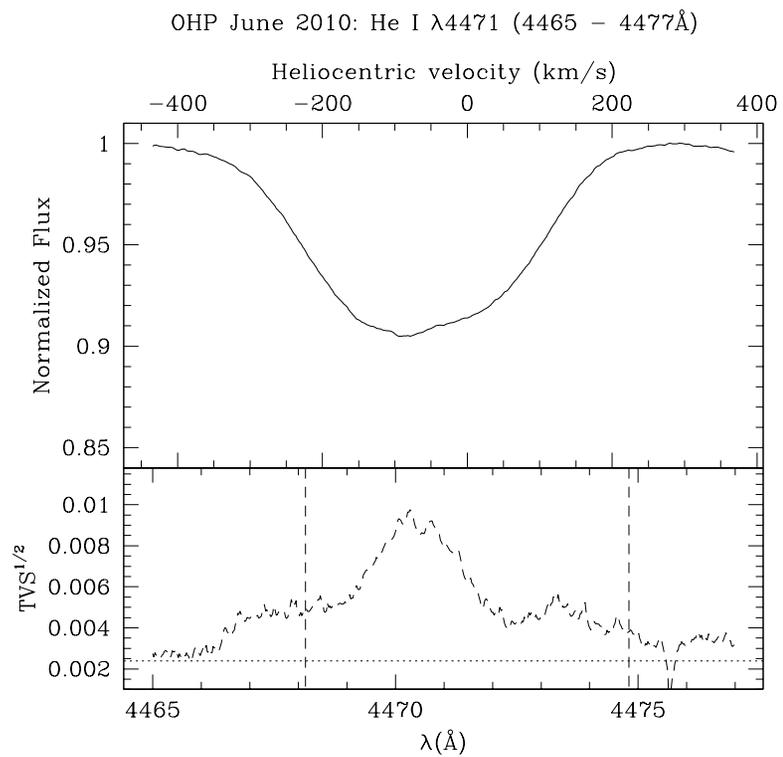


Figura 7: (Continuación)

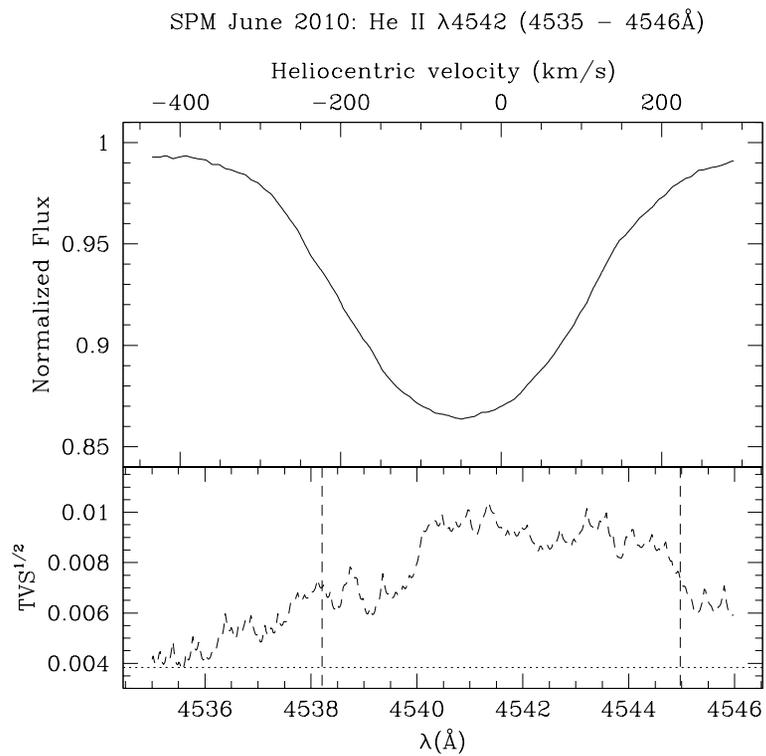
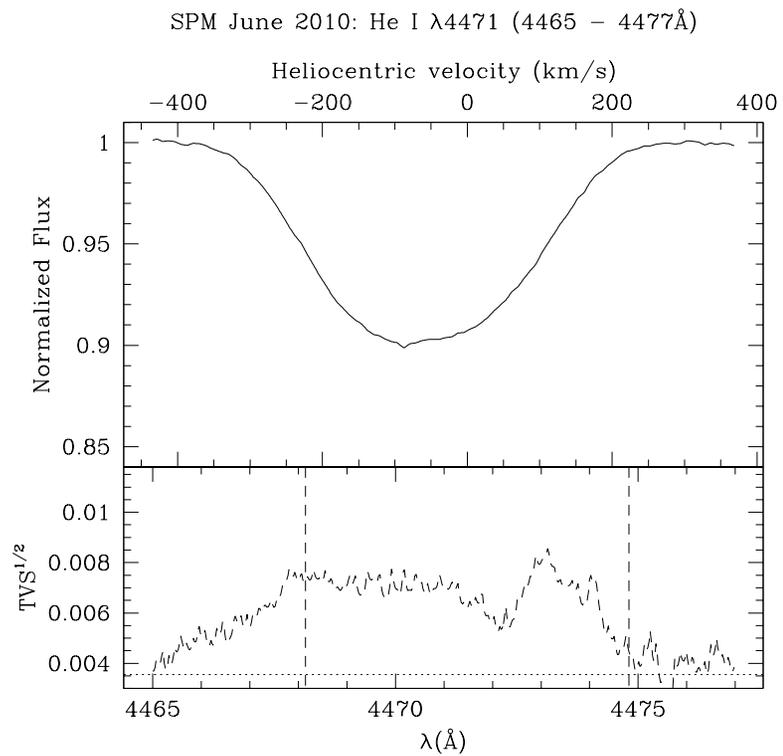


Figura 7: (Continuación)

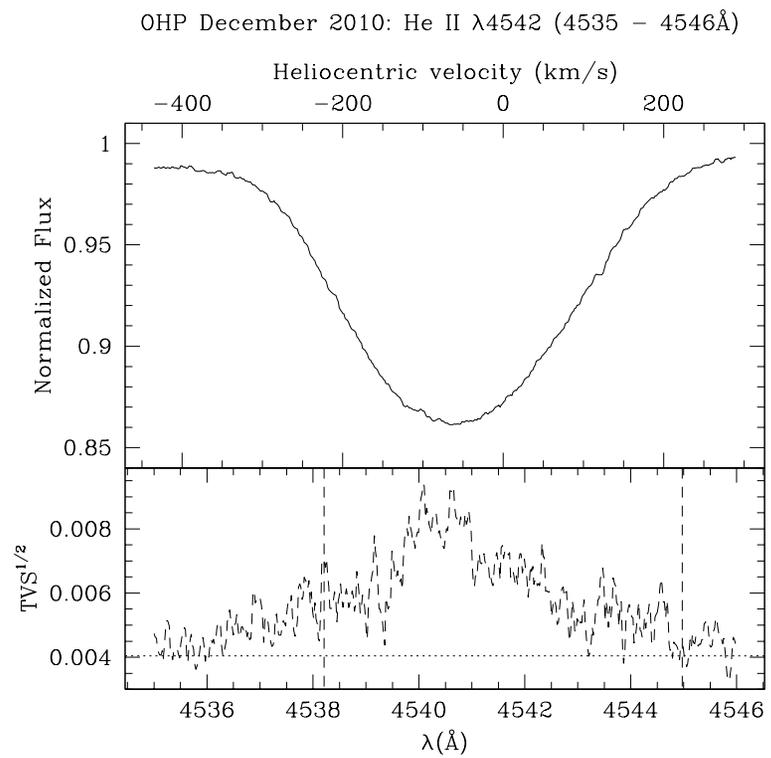
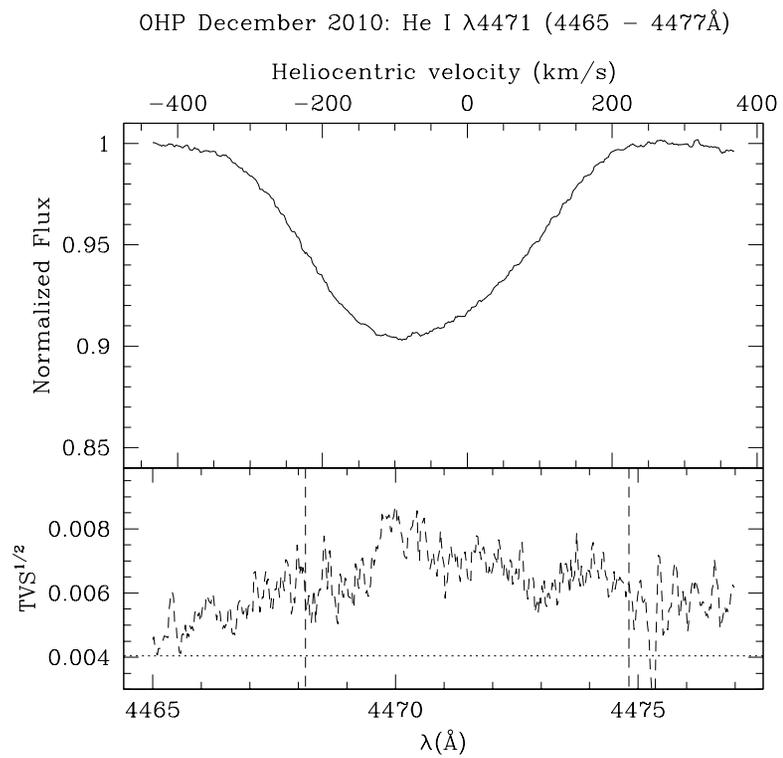


Figura 7: (Continuación)

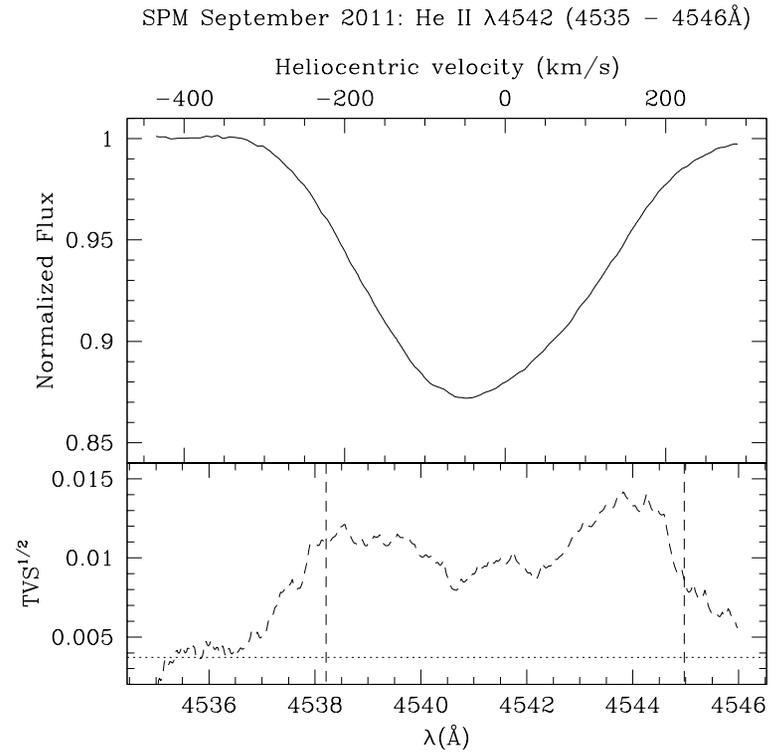
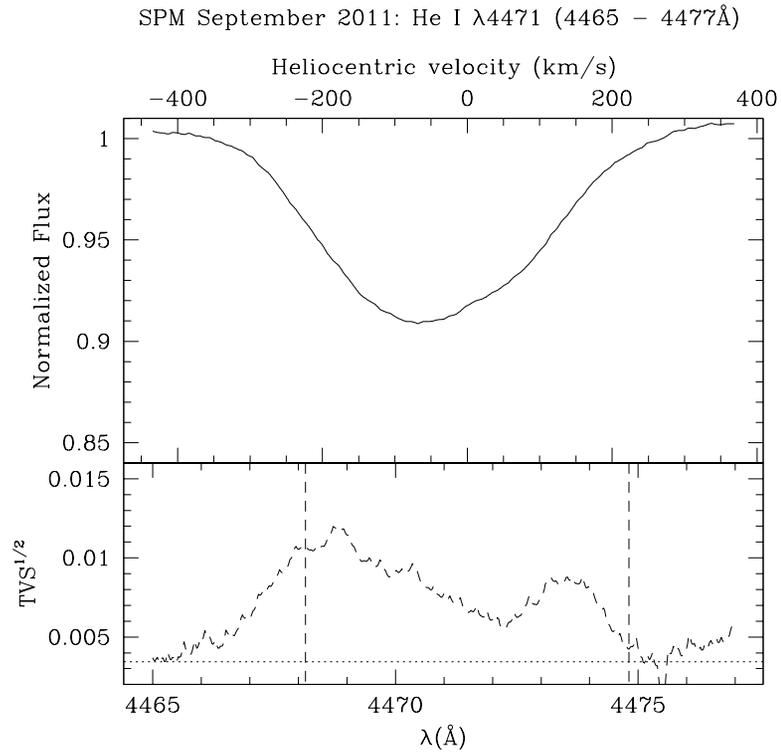


Figura 7: (Continuación)

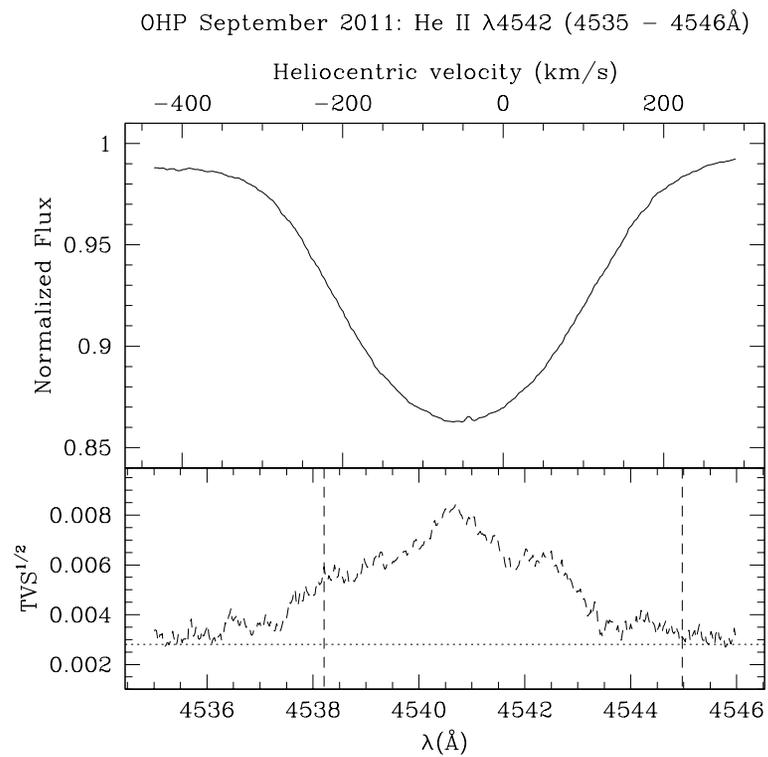
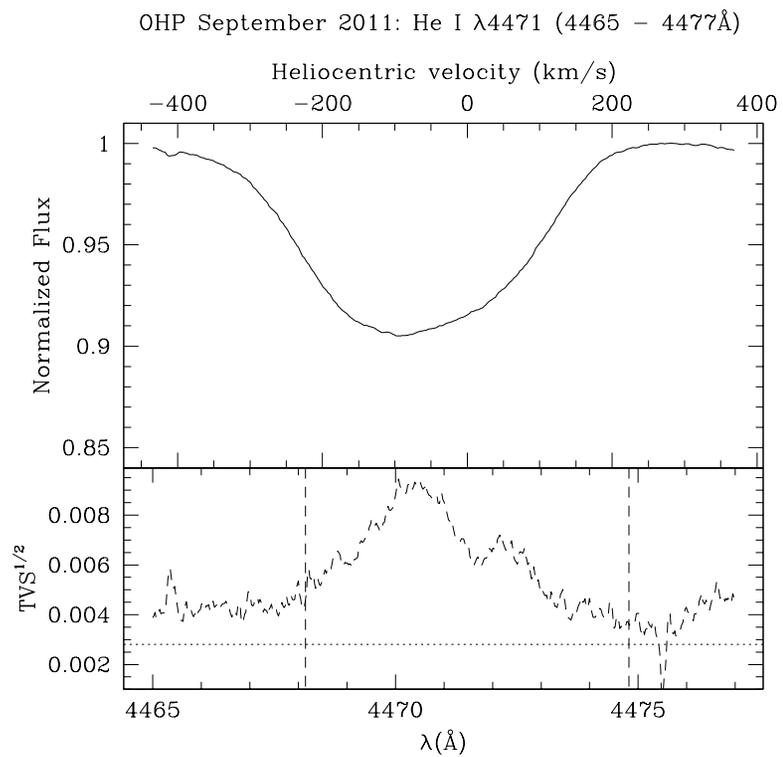


Figura 7: (Continuación)

La figura 7 muestra los diagramas TVS para las dos líneas estudiadas en las seis series temporales obtenidas. En esta figura se puede apreciar que aunque la variabilidad se extiende sobre todo el ancho de las líneas, las más prominentes variaciones ocurren en la parte central del perfil de la línea. Por supuesto, debido a que el fenómeno de la variabilidad es dependiente del tiempo, los diagramas TVS para las diferentes series temporales no tienen un aspecto similar entre sí. Sin embargo, como se puede notar, los niveles de variabilidad son similares y sus máximos se encuentran dentro de un rango de $\sim 0.7 - 1.5\%$ del flujo del continuo (F_c).

4.2 FOURIER-2D “HMM”

Como se ha mencionado, las LPV pueden ser causadas por fenómenos que presenten alguna periodicidad. Razón por la cual es necesario utilizar algún método basado en la transformada de Fourier, para poder determinar aquellas frecuencias relacionadas a las variabilidades observadas sobre los perfiles de líneas. Uno de los grandes problemas con los algoritmos clásicos de Fourier es que estos consideran un muestreo temporal equidistante, mientras que en astronomía las series de observaciones difícilmente llegan a ser equidistantes en el tiempo, es decir, casi siempre su muestreo es irregular.

En Heck, Manfroid & Mersch (1985) se propuso una excelente expresión matemática para estimar el espectro de potencia de Fourier de una serie temporal desigualmente muestreada (en adelante llamada Fourier HMM). Sin embargo, en dicho artículo se presentan algunos errores en las ecuaciones que son detectados y corregidos en Gosset et al. (2001).

La técnica de Fourier HMM es, para cada frecuencia individual (ν), equivalente a un ajuste por mínimos cuadrados de una curva sinusoidal al flujo de cada longitud de onda de los espectros de una serie temporal. El algoritmo original tiene la limitación de trabajar con una frecuencia a la vez, por lo que en Gosset et al. (2001) se extendió este método para lograr un ajuste simultáneo de varias frecuencias. Una descripción general del método de Fourier HMM se presenta en el Apéndice B.

4.2.1 Generalidades del código empleado

El código FORTRAN^d usado para el análisis de Fourier emplea la ecuación (36) del Apéndice B para calcular el espectro de potencia de Fourier promedio^e para cierta frecuencia $\nu^{(m)}$ ($m = 1, \dots, M$).

$$\overline{SP}(\nu^{(m)}) = \sum_{j=1}^J \mathbf{X}_j' \mathbf{A}(\nu^{(m)}) \left[\mathbf{A}'(\nu^{(m)}) \mathbf{A}(\nu^{(m)}) \right]^{-1} \mathbf{A}'(\nu^{(m)}) \mathbf{X}_j,$$

donde \mathbf{X}_j es el vector que contiene, para cada pixel j , los datos (flujo) de la serie temporal; y \mathbf{A} es la matriz que contiene los términos sinusoidales de una curva periódica ajustada a los datos (ec. (21), Apéndice B).

Esta ecuación depende de tres parámetros dentro de \mathbf{A} y \mathbf{X}_j : 1) el flujo observado en la j -ésima longitud de onda del i -ésimo espectro (S_{ij}); 2) el tiempo transcurrido desde la primera observación hasta la i -ésima observación (t_i); y 3) el conjunto de M frecuencias a evaluar ($\nu^{(m)}$).

Con la información obtenida al emplear este código es posible construir espectrogramas sobre los cuales se pueden identificar las frecuencias más significativas que están presentes en las variaciones observadas sobre los perfiles de líneas.

4.2.2 Resultados del análisis de frecuencias: Frecuencias encontradas

Para cada serie temporal, se ha empleado el análisis de Fourier-2D HMM para calcular el espectro de potencia promedio hasta una frecuencia máxima de 15 d^{-1} en las líneas He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$, dentro de un rango en longitud de onda de $4465 - 4477$ y $4535 - 4546 \text{ \AA}$ respectivamente. Se escoge el valor de 15 d^{-1} como límite debido a que los espectrogramas no muestran picos significativos entre esta frecuencia y la frecuencia más grande que es posible muestrear en cada serie temporal (ν_{\max} de la tabla 4, pág. 14).

La figura 8 muestra los espectros de potencia de Fourier promedio para las dos líneas estudiadas en cada una de las seis series temporales aquí empleadas. En dichos

d Denominado *hmm2dv3*.

e Promedio en longitud de onda

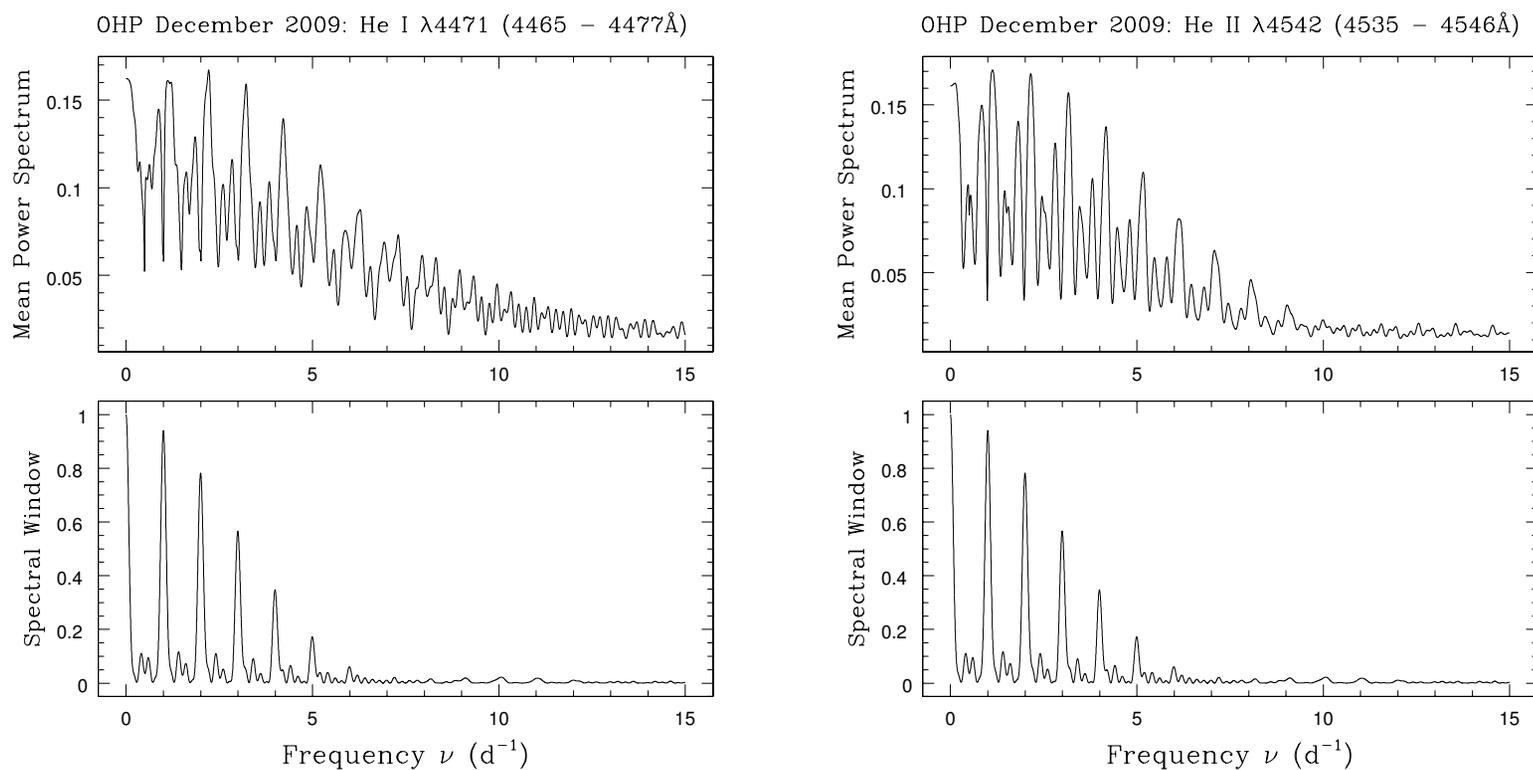


Figura 8: Espectros de potencia promedio y ventanas espectrales de las líneas He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$, de λ Cep, para cada una de las seis series temporales empleadas. Para cada imagen se muestra, de arriba hacia abajo, el diagrama de frecuencias obtenido en el análisis de Fourier con las frecuencias (y sus *aliases*) más significativas, y la ventana espectral (ver Apéndice C) que contiene el *aliasing* debido al muestreo irregular.

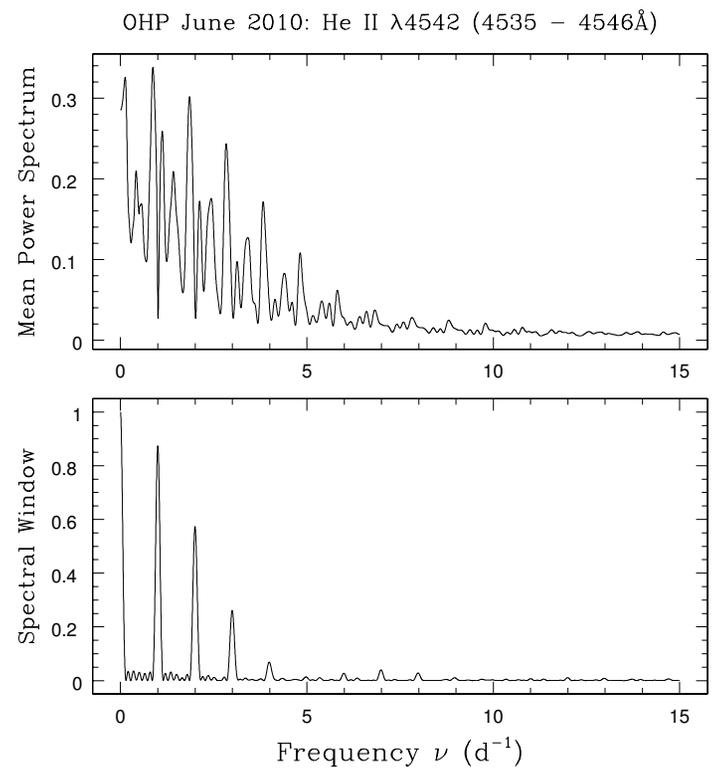
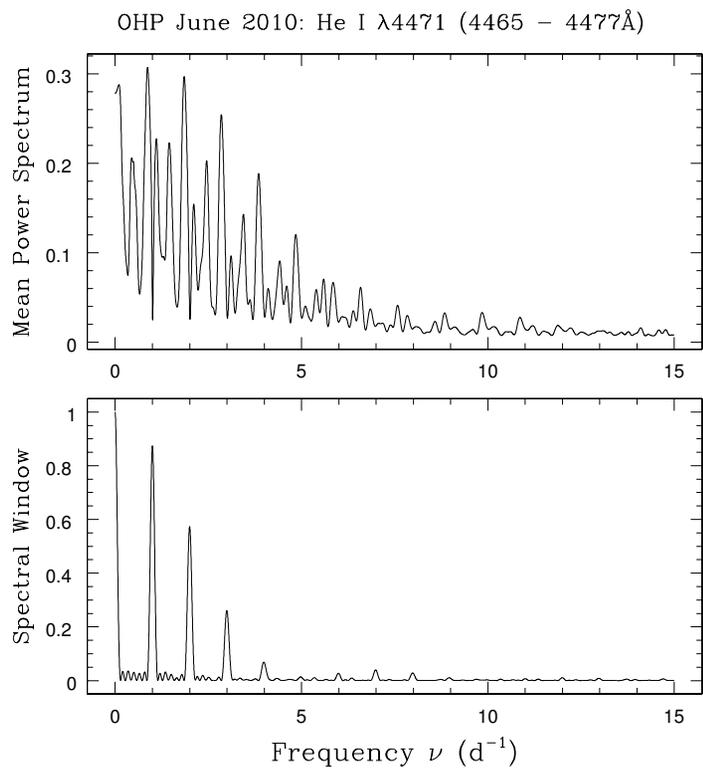


Figura 8: (Continuación)

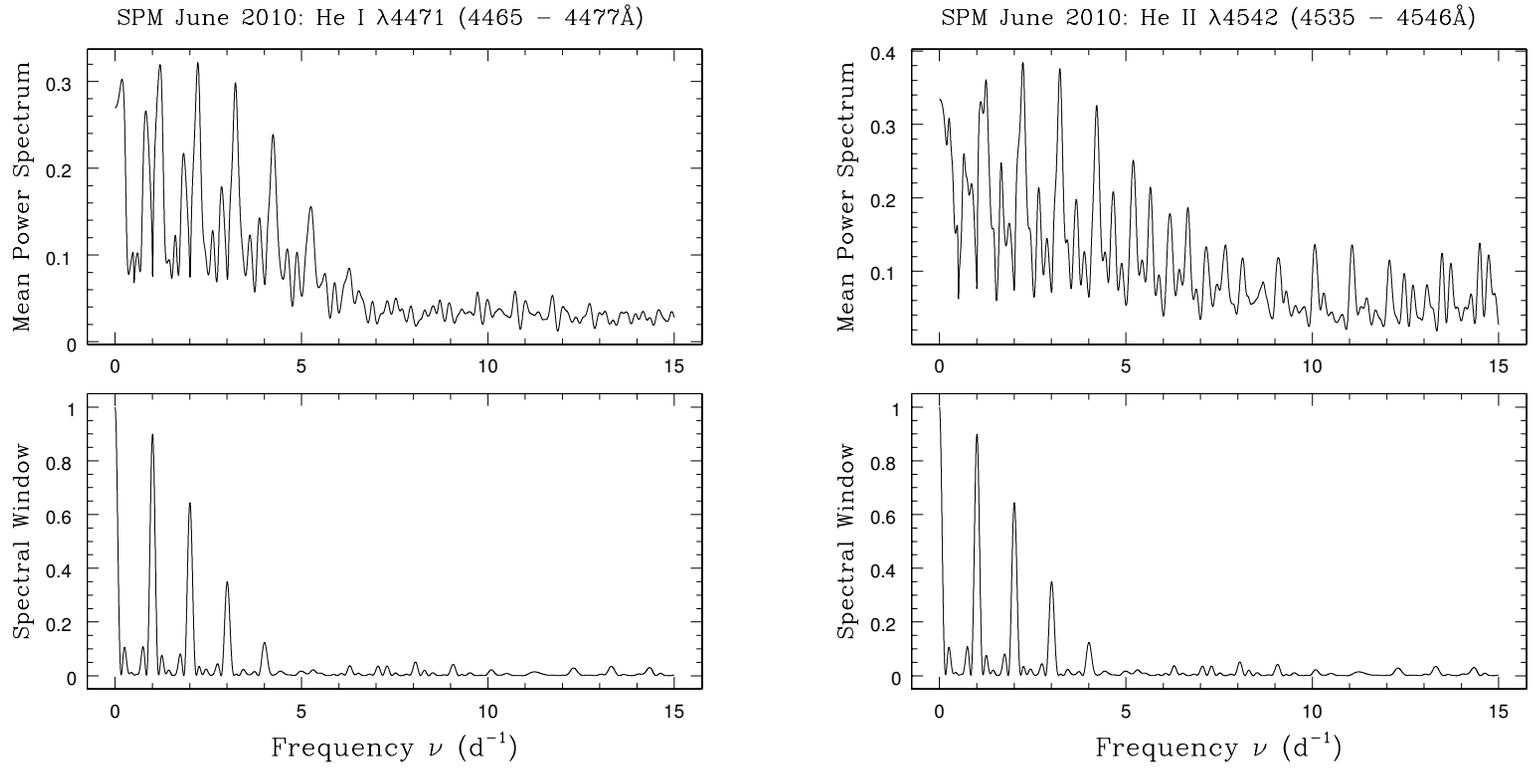


Figura 8: (Continuación)

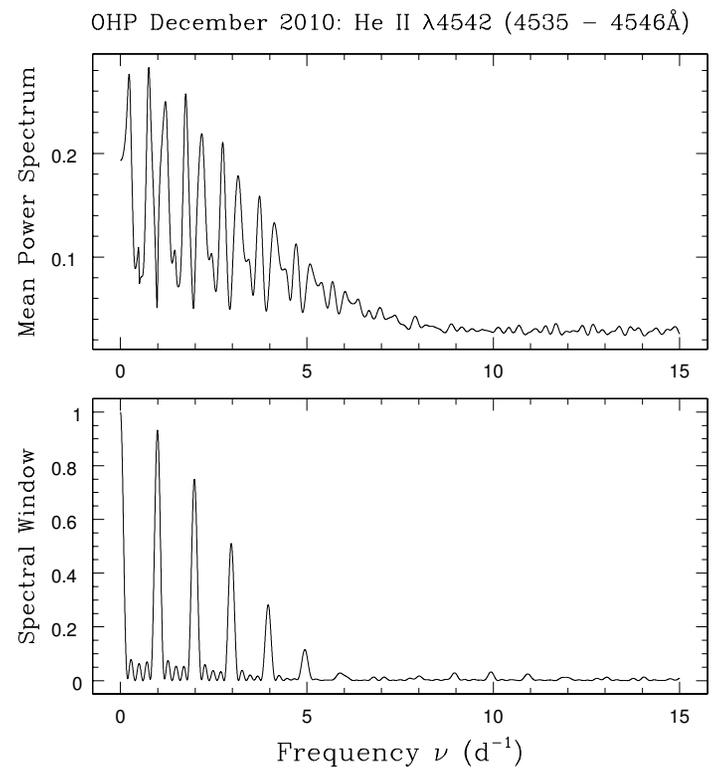
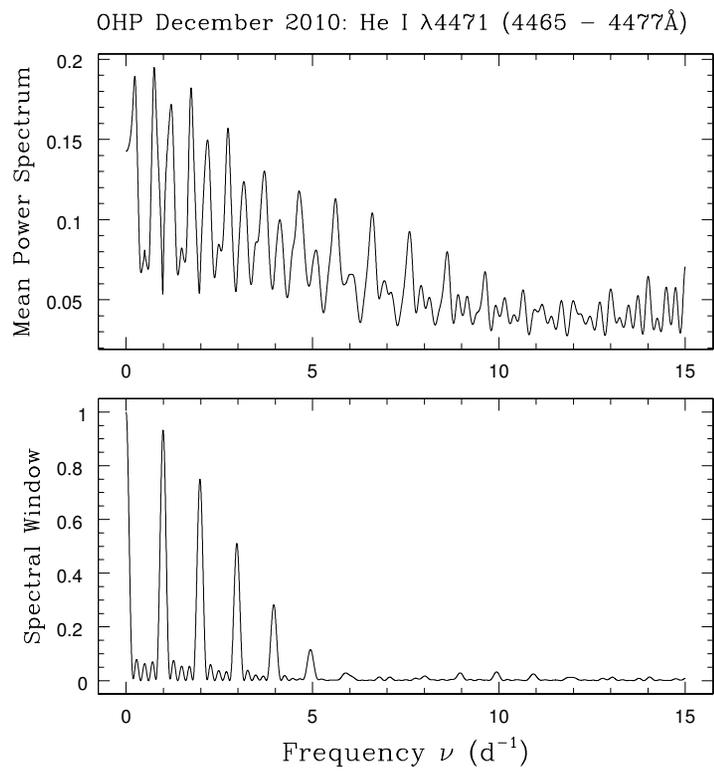


Figura 8: (Continuación)

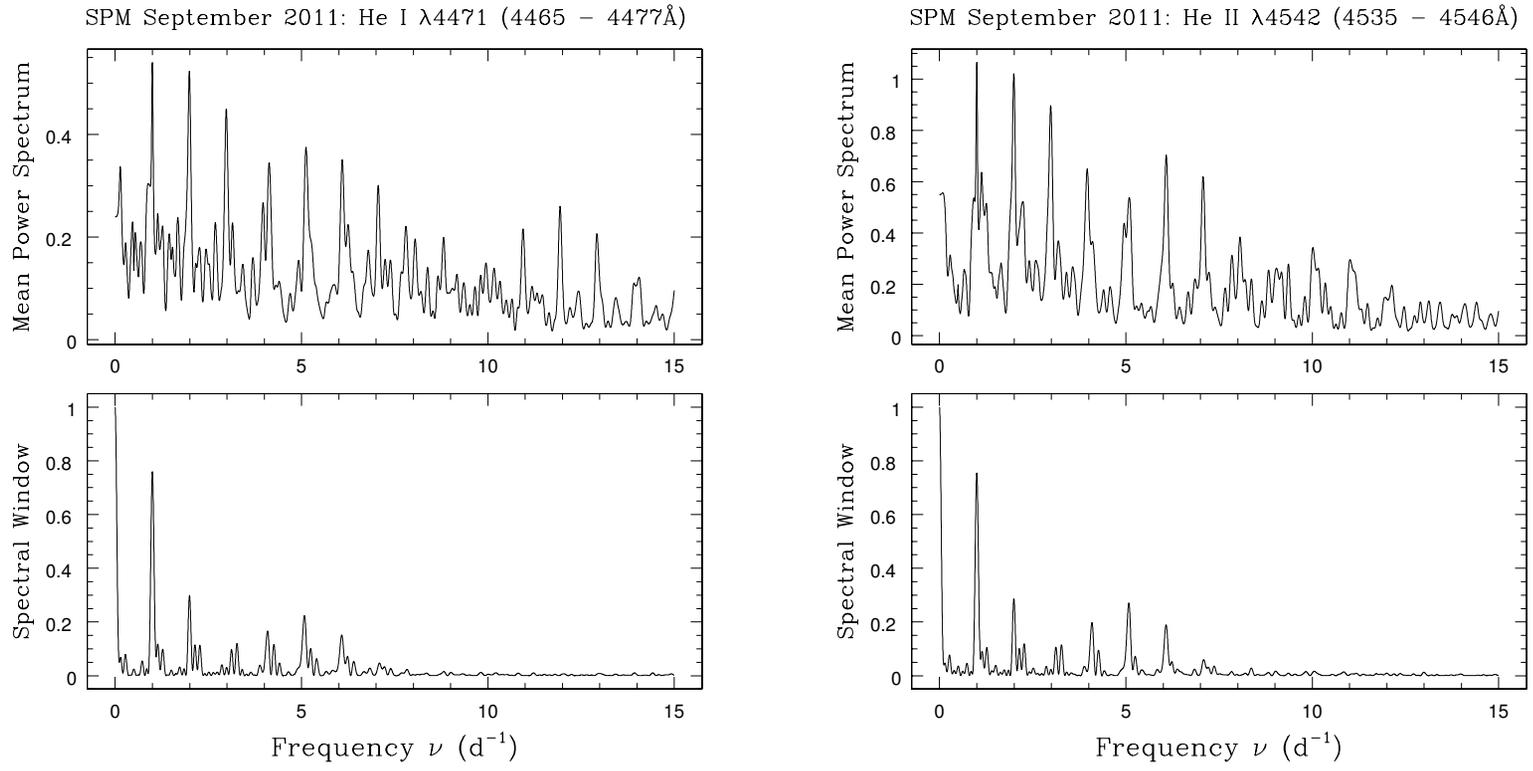


Figura 8: (Continuación)

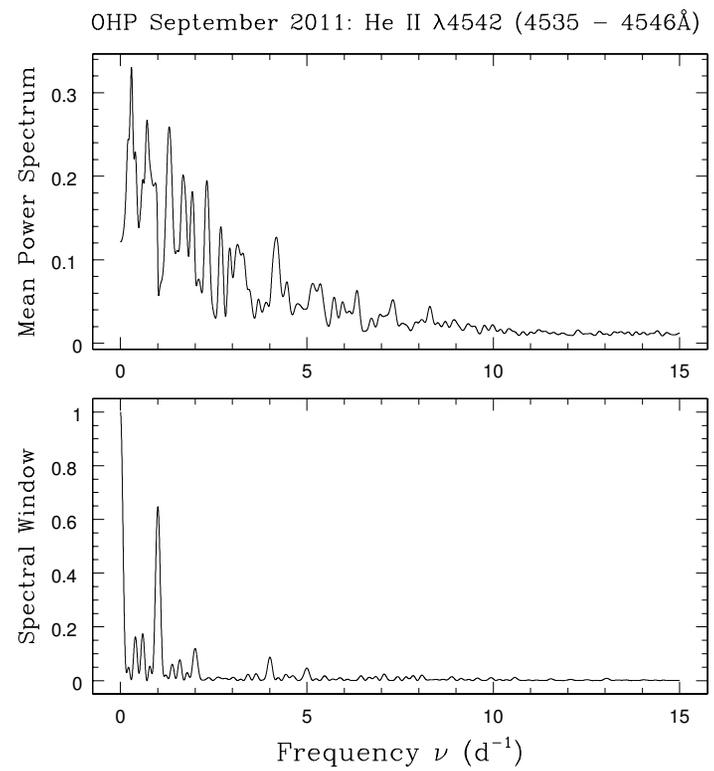
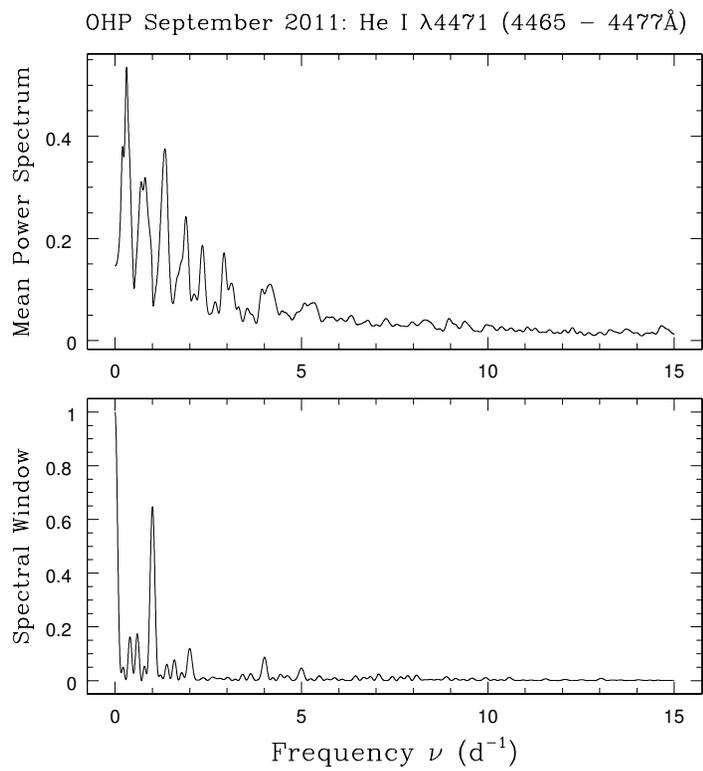


Figura 8: (Continuación)

espectros de potencia se puede identificar la frecuencia más significativa (ν_1), asumiendo que esta es la que posee un mayor nivel de potencia en la gráfica. Una vez que una frecuencia significativa es encontrada, es posible encontrar otra, esto solamente si su nivel de potencia lo permite. Para ello, es necesario aplicar un “*prewhitening*” a los datos de la serie temporal.

El *prewhitening* es un proceso que consiste en sustraer, de la serie temporal original (S_{ij}), la contribución ($F(\lambda_j, t_i)$) de una o más frecuencias (ν_1, \dots, ν_Q):

$$S_{ij,prew} = S_{ij} - F_Q(\lambda_j, t_i). \quad (1)$$

Esto se logra, para cada paso de longitud de onda, ajustando una función periódica estándar:

$$F_Q(\lambda, t) = c_0(\lambda) + \sum_{q=1}^Q \{a_q(\lambda) \sin(2\pi\nu_q t) + b_q(\lambda) \cos(2\pi\nu_q t)\}, \quad (2)$$

en la serie de datos. De esta forma, se obtiene una serie temporal de datos “*prewhitened*” ($S_{ij,prew}$) donde las variaciones sinusoidales de frecuencias ν_1, \dots, ν_Q han sido suprimidas. Entonces, re-aplicando el método de Fourier HMM a la serie temporal *prewhitened* se puede identificar una nueva frecuencia significativa (ν_{Q+1}) en el espectro de potencia resultante, donde ya no aparecen las frecuencias ν_1, \dots, ν_Q ni sus *aliases*^f, y posteriormente realizar otro *prewhitening* (incluyendo esta nueva frecuencia ν_{Q+1}) con la intención de encontrar otra frecuencia más.

En este trabajo, el proceso de *prewhitening* se ha realizado^g para un máximo de tres frecuencias^h ($Q = 1$, $Q = 2$ o $Q = 3$). Debido al *aliasing*, la selección de la “frecuencia correcta”, en algún espectro de potencia, es en algunas ocasiones no trivial. Sin embargo, se ha escogido la frecuencia que presente el pico más alto, aunque cabe la

f Los *aliases* son frecuencias relacionadas a una “frecuencia real” que surgen en un análisis de Fourier como consecuencia de tener un muestreo finito y discreto. El *aliasing* puede ser plasmado en una ventana espectral que aproximadamente es la Transformada de Fourier finita de la distribución de los datos, la cual refleja toda la “patología” relacionada al muestreo. Ver Apéndice C

g Empleando los códigos denominados: *prewhite1v2*, *prewhite2v2* y *prewhite3v2* para ajustar de manera simultanea 1, 2 y 3 frecuencias respectivamente

h Como se muestra más adelante, tres frecuencias suelen ser suficientes para reducir la potencia del espectro de Fourier.

posibilidad de que la “frecuencia correcta” sea en realidad algún *alias* de la frecuencia escogidaⁱ.

La tabla 5 ofrece un resumen de las frecuencias encontradas en las series temporales espectroscópicas de λ Cep aquí empleadas. Los guiones (–) en esta tabla hacen referencia a aquellos espectros de potencia donde no es posible detectar alguna otra frecuencia tras el *prewhitening*, esto debido a que sus niveles quedan muy reducidos (ver figura 9). También se ha revisado si los datos de las series temporales realizan un muestreo correcto de los ciclos encontrados. En muchos casos, el muestreo es muy bueno e incluso excelente. Sin embargo, existen unos cuantos casos donde el muestreo es pobre. Estos están principalmente dados por frecuencias cercanas a 1.00 d^{-1} la cual es notoriamente problemática en campañas donde se realizan observaciones cada ~ 24 horas^j. Estas frecuencias están identificadas, en la tabla 5, por dos puntos (:).

Las campañas del OHP y del OAN-SPM de Junio de 2010 fueron realizadas simultáneamente, permitiendo tener una mejor cobertura de las variaciones de λ Cep, logrando con ambas campañas una cobertura temporal de cerca del 60% durante cinco días (ver figura 4). Debido a esto, se ha decidido combinar las series temporales de estas campañas y analizarlas de manera conjunta. Los espectros de potencia obtenidos para esta combinación (figura 10, panel superior) muestran diagramas dominados por frecuencias cercanas a 1.00 y 0.10 d^{-1} , las cuales pueden ser el reflejo de variaciones artificiales^k introducidas por las diferencias en las normalizaciones realizadas, ya que como se menciono en el capítulo 3, no ha sido posible normalizar de una manera consistente los espectros provenientes del OAN-SPM, mientras que en los del OHP esto sí ha sido posible. Sin embargo, si se ignoran estas frecuencias se pueden hallar otras

i De las ventanas espectrales obtenidas para las series temporales empleadas (figura 8), se puede apreciar que el *alias* de una frecuencia ν esta dada aproximadamente por: $(1 - \nu)$ o $(\nu \pm p)$, donde $p = 1, 2, 3, \dots \text{ d}^{-1}$. El uso de una frecuencia o de su *alias* conduce al mismo resultado en el proceso del *prewhitening*.

j Como aquí mismo se menciona, la aparición de frecuencias cercanas a 1.00 d^{-1} podría estar asociada a problemas de la muestra. No son frecuencias relacionadas con fenómenos periódicos de la estrella, y probablemente son artefactos del proceso de normalización que aparecen con este valor debido a que dichos artefactos se estarían introduciendo cada 24 horas que es típicamente el tiempo que transcurre entre observaciones de dos noches consecutivas.

k En el caso de la frecuencia cercana a 1.00 d^{-1} su aparición se cree es debido a la misma razón que se expuso en el pie de nota anterior. Para el caso de la frecuencia de 0.10 d^{-1} se cree es un artificio debido a que esta frecuencia o sus *aliases* no aparecen en el análisis individual de cada campaña.

Tabla 5: Frecuencias de los picos más altos en los espectros de potencia de Fourier

Campaña	He I $\lambda 4471$			He II $\lambda 4542$		
	ν_1	ν_2	ν_3	ν_1	ν_2	ν_3
	(d ⁻¹)			(d ⁻¹)		
OHP Dec./2009	2.21	–	–	2.15	–	–
OHP Jun./2010	0.87	1.41	2.28	0.87	1.40	3.80
SPM Jun./2010	2.22	2.86	1.60	2.24	0.63	2.90
OHP Dec./2010	0.75	5.58	–	0.76	–	–
SPM Sep./2011	1.00:	4.17	0.55	1.00:	1.17	0.66
OHP Sep./2011	0.31	2.92	0.54	0.29	1.61	3.41
OHP & SPM Jun./2010	0.82	2.31	0.46	2.29	0.80	0.44

– Frecuencia difícil de determinar en el espectro de potencia.

: Pobre cobertura de fase para el correspondiente ciclo.

frecuencias significativas que muestran una buena concordancia con las frecuencias encontradas para cada campaña analizada de forma individual (ver tabla 5): tanto en los análisis individuales como en el análisis conjunto se encuentran tres grupos de frecuencias similares: aquellas contenidas entre 2.22 y 2.31 d⁻¹ (10.81 y 10.39 h respectivamente), aquellas cercanas a 0.87 (27.59 h) o su *alias* 2.86 d⁻¹ (8.39 h), y aquellas cercanas a 0.80 d⁻¹ (30.00 h) o su *alias* 3.80 d⁻¹ (6.32 h).

Un resultado importante que surge del análisis de Fourier de cada una de las series temporales aquí empleadas, es la inexistencia de alguna frecuencia que se repita en todas las series temporales. Si bien existen algunas frecuencias similares que aparecen repetidas en algunas campañas, estas no aparecen en todas (ver tabla 5). Este resultado tiene una implicación importante en la estabilidad temporal de las frecuencias encontradas, la cual será discutida en los siguientes capítulos.

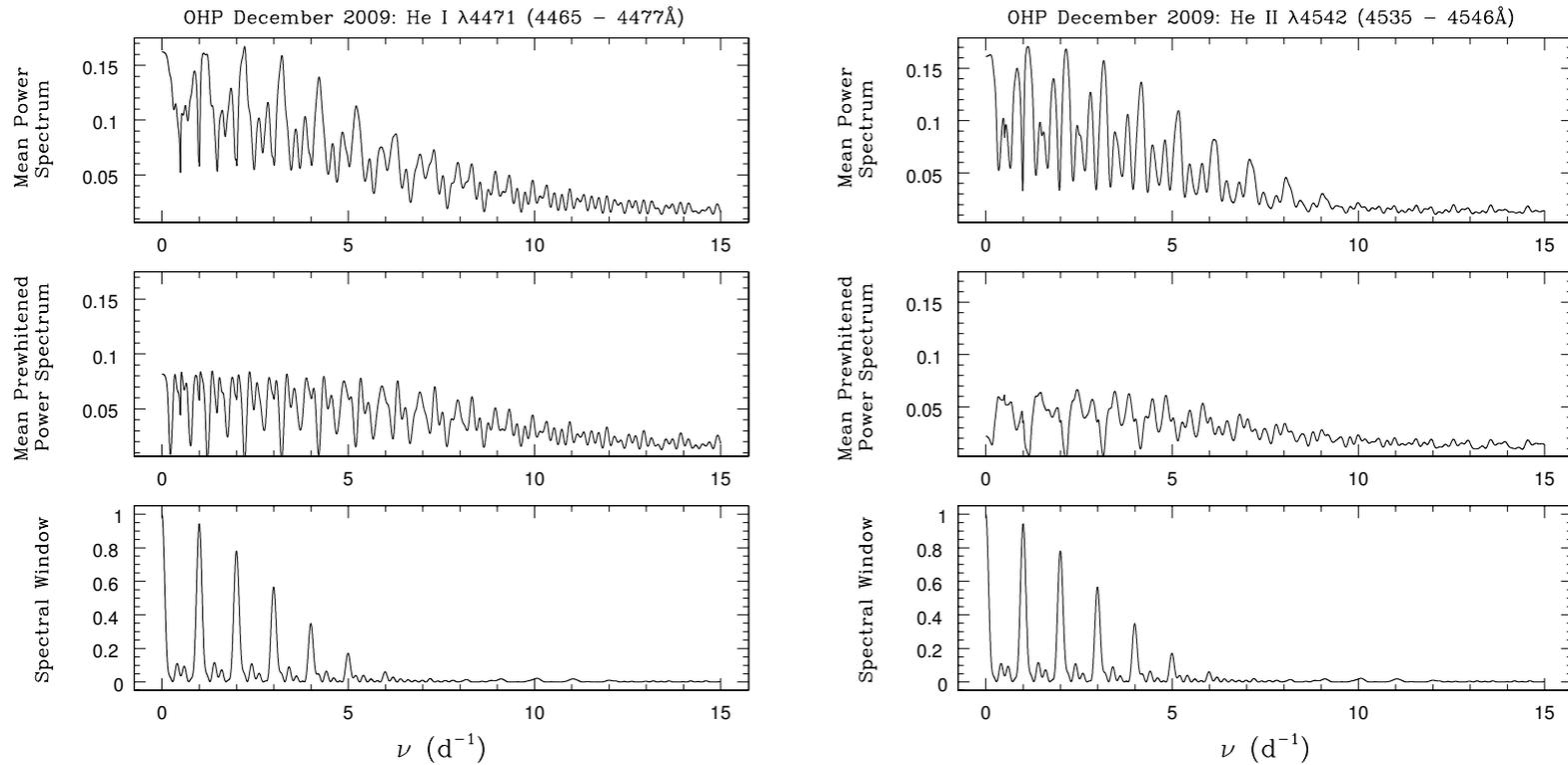


Figura 9: Espectros de potencia promedio original y *prewhitened* de las líneas He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$, de λ Cep, para cada una de las seis campañas observacionales empleadas. Para cada imagen se muestra, de arriba hacia abajo, el espectro de potencia de Fourier original, el espectro de potencia que resulta tras un *prewhitening* con las frecuencias listadas en la tabla 5, y la ventana espectral del muestreo para la serie temporal empleada.

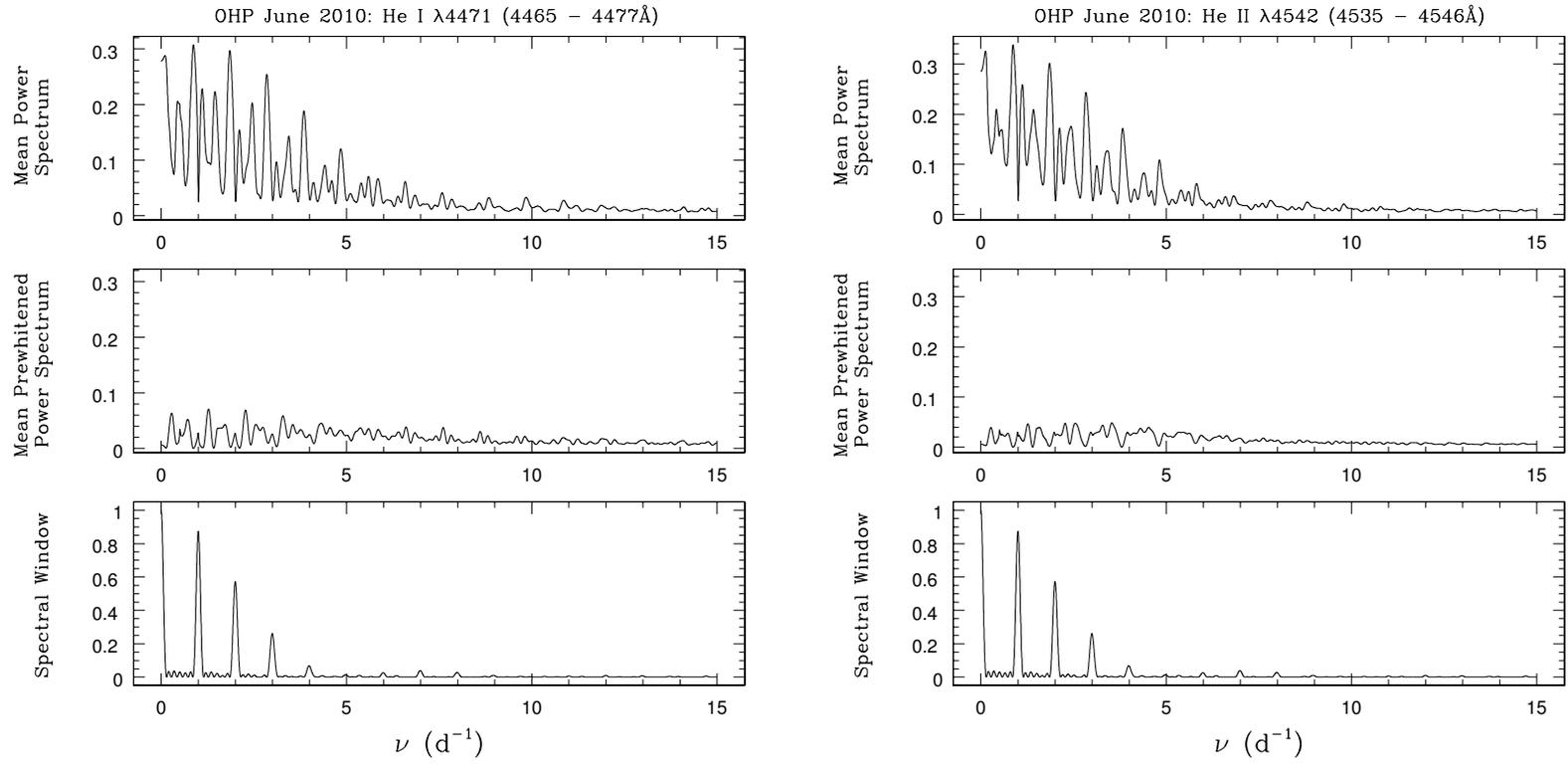


Figura 9: (Continuación)

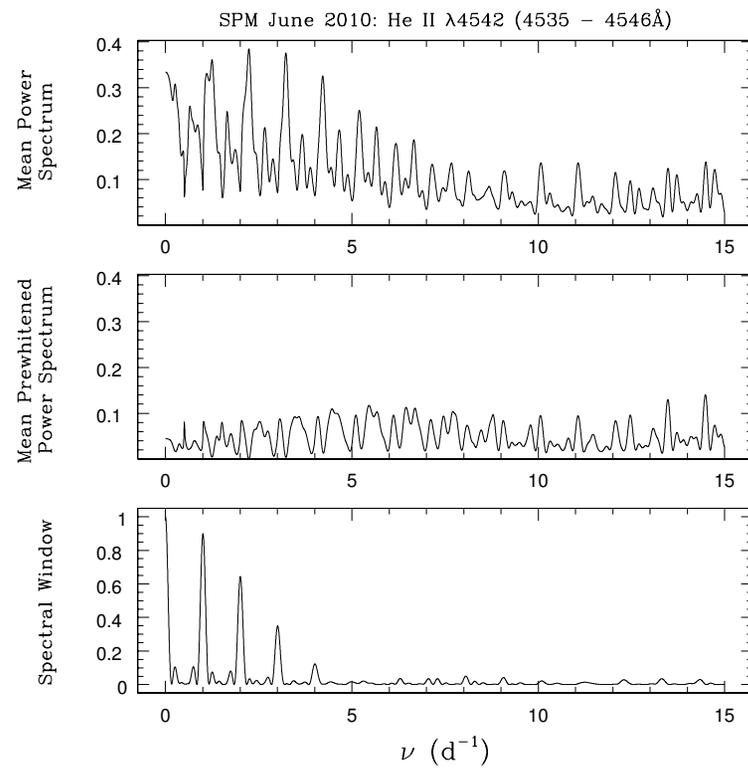
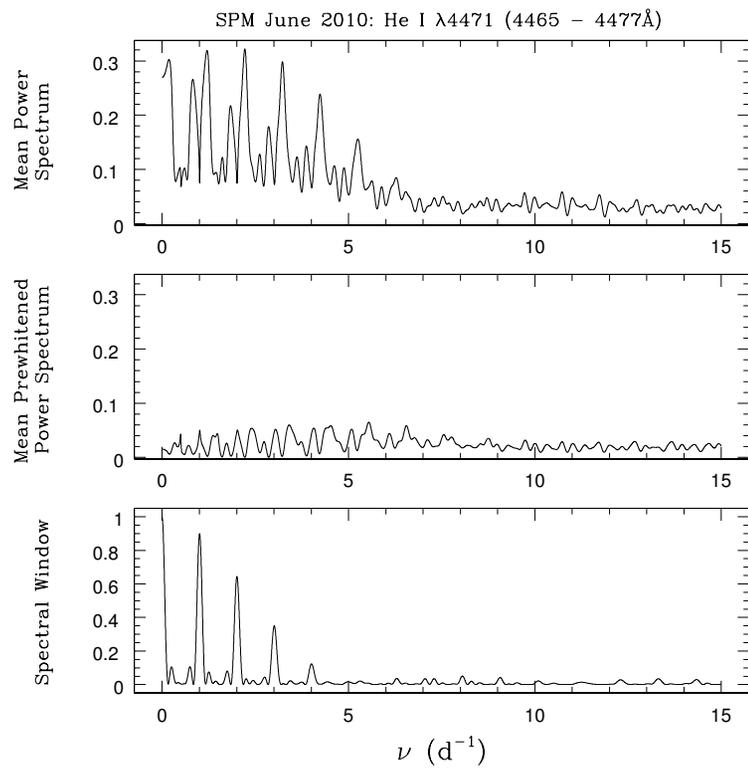


Figura 9: (Continuación)

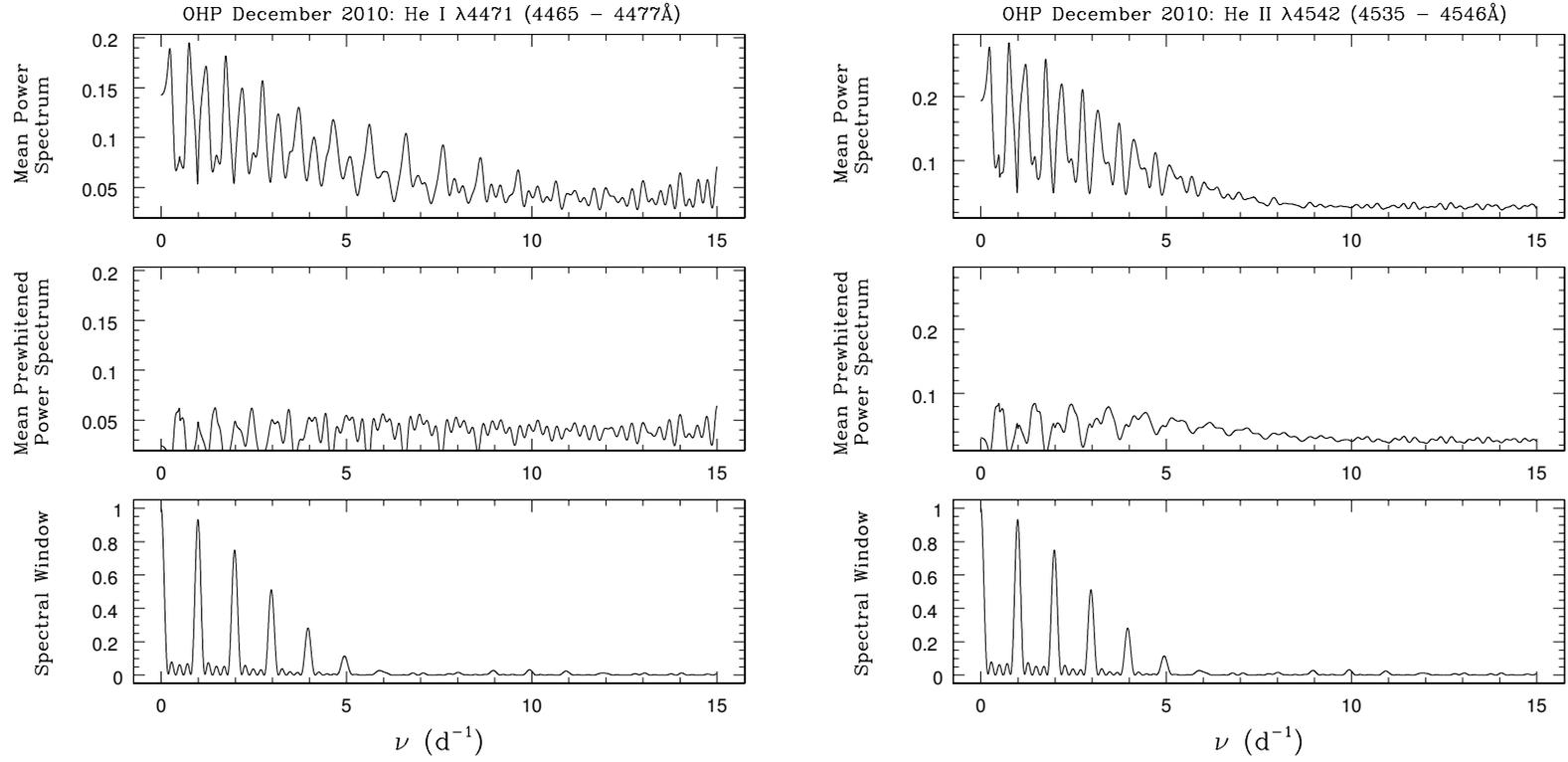


Figura 9: (Continuación)

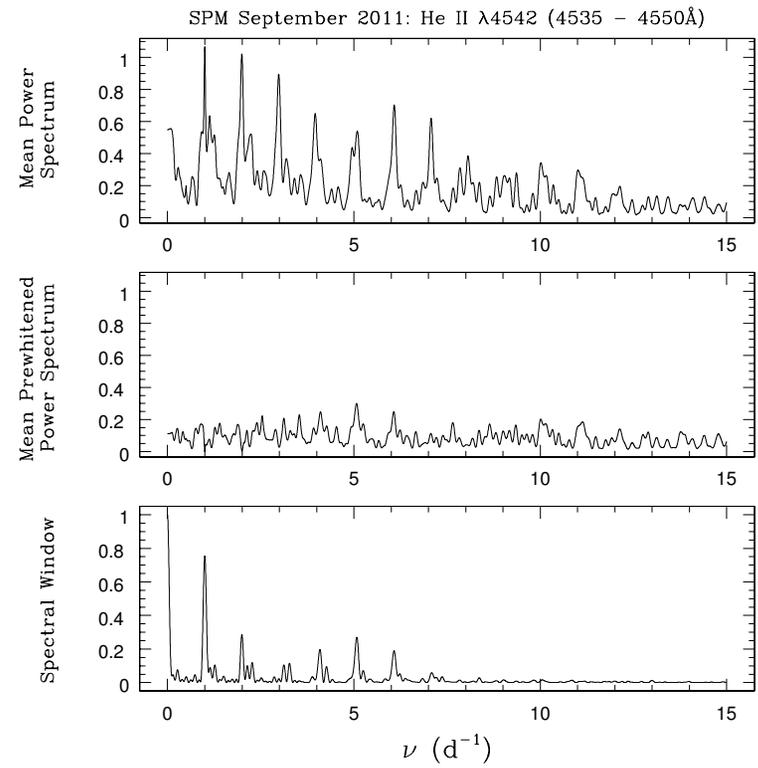
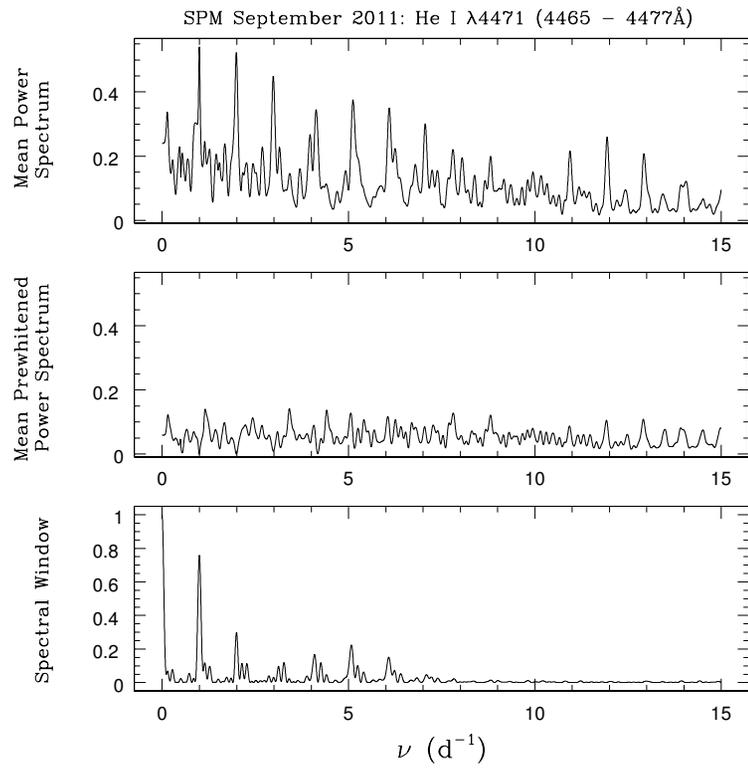


Figura 9: (Continuación)

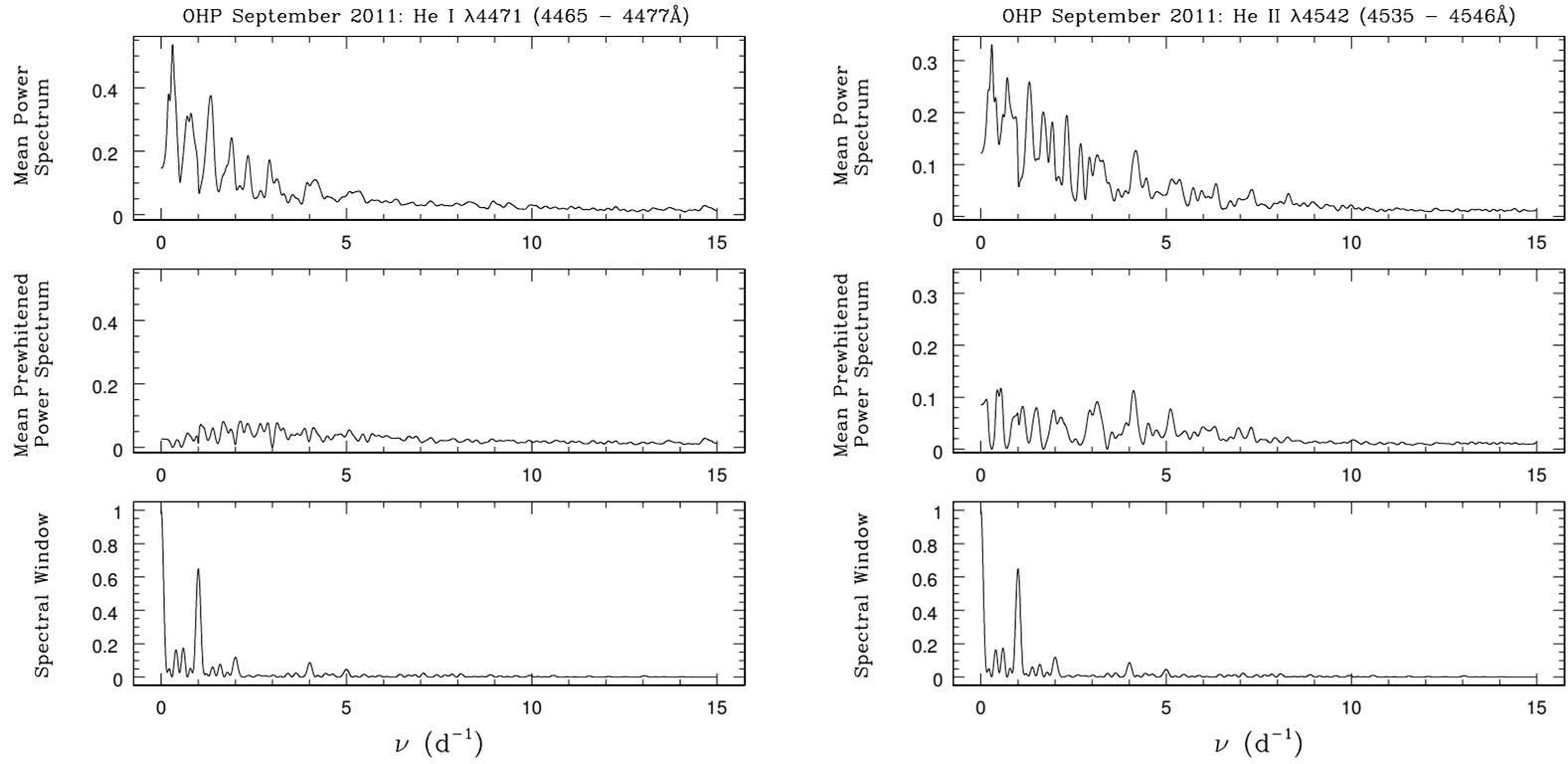


Figura 9: (Continuación)

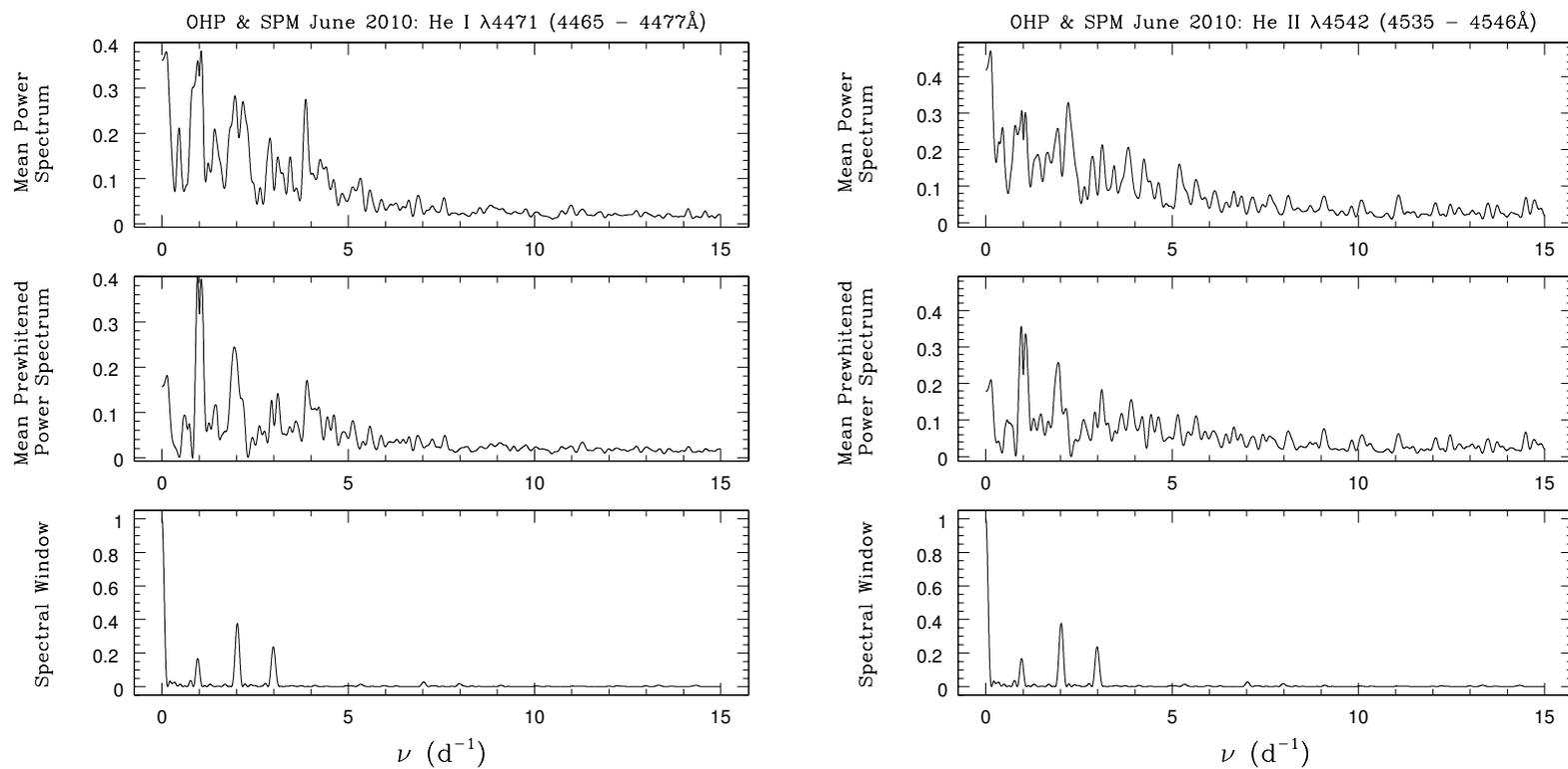


Figura 10: Espectros de potencia promedio original y *prewhitened* de las líneas He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$, de λ Cep, para la campaña simultanea OHP & OAN-SPM de Junio de 2010. Para cada imagen se muestra, de arriba hacia abajo, el espectro de potencia de Fourier original, el espectro de potencia que resulta tras un *prewhitening* con las frecuencias listadas en la tabla 5, y la ventana espectral del muestreo para la serie temporal empleada. Nótese como en el espectro de potencia *prewhitened* permanecen las frecuencias cercanas a 1.00 y 0.10 d^{-1} , las cuales han sido ignoradas ya que pueden ser el reflejo de variaciones artificiales introducidas por las diferencias en las normalizaciones realizadas.

¿NRP EN λ CEP? INESTABILIDAD A LARGO PLAZO DE SUS VARIACIONES

5.1 INTRODUCCIÓN

λ Cep es considerada en la literatura como una estrella pulsante. Los objetos de este tipo son variables intrínsecas cuyos cambios se deben a una expansión y contracción periódica de sus capas exteriores, las cuales son desplazadas a gran escala por las variaciones del flujo de energía al interior de ella. Esto significa que la estrella en realidad sufre cambios en su superficie, modificando localmente sus parámetros (luminosidad, temperatura, radio y velocidad radial). Cuando se habla de Pulsaciones No Radiales (NRP), se hace referencia a las oscilaciones que se propagan en todas las direcciones, desde el interior hasta la superficie estelar, y que se presentan con múltiples modos y frecuencias simultáneamente. Así, las perturbaciones en la fotosfera resultan ser complejas, ya que algunas regiones sobre ella se expanden mientras que otras se contraen generando patrones angulares de nodos y antinodos^a. De esta forma, las pulsaciones estelares son observadas como LPV de líneas formadas en la fotosfera.

La evidencia más firme de NRP en estrellas tipo-O proviene de dos estrellas O9.5 V: ζ Oph (Kambe et al. 1997) y HD 93521 (Rauw et al. 2008). Estas estrellas son rotadoras rápidas ($V \sin i > 370$ km/s) lo que podría indicar una relación entre pulsación estelar y rotación rápida. Sin embargo, dicha relación no es hecho establecido puesto que podría tratarse simplemente de un sesgo observacional, ya que la detección de pulsaciones estelares es más fácil cuando los perfiles de línea están ensanchados, además que la rotación estelar comprime la actividad pulsante hacia las zonas ecuatoriales (Townsend 2003) haciendo que esta se amplifique.

^a Una descripción más detallada de pulsaciones estelares y de características observables de las NRP se encuentra en el Apéndice D.

Con la puesta en marcha del satélite de alta precisión, *CoRoT*, han sido encontradas pulsaciones de tipo β -Cep^b en la estrella O9 V HD 46202 ([Briquet et al. 2011](#)), y probables *NRP* en la “estrella de Plaskett” (HD 47129, O8 III/I + O7.5 V/III, [Mahy et al. 2011](#)). Por otra parte, los datos del *CoRoT* también han revelado una situación más compleja en estrellas-O de la secuencia principal. Se ha encontrado que los espectros de potencia de Fourier de las estrellas O4 V ((f⁺)) HD 46223, O5.5 V ((f)) HD 46150 y O8 V HD 46966 están dominadas por el llamado “*red-noise*” (ruido-rojo), es decir, variaciones estocásticas cuyas potencias se incrementan hacia bajas frecuencias ([Blomme et al. 2011](#)). Para estos objetos, la presencia de genuinas pulsaciones podría no ser firmemente establecida. Lo anterior podría ser entonces un indicio de que la inestabilidad que causan las pulsaciones en las estrellas O-tardías no se extiende a las O-tempranas, al menos no en aquellas que se encuentran en la secuencia principal.

En este contexto, λ Cep ha resultado ser un interesante objetivo ya que, como todas las estrella Oef conocidas, es una estrella de rápida rotación y de tipo O-temprana. La conexión de sus *LPV* con *NRP* ha sido sugerida previamente en [de Jong et al. \(1999\)](#) y [Kholtygin et al. \(2011\)](#). Sin embargo, el resultado de cada estudio es basado en observaciones realizadas en una sola campaña, por lo que hasta el momento no se ha confirmado la estabilidad a largo plazo de las frecuencias encontradas por dichos autores. De hecho, se tiene el precedente de que otras estrellas Oef han mostrado una dependencia temporal en su variabilidad ([Rauw et al. 2003](#); [De Becker & Rauw 2004](#)).

Cabe aclarar que dado que las *NRP* son producidas en el interior de una estrella, en cierta etapa de su evolución, se espera que sus modos de oscilación sean estables, es decir, que existan en escalas de decenas a miles de años, por lo que una frecuencia no puede ser ligada a *NRP* si ésta no es estable a largo plazo. Entonces, para poder determinar la naturaleza pulsante de las variaciones presentes en λ Cep, es necesario evaluar, como primer paso, su estabilidad temporal a través de observaciones multi-época. Posteriormente, una frecuencia debe cumplir ciertos criterios para poder ser relacionada a una *NRP*: poseer un periodo corto de variación (típicamente de horas) y presentar un comportamiento específico de la modulación a través de los perfiles de línea (como se explicará más adelante).

^b Cortos periodos de pulsación del orden de 0.1 - 0.6 días con amplitudes de 0.06 - 0.30 magnitudes. El máximo brillo de dichas estrellas ocurre en su máxima contracción, es decir, al mínimo radio estelar.

Este trabajo intenta esclarecer esta supuesta relación entre las *NRP* y las *LPV* empleando los resultados obtenidos en el análisis de Fourier (sección 4.2.2). Primero, se discutirá la inestabilidad temporal de las frecuencias encontradas y posteriormente el comportamiento, observado en el perfil de las líneas espectrales, de las modulaciones relacionadas a dichas frecuencias.

5.2 DISCUSIÓN: INESTABILIDAD TEMPORAL DE LAS VARIACIONES EN λ CEP

De las frecuencias detectadas en los espectros de potencia (ver tabla 5, pag. 36), la mayoría se encuentra por debajo de los 3 d^{-1} . Y de estas, la única que podría estar relacionada a una periodicidad estable, es decir, que se mantenga presente en todas las campañas, es aquella cercana a los 2.20 d^{-1} (en realidad en el intervalo $2.15 - 2.31 \text{ d}^{-1}$; $P \sim 11.0 \text{ hrs.}$). Sin embargo, como se puede notar, su presencia en cada una de las campañas observacionales es fuertemente variable de una época a otra. Esta dependencia temporal puede ser genuina o ser resultado del muestreo de la serie temporal. Lo último es bien ilustrado en los resultados de la campaña de Junio de 2010. En la serie temporal del *OAN-SPM*, la frecuencia 2.2 d^{-1} se encuentra en el pico más significativo del espectrograma de ambas líneas estudiadas, mientras que para los datos del *OHP* aparece como la tercera frecuencia en el espectro de potencia de la línea $\text{He I } \lambda 4471$ y no es encontrada en la línea $\text{He II } \lambda 4542$.

A pesar de basar sus resultados en una sola línea espectral ($\text{He I } \lambda 4713$ en absorción) de λ Cep, observada durante cinco noches en una sola campaña multi-sitio, en *de Jong et al. (1999)* se determinan^c la presencia de dos frecuencias que se atribuyen a *NRP* de bajo orden con periodos de 12.3 ($\ell = 3$, $\nu = 1.96 \text{ d}^{-1}$) y 6.6 hrs. ($\ell = 5$, $\nu = 3.64 \text{ d}^{-1}$). Por un lado, los datos empleados en esta Tesis parecen confirmar la existencia (y estabilidad a largo plazo) de un periodo similar (en realidad de ~ 11 horas). Asumiendo que todas las detecciones de la tabla 5 en el rango de $2.15 - 2.31 \text{ d}^{-1}$ hacen referencia a la misma frecuencia, se ha estimado un valor de $2.23 \pm 0.08 \text{ d}^{-1}$, correspondiente a un periodo de 10.8 ± 0.4 horas, cuyo valor es típico de aquellos atribuidos a *NRP*. Sin embargo, como se mostrará en la sección 5.3, el grado de pulsación (ℓ) asociado a este periodo muestra diferencias de una época a otra, lo cual

^c Analizando 169 espectros con una S/N similar a la que se obtuvo en esta Tesis.

arroja dudas sobre su estabilidad temporal. Por otro lado, no se encuentra evidencia de la frecuencia de 3.64 d^{-1} reportada en [de Jong et al. \(1999\)](#), a pesar de que tal frecuencia sería bien muestreada por las series temporales empleadas, por lo que probablemente dicha frecuencia sea reflejo de un fenómeno transitorio.

En [Kholtygin et al. \(2011\)](#) se analizan dos series de observaciones espectroscópicas de λ Cep obtenidas en 1997 (3 noches) y 2007 (4 noches). Ellos encuentran LPV del 2 - 3 % del nivel de varias líneas de He I , He II y H I (ver tabla 2, pág. 8). De las tres noches disponibles en la serie temporal de 1997, solo una fue adecuada para que se realizara un análisis de Fourier, el cual reveló variaciones en la línea He II $\lambda 5412$ con una frecuencia entre $3 - 4 \text{ d}^{-1}$. La serie del 2007 tiene un muestreo menos denso que la de 1997, pero aún así en [Kholtygin et al. \(2011\)](#) se encuentran 13 frecuencias diferentes. Un grupo de 6 frecuencias (de 0.3 ± 0.3 a $1.6 \pm 0.3 \text{ d}^{-1}$) fueron interpretadas como modulaciones rotacionales, mientras que las 7 restantes (de 2.2 ± 0.3 a $6.9 \pm 0.3 \text{ d}^{-1}$) fueron relacionadas a NRP. Cabe recalcar que varias de estas frecuencias también aparecen, al menos una vez, en el análisis que en esta Tesis presenta (ver tabla 5). En [Kholtygin et al. \(2011\)](#) no se encuentran las frecuencias reportadas en [de Jong et al. \(1999\)](#) y la relación de las LPV con las NRP que ellos establecen fue basada en el supuesto de que las variaciones de periodos cortos, típicamente de algunas horas, son causadas por NRP, y no en un análisis del comportamiento de las modulaciones. Por esta razón, el siguiente paso para esclarecer la naturaleza pulsante de las LPV observadas en λ Cep es analizar el comportamiento de las modulaciones sobre el perfil de cada una de las líneas aquí estudiadas.

5.3 DISCUSIÓN: COMPORTAMIENTO DE LAS MODULACIONES A TRAVÉS DEL PERFIL DE LÍNEA

Establecer la presencia de una periodicidad en las LPV de λ Cep no necesariamente implica que este dada por NRP. Para verificar cuales de las frecuencias detectadas en el análisis de Fourier aquí realizado son buenas candidatas para NRP, se han inspeccionado los diagramas de amplitud y fase (figura 11) obtenidos durante el proceso

de *prewhitening* descrito en la sección 4.2.2. La amplitud ($A(\lambda)$) y fase ($\phi(\lambda)$) de cierta variación de frecuencia ν_q son calculadas usando las expresiones:

$$A_q(\lambda) = \sqrt{a_q(\lambda)^2 + b_q(\lambda)^2} \quad \text{y} \quad \phi_q(\lambda) = \arctan[b_q(\lambda)/a_q(\lambda)], \quad (3)$$

donde $a_q(\lambda)$ y $b_q(\lambda)$ son obtenidas del ajuste realizado con la ecuación (2) de la página 34.

Para el caso de *NRP* se espera que las perturbaciones fotosféricas produzcan un patrón alternado de exceso y déficit de absorción que atraviesan el perfil de línea, del lado azul al rojo (“*redward*”), conforme la estrella rota (por efecto Doppler). Esto resulta en una decreciente, progresiva y monótona variación de la fase de la modulación en función de la longitud de onda (o de la velocidad heliocéntrica^d), $\phi(\lambda)$, a través del perfil de una línea espectral (ver sección D.3 y últimos paneles de la figura 23).

En los datos empleados en esta Tesis, sólo un subconjunto de las frecuencias identificadas en la tabla 5 presentan una progresión monótona de la fase ϕ a través de aquellas partes donde la amplitud de la variación es significativa (por ejemplo la frecuencia ν_1 de la línea He I $\lambda 4471$ de la campaña *OHP-Junio/2010* en la figura 11), mientras que otras frecuencias no muestran una tendencia coherente (por ejemplo la frecuencia ν_3 de la línea He II $\lambda 4442$ de la campaña *OHP-Junio/2010* en la figura 11).

En *Telting & Schrijvers (1997)* y *Schrijvers & Telting (1999)* se presentan expresiones lineales que relacionan la diferencia de fase observada ($\Delta\phi$) entre la parte azul y roja del perfil de línea, con el grado de pulsación (ℓ), así como la diferencia de fase de la variación en el primer armónico ($\Delta\phi_1$) con el valor absoluto del orden azimutal ($|m|$). Estas relaciones trabajan a primer orden para modos de pulsación esferoidales y toroidales, sectoriales y tesseractales con $\ell \leq 15$ y $|m| \geq 2$ (*Telting & Schrijvers 1997*). En esta Tesis, no se realizó detección del primer armónico, por lo cuál no se ha podido determinar el valor de $|m|$. Pero sí se ha calculado el grado de pulsación ℓ usando las relaciones presentadas en *Schrijvers & Telting (1999)*, de las cuales promediando se obtiene:

$$\ell \approx 0.24 + 1.11|\Delta\phi|/\pi. \quad (4)$$

^d Transformación que se realiza mediante la ecuación del efecto Doppler: $v = \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}\right)c$, donde v es la velocidad del emisor, λ la longitud de onda del emisor, λ_0 la longitud de onda de la línea espectral estudiada y c la velocidad de la luz.

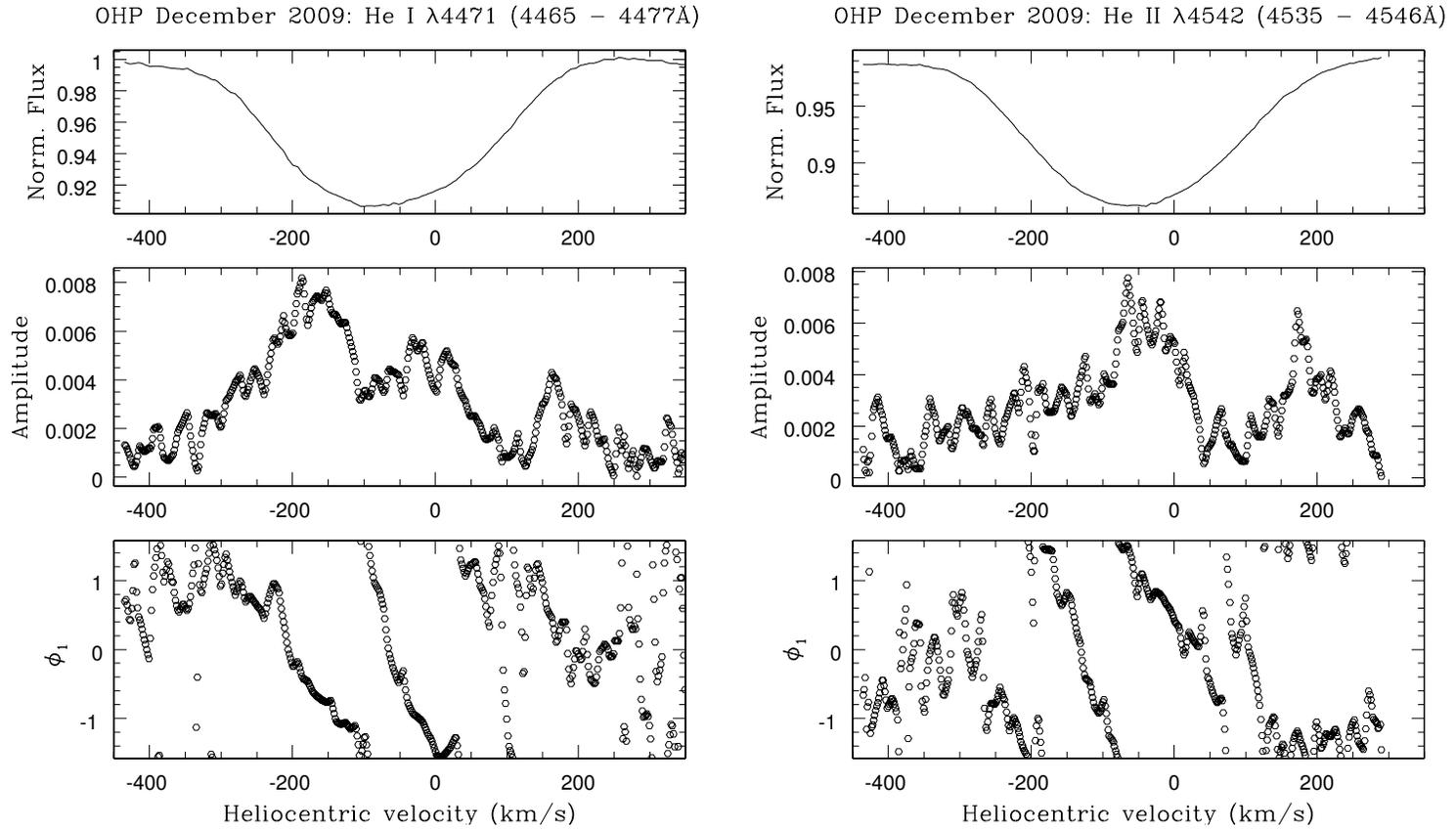


Figura 11: Diagramas de amplitud y fase de las variaciones asociadas a las diferentes frecuencias listadas en la tabla 5 (hexágonos negros, cruces rojas y estrellas azules corresponden a ν_1 , ν_2 y ν_3 respectivamente), para las líneas He I λ 4471 y He II λ 4542, de λ Cep, en cada una de las seis campañas observacionales empleadas. Tanto la amplitud como la fase están en función de la velocidad radial a través del perfil de línea y son expresadas en unidades del nivel del continuo y radianes, respectivamente.

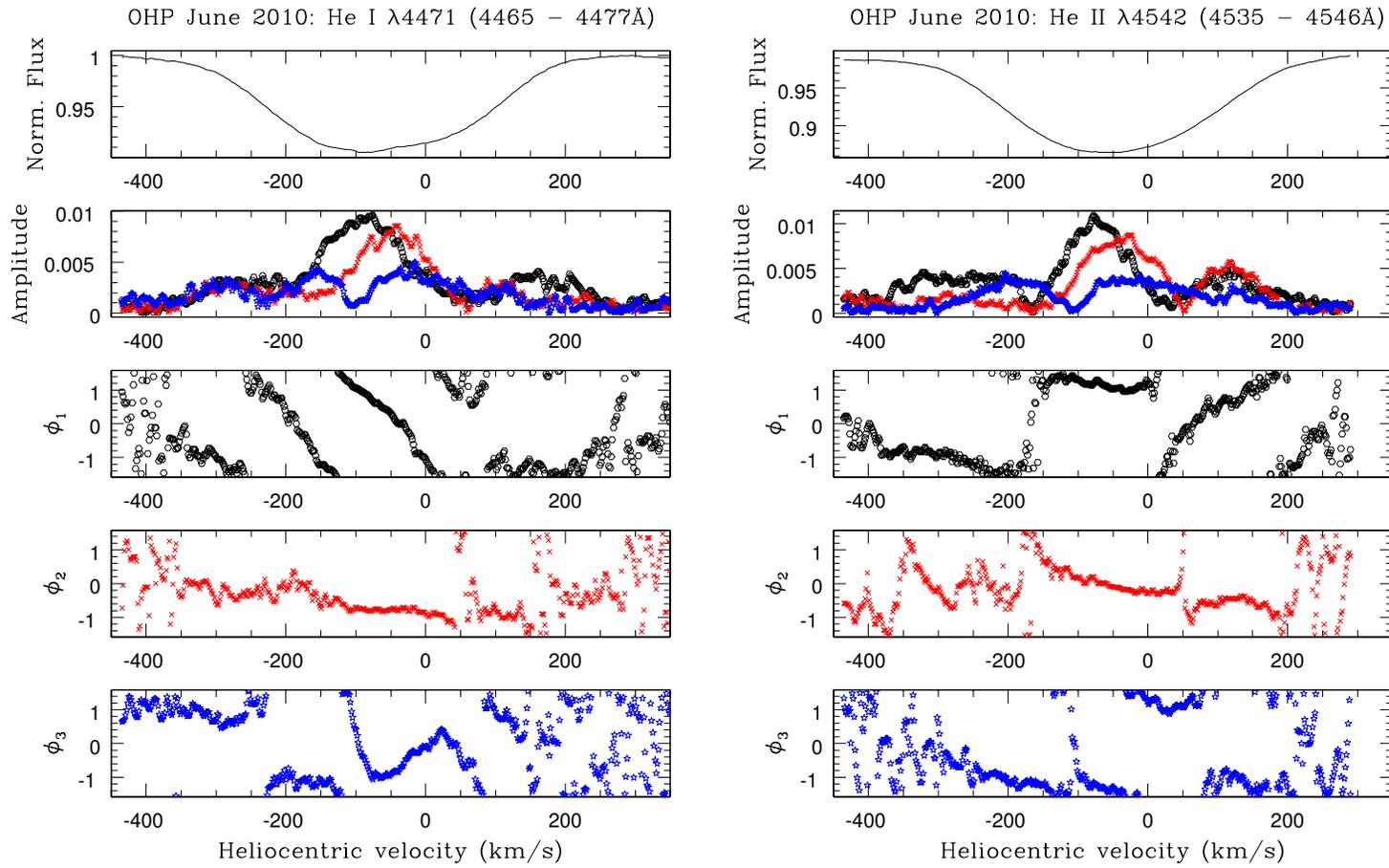


Figura 11: (Continuación)

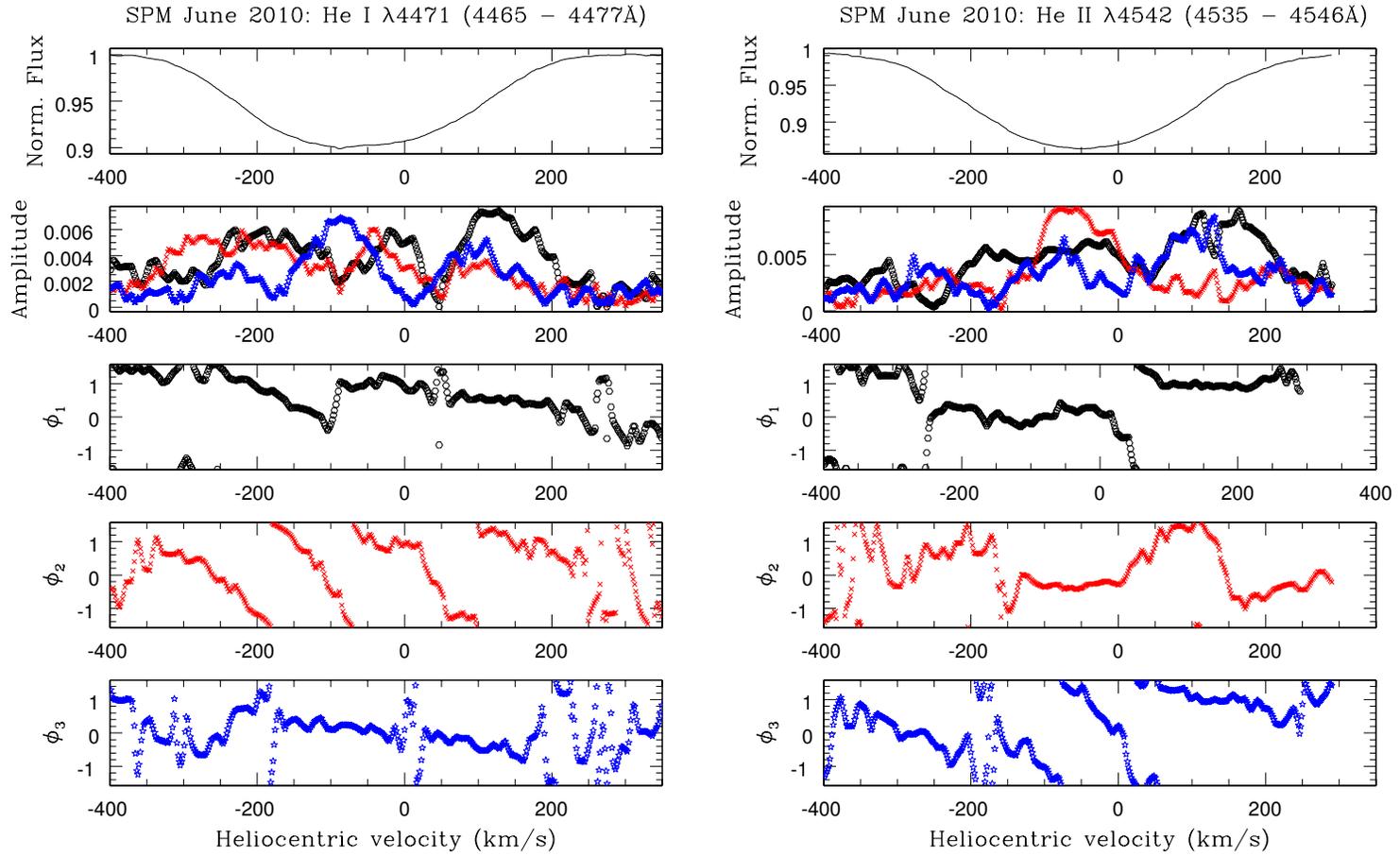


Figura 11: (Continuación)

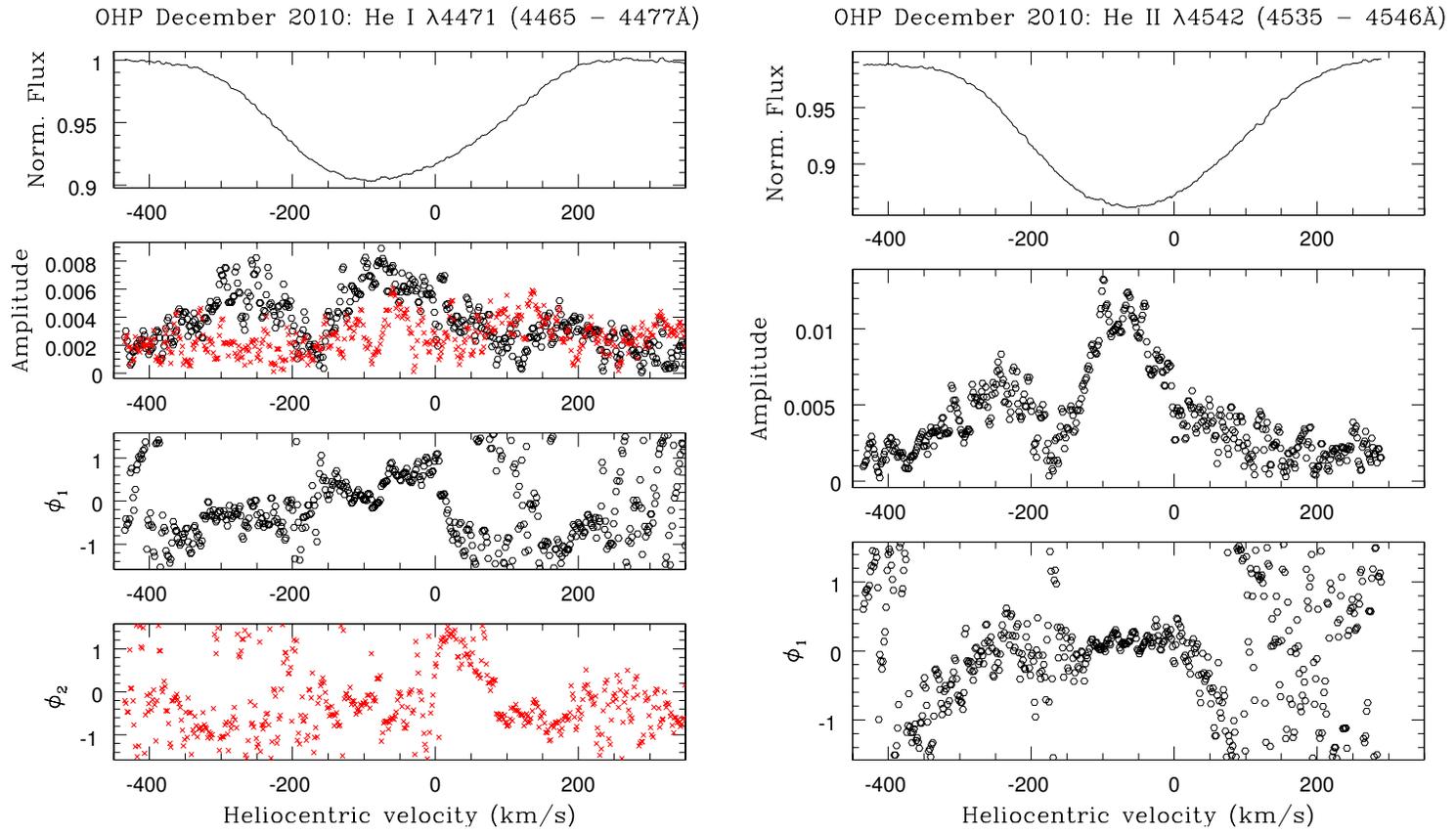


Figura 11: (Continuación)

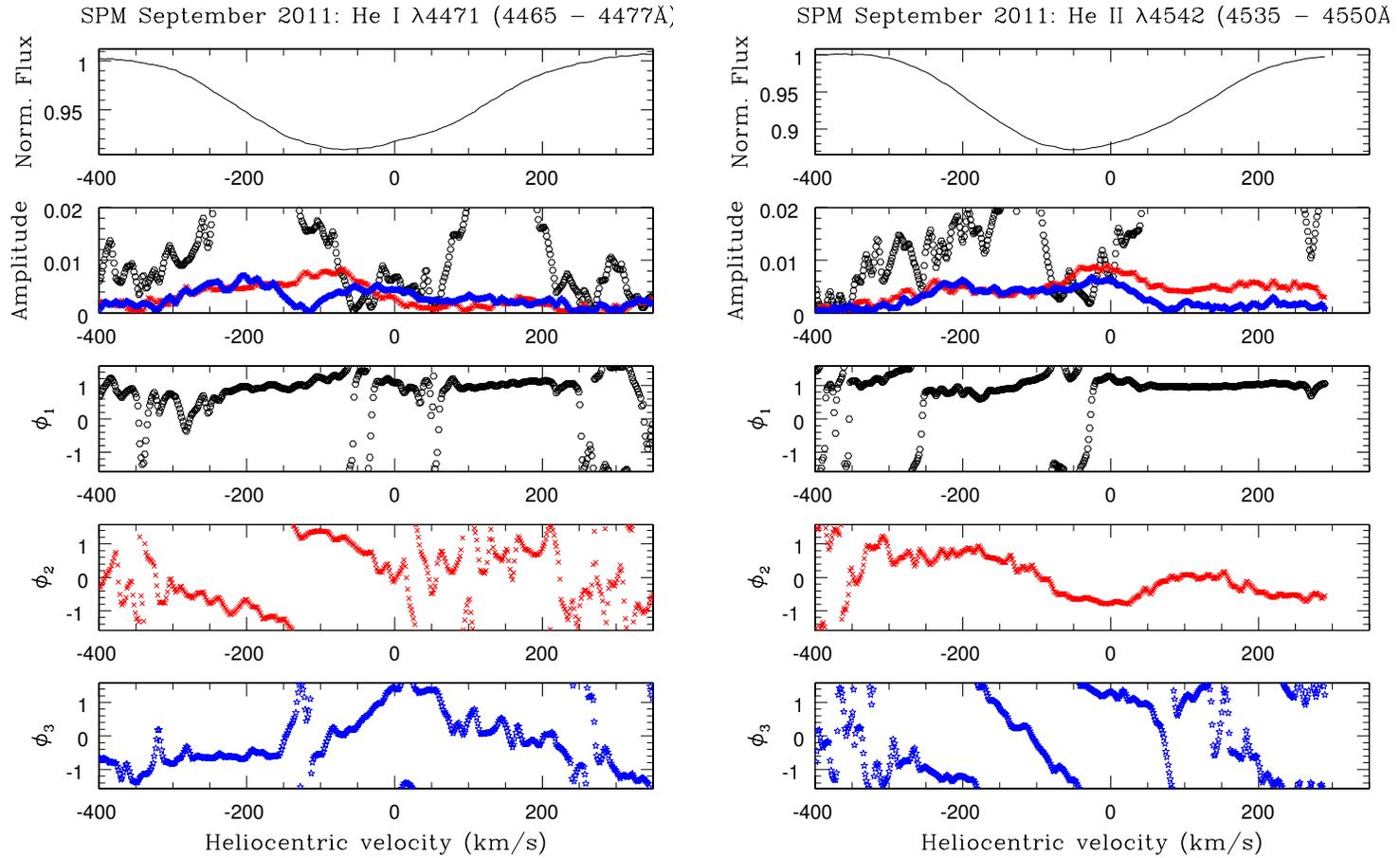


Figura 11: (Continuación). Nota: La amplitud para la frecuencia $\nu_1 = 1.0 \text{ d}^{-1}$ (hexágonos negros), de ambas líneas, alcanza niveles que exceden (~ 0.03 para He I $\lambda 4471$ y ~ 0.06 para He II $\lambda 4542$) lo observado en las frecuencias restantes de esta y las otras campañas ($\lesssim 0.01$), lo cual refuerza la hipótesis de que dicha variación no está relacionada a algún fenómeno propio de la estrella y posiblemente se trate de un artefacto del proceso de normalización.

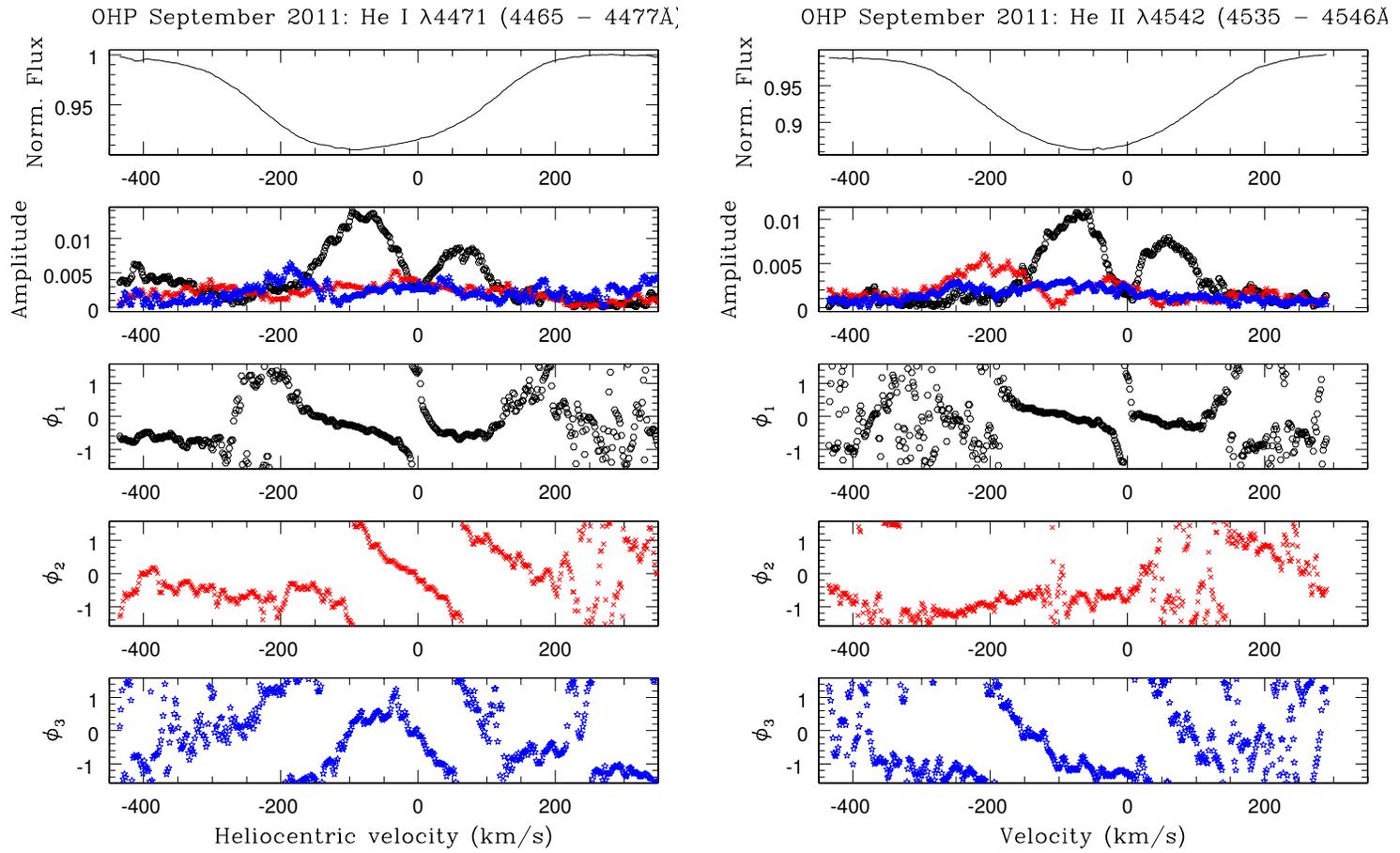


Figura 11: (Continuación)

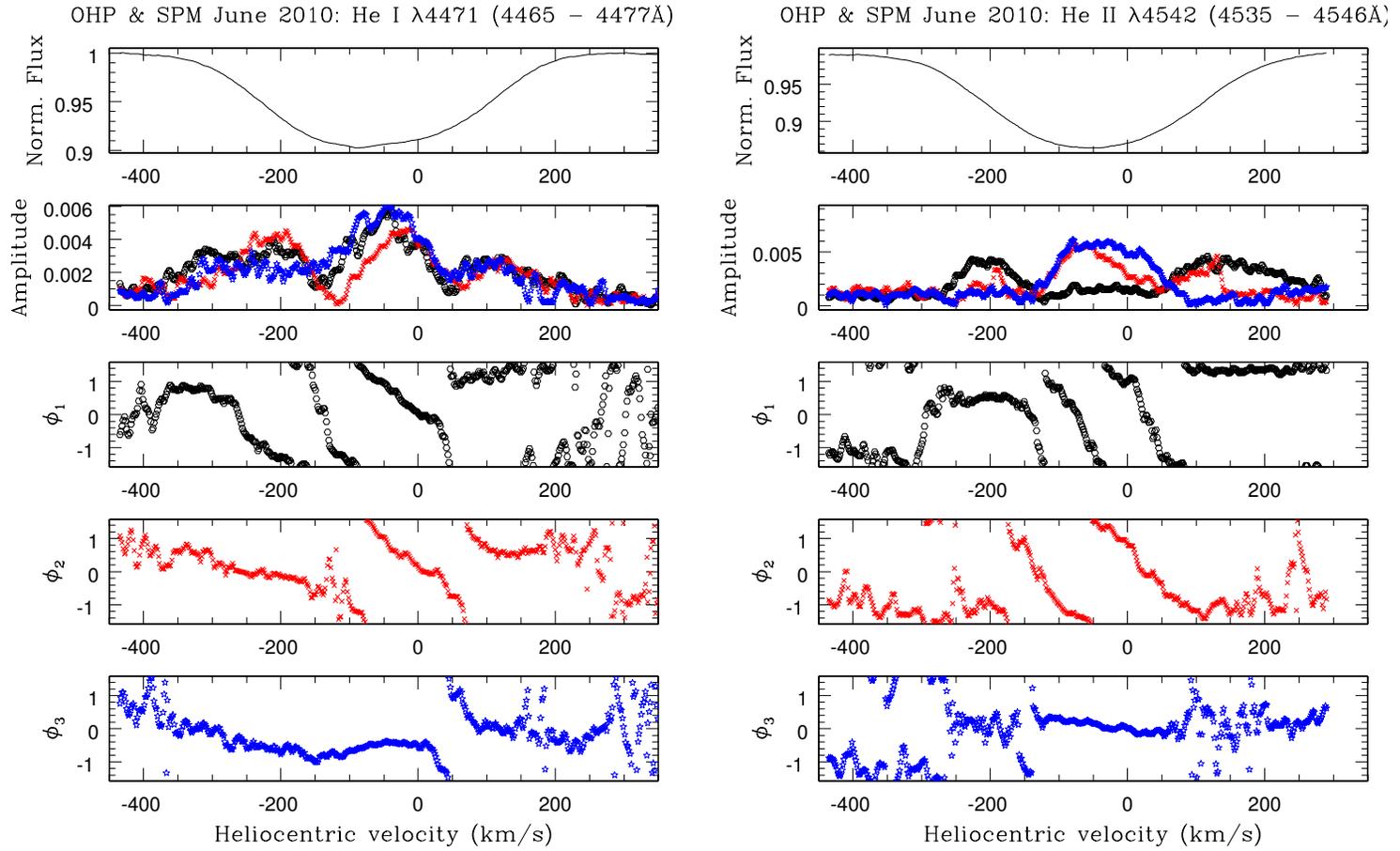


Figura 11: (Continuación). Nota: Campaña conjunta de Junio de 2010.

Tabla 6: Propiedades de candidatos a NRP

ν (d^{-1})	P (hrs.)	Línea	Campaña	$ \Delta\phi /\pi$	ℓ
0.29	82.8	He II $\lambda 4542$	OHP Sep/2011	~ 1.7	2
0.31	77.4	He I $\lambda 4471$	OHP Sep/2011	~ 1.7	2
0.44	54.5	He II $\lambda 4542$	OHP & SPM Jun/2010	~ 0.3	–
0.46	52.2	He I $\lambda 4471$	OHP & SPM Jun/2010	~ 1.0	–
0.54	44.4	He I $\lambda 4471$	OHP Sep/2011	~ 2.0	2 – 3
0.66	36.4	He II $\lambda 4542$	SPM Sep/2011	~ 1.5	2
0.80	30.0	He II $\lambda 4542$	OHP & SPM Jun/2010	~ 2.2	2 – 3
0.82	29.3	He I $\lambda 4471$	OHP & SPM Jun/2010	~ 3.0	3 – 4
0.87	27.6	He I $\lambda 4471$	OHP Jun/2010	~ 2.5	3
1.17	20.5	He II $\lambda 4542$	SPM Sep/2011	~ 0.8	–
1.60	15.0	He I $\lambda 4471$	SPM Jun/2010	~ 0.5	–
2.15	11.2	He II $\lambda 4542$	OHP Dic/2009	~ 2.5	3
2.21	10.9	He I $\lambda 4471$	OHP Dic/2009	~ 2.7	3
2.22	10.8	He I $\lambda 4471$	SPM Jun/2010	~ 0.8	–
2.29	10.5	He II $\lambda 4542$	OHP & SPM Jun/2010	~ 2.8	3
2.31	10.4	He I $\lambda 4471$	OHP & SPM Jun/2010	~ 2.0	2 – 3
2.86	8.4	He I $\lambda 4471$	SPM Jun/2010	~ 3.5	4
2.90	8.3	He II $\lambda 4542$	SPM Jun/2010	~ 3.5	4
2.92	8.2	He I $\lambda 4471$	OHP Sep/2011	~ 2.5	3
3.41	7.0	He II $\lambda 4542$	OHP Sep/2011	~ 1.5	2
4.17	5.8	He I $\lambda 4471$	SPM Sep/2011	~ 1.5	2

Los resultados son presentados en la tabla 6. Se hace notar que no se han expresado los valores para $\ell < 2$, ya que dichos valores están fuera de las condiciones de aplicabilidad de las relaciones de [Schrijvers & Telting \(1999\)](#).

El hecho de que una frecuencia aparezca en la tabla 6 no necesariamente implica que esté realmente asociada a una NRP. De hecho varias de estas frecuencias se comportan de manera diferentes en las distintas épocas o líneas. Por ejemplo, no se observa alguna tendencia clara en la fase de la frecuencia 0.63 d^{-1} de la serie del [OAN-SPM-Junio/2010](#), a pesar de que la misma frecuencia (0.66 d^{-1}) sí muestra un comportamiento monótono para los datos del [OAN-SPM-Septiembre/2011](#). La frecuencia 0.87 d^{-1} , la cual aparece en ambas líneas de la campaña del [OHP-Junio/2010](#), sólo muestra una clara progresión de su fase en la línea de He I $\lambda 4471$. De una forma sim-

ilar, no se observa una tendencia monótona de la fase de la frecuencia 2.24 d^{-1} en la línea He II $\lambda 4542$ para los datos del OAN-SPM-Junio/2010, mientras que la variación es mucho más progresiva para la frecuencia 2.22 d^{-1} en la línea He I $\lambda 4471$ de la misma campaña. Sin embargo, en el último caso $|\Delta\phi| < \pi$, lo cual contrasta fuertemente con el claro comportamiento de la fase ($|\Delta\phi| \approx 2.5 - 2.7\pi$) observado en las frecuencias 2.15 y 2.21 d^{-1} de la serie temporal OHP-Diciembre/2009. Lo cual podría sugerir que no se está observando el mismo modo de pulsación en las diferentes épocas. Finalmente, se observan frecuencias que tienen similar comportamiento en ambas líneas de una misma serie temporal, pero que debido a que no aparecen en otras campañas no pueden ser relacionadas a modos estables de pulsación: $\nu = 0.29 - 0.30 \text{ d}^{-1}$, $\ell \approx 2$ y $\nu = 2.86 - 2.90 \text{ d}^{-1}$, $\ell \approx 4$.

Todo lo anterior indica que no existe evidencia sólida de NRP persistentes en λ Cep. En cambio, los distintos modos detectados presentan inestabilidad, incluso teniendo un comportamiento típico de NRP. Esto sugiere que el posible causante de las LPV presentes en λ Cep es un fenómeno transitorio que puede imitar (durante intervalos de tiempo de algunos días) las características observables de las NRP. La posibilidad de que dicho fenómeno esté relacionado a múltiples puntos brillantes sobre la superficie estelar será tratada en el siguiente capítulo.

¿PUNTOS BRILLANTES? VARIABILIDAD A CORTO PLAZO

6.1 INTRODUCCIÓN

La falta de un periodo estable de variabilidad, discutido en el capítulo anterior, podría ser indicador de un fenómeno estocástico, caótico o cuasi-periódico. Fenómeno que probablemente se extienda a la variabilidad de líneas del viento en estrellas como λ Cep^a. De hecho, en [Rauw et al. \(2003\)](#) y [De Becker & Rauw \(2004\)](#) se encuentra una variabilidad substancial en la línea de emisión He II $\lambda 4686$ de otras estrellas Oef con periodicidades que aparentemente existen sólo en escalas de tiempo típicas de una campaña observacional, pero que no son estables a largo plazo. Recientemente en [Henrichs & Sudnik \(2014\)](#) se obtiene un resultado similar para la variabilidad de esta línea en la estrella λ Cep. Ellos sugieren que esta situación es el reflejo de la presencia de numerosos “bucles magnéticos”, de corta duración, localizados sobre la superficie estelar, co-rotando con la estrella y que ellos denominan “prominencias estelares” (ver Apéndice F). Dichas prominencias estarían localizadas sobre los llamados “*co-rotating magnetic bright spots*” (CMBS).

Desde hace muy poco, la idea de CMBS sobre la superficie estelar (similares a “*sun-spots*”), para explicar variabilidades estelares, ha estado ganando fuerza ([Aerts et al. 2013](#); [Degroote et al. 2010](#)). Sin embargo, resulta sorprendente establecer una relación entre LPV y CMBS ya que se ha creído, durante mucho tiempo, que las estrellas masivas no poseen zonas convectivas excepto en las partes más profundas de su interior. Esta percepción ha cambiado a partir del modelo desarrollado en [Cantiello et al. \(2009\)](#), donde se encuentra una zona convectiva debajo de la superficie estelar la cual es causada por una ZIP (Zona de Ionización Parcial) de hierro (Fe) a una $T \sim 170000$ K. Dicha ZIP podría ser la fuente de un campo magnético global que generaría CMBS

^a Es probable que perturbaciones fotosféricas (como en el caso de [NRP](#)) se propaguen hacia el viento estelar acelerado conduciendo a la formación de estructuras de gran escala capaces de generar significativas modulaciones en los perfiles de línea. ([Cranmer et al. 1996](#))

en la superficie estelar con un tiempo de vida de unas cuantas horas ([Cantiello & Braithwaite 2011](#)).

El primer caso de [CMBS](#) en una estrella tipo-O fue reportado en [Ramaramanantsoa et al. \(2014\)](#), donde se estudió la estrella O9.5 III(n)((f)), ξ Per, la cual también es considerada una estrella pulsante^b. En dicho estudio, se utilizan datos fotométricos obtenidos con el satélite [MOST](#) (*Microvariability and Oscillations of Stars*). El análisis a esos datos no reveló periodos cortos de variabilidad (típicamente de horas) pero sí varios periodos en el rango de días, por lo que no se detectaron [NRP](#) en la fotometría. Ante esto, los autores se basan en la hipótesis de múltiples *bright spots* para explicar la variabilidad observada. Utilizan un modelo para ajustar la intensidad de una docena de [CMBS](#) que aparecen, desaparecen y tienen sus máximos de intensidad a diferentes momentos y cuyos tiempos de vida son de unos cuantos días. El ajuste que ellos realizan conduce a una curva de luz y periodograma similares a las obtenidas con sus observaciones.

Para λ Cep, la posibilidad de presentar [CMBS](#) en su superficie ha sido sugerida por los resultados del ajuste de prominencias estelares a los perfiles de algunas línea del viento ([Henrichs & Sudnik 2014](#)). Hasta la fecha, ningún estudio, como el realizado a ξ Per, se ha llevado a cabo en λ Cep, ya que desafortunadamente este es no-observable por [MOST](#) ([Ramaramanantsoa et al. 2014](#)). Por otro lado, tampoco se ha realizado una firme detección de algún campo magnético que señale la existencia de una capa convectiva bajo su superficie y por consiguiente la existencia de [CMBS](#). La única detección que se ha realizado sólo establece un límite superior de 1 kG en la componente longitudinal del campo magnético ([Kholtygin et al. 2011](#)). A pesar de todo esto, si el escenario propuesto en [Henrichs & Sudnik \(2014\)](#) es correcto, se necesitarían de 10 [CMBS](#) sobre la superficie estelar (considerando un periodo de rotación de ~ 4.5 días) para causar la variación cuasi-periódica, de 10.8 horas, detectada en esta Tesis.

La importancia de los [CMBS](#) radica en el hecho de que estos al girar junto con la estrella, a través de la línea de visión, imitan el comportamiento de las [LPV](#), usualmente atribuido a [NRP](#), pero en cortas escalas de tiempo y sin la necesidad de una estabilidad a largo plazo. Por ello, y en virtud de los resultados hasta ahora presentados,

^b En el mismo trabajo realizado para λ Cep, [de Jong et al. \(1999\)](#), se determina para ξ Per un periodo de 3.5 hrs. atribuido a una [NRP](#) con $\ell = 3$.

se ha decidido analizar las series temporales obtenidas en búsqueda de patrones de variabilidad a corto plazo.

6.2 DISCUSIÓN: VARIABILIDAD A CORTA ESCALA DE TIEMPO

La figura 12 muestra los diagramas de flujo residual^c para cada una de las seis series temporales empleadas. Estos diagramas son obtenidos al sustraer el perfil de línea promedio a cada uno de los perfiles de la serie temporal de acuerdo a la ecuación (5) del Apéndice A. Estas imágenes revelan algunas cuestiones interesantes:

1. En algunas campañas (por ejemplo la serie OHP-Junio/2010) existe una variabilidad persistente y clara, con una amplitud pico a pico de $\sim 3\%$, que se desplaza del lado azul al lado rojo (*“redward”*) sobre el perfil de las líneas de absorción, consistente con sub-estructuras sobre la fotosfera de una estrella giratoria y similar al comportamiento que se observa en los perfiles de línea de estrellas pulsadoras no-radiales. Sin embargo, en otras campañas tal variabilidad es menos notable (por ejemplo en OHP-Diciembre/2010).
2. Al igual que en la figura 7 (pág. 20), aquí se observa cómo dicha variabilidad está concentrada sobre el perfil de línea (dentro de $|V \sin i| = 223 \text{ km/s}$), siendo más prominente en la parte central.
3. Para cada una de las seis campañas, el patrón de variabilidad visto en el perfil de la línea He I $\lambda 4471$ es muy similar al observado en el de He II $\lambda 4542$. Sin embargo, dicho patrón de variabilidad no es totalmente constante a lo largo de la campaña, los anchos y la fuerza de las sub-estructuras varían de noche a noche.

Los puntos anteriores señalan la existencia de una genuina variabilidad cuya manifestación se realiza en cortas escalas de tiempo, ya que su comportamiento varía noche a noche y de campaña en campaña. Esto sugiere que la naturaleza del fenómeno que causa tal variabilidad es transitoria. El mejor candidato para ello es la presencia de múltiples CMBS sobre la superficie estelar. Por consiguiente, esta Tesis intenta buscar evidencia que indique o descarte dicha posibilidad.

^c También son conocidos en la literatura como espectros dinámicos.

OHP December 2009

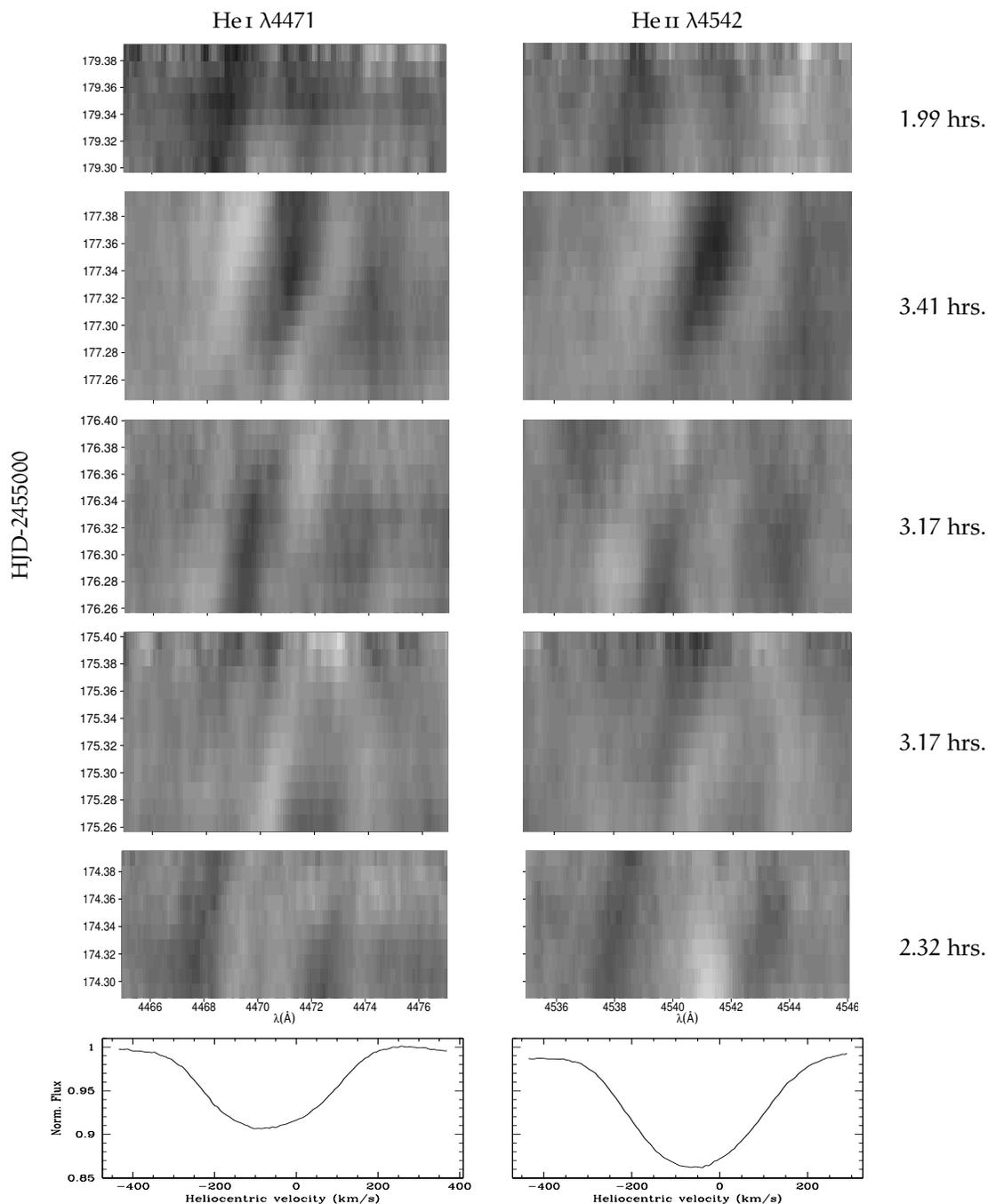


Figura 12: Diagramas en escala de grises ilustrando, para cada una de las seis series temporales empleadas, el residuo de cada perfil de línea individual de He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$ con el perfil promedio (mostrado por el panel más inferior). El eje vertical en los diagramas en gris indica la fecha de observación. La duración en horas de cada segmento es mostrada a la derecha. La máxima amplitud (pico a pico) del flujo residual es de $\sim 3\%$ del nivel del continuo.

OHP June 2010

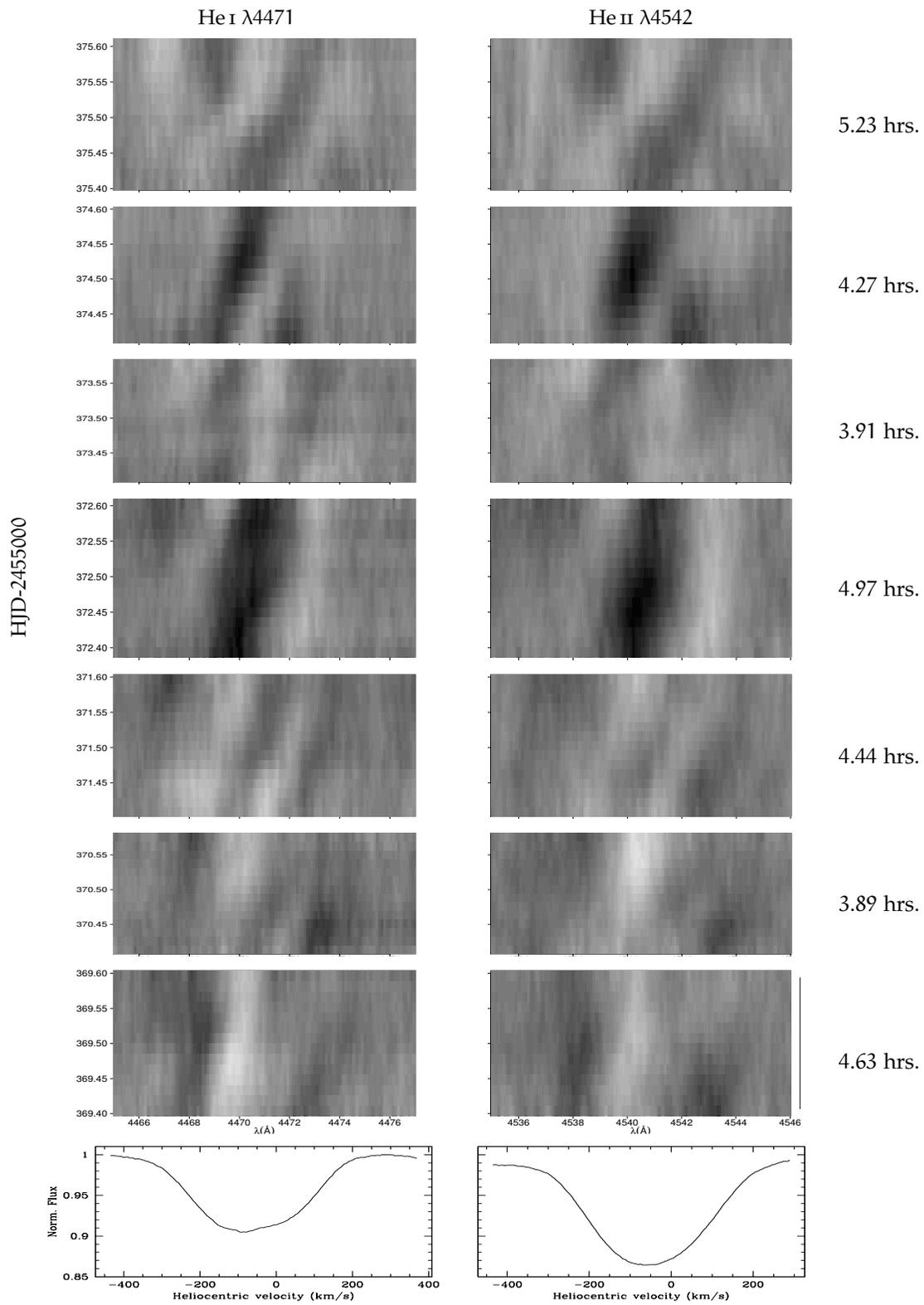


Figura 12: (Continuación)

SPM June 2010

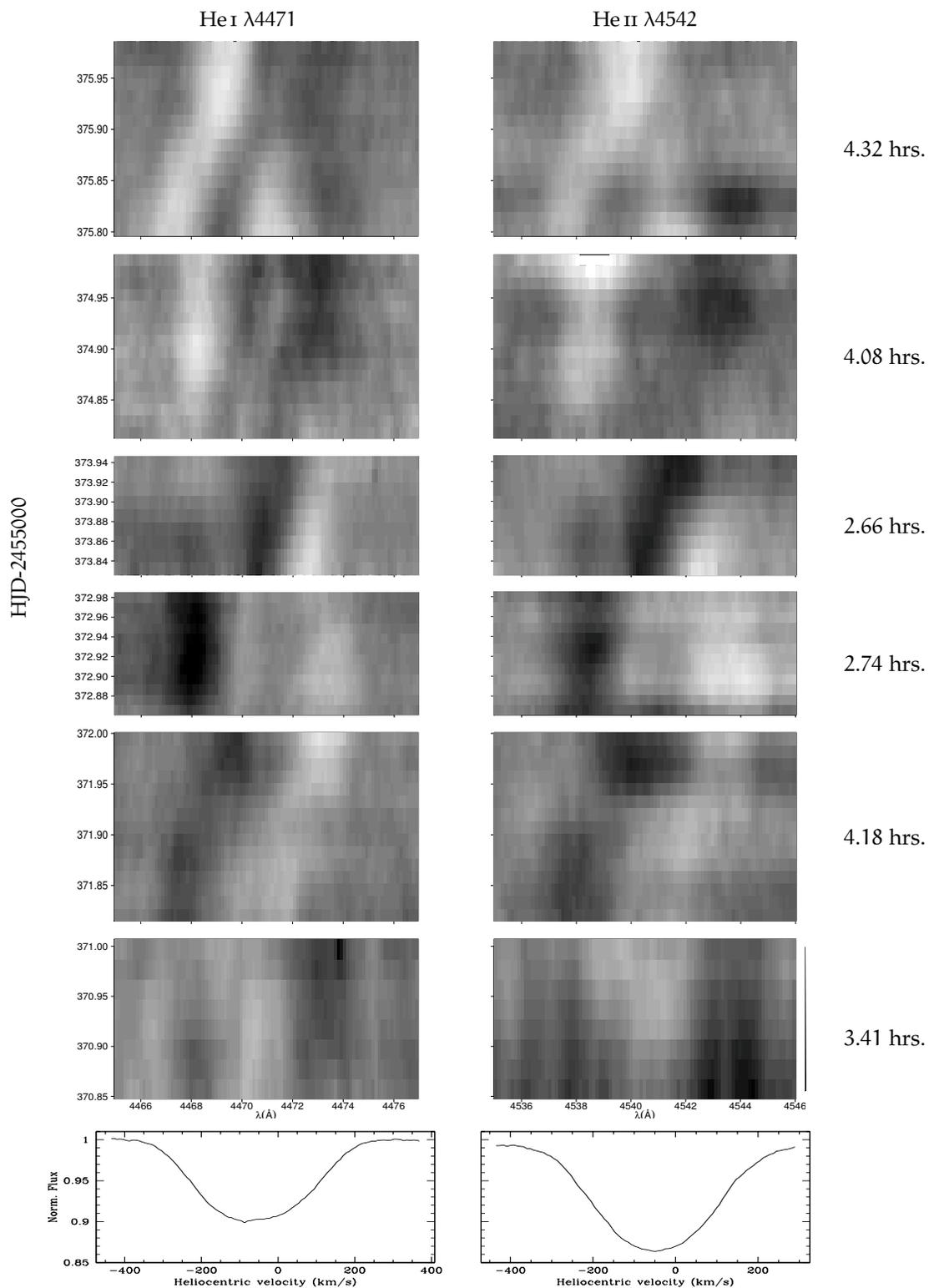


Figura 12: (Continuación)

OHP December 2010

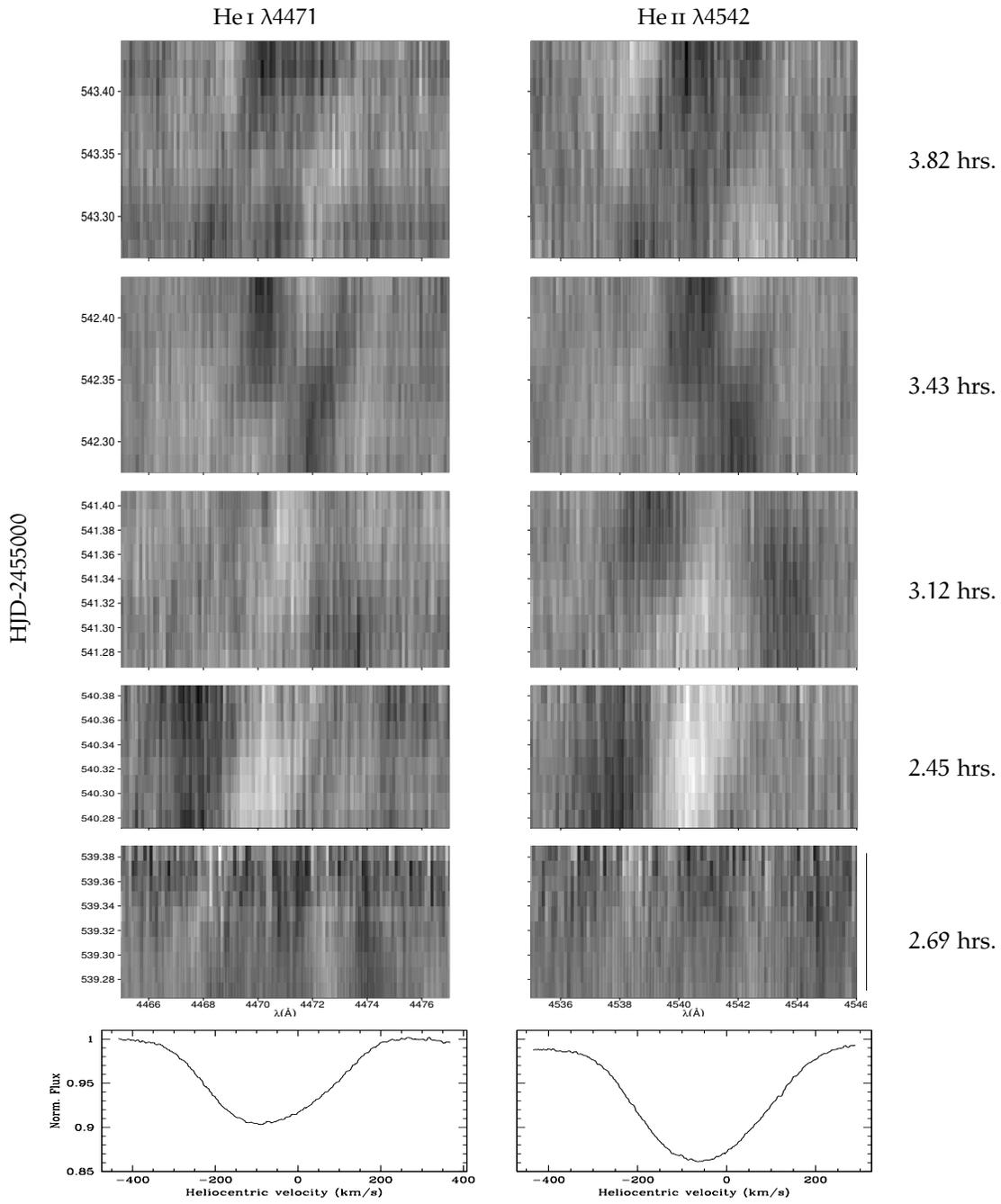


Figura 12: (Continuación)

SPM September 2011

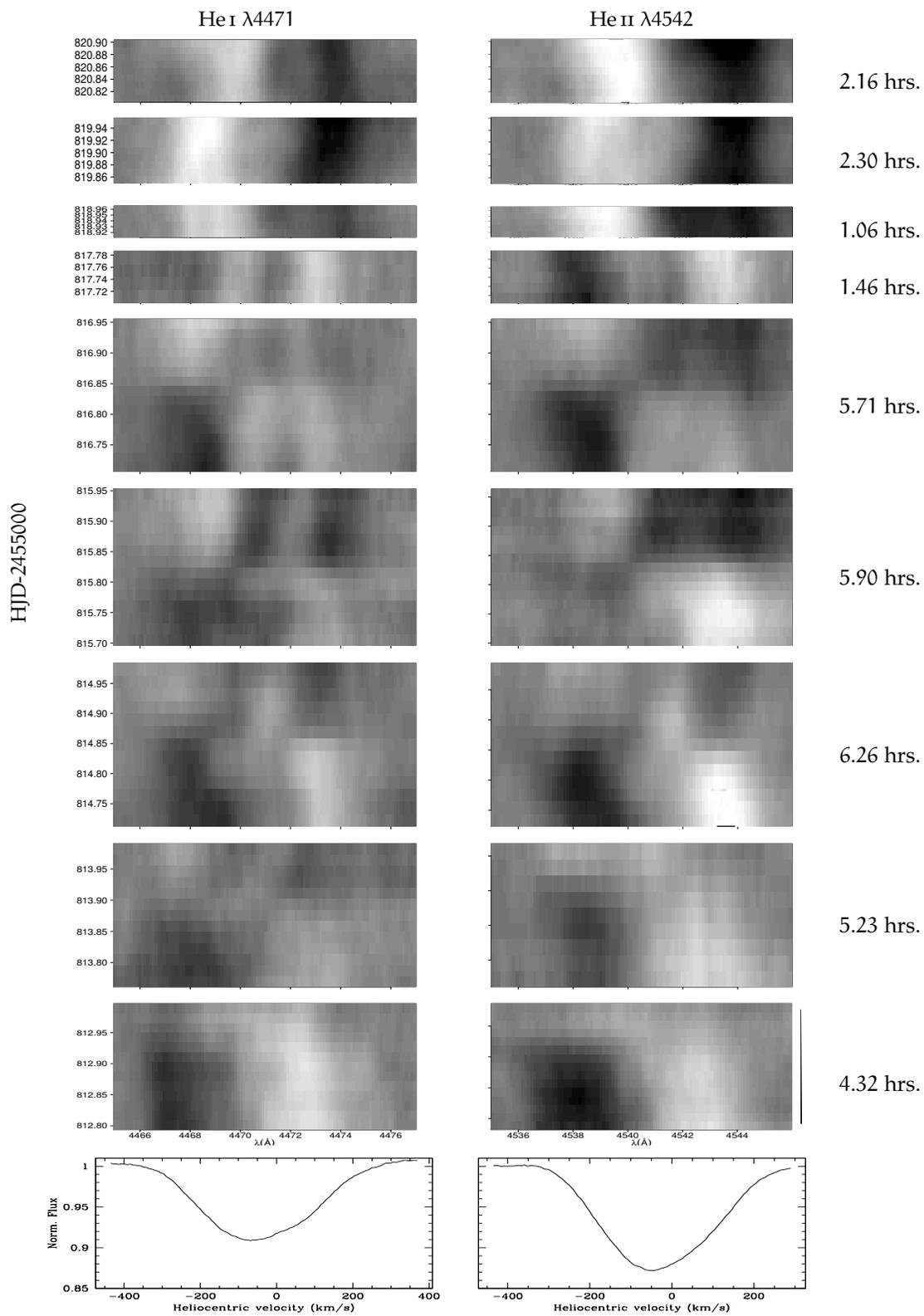


Figura 12: (Continuación)

OHP September 2011

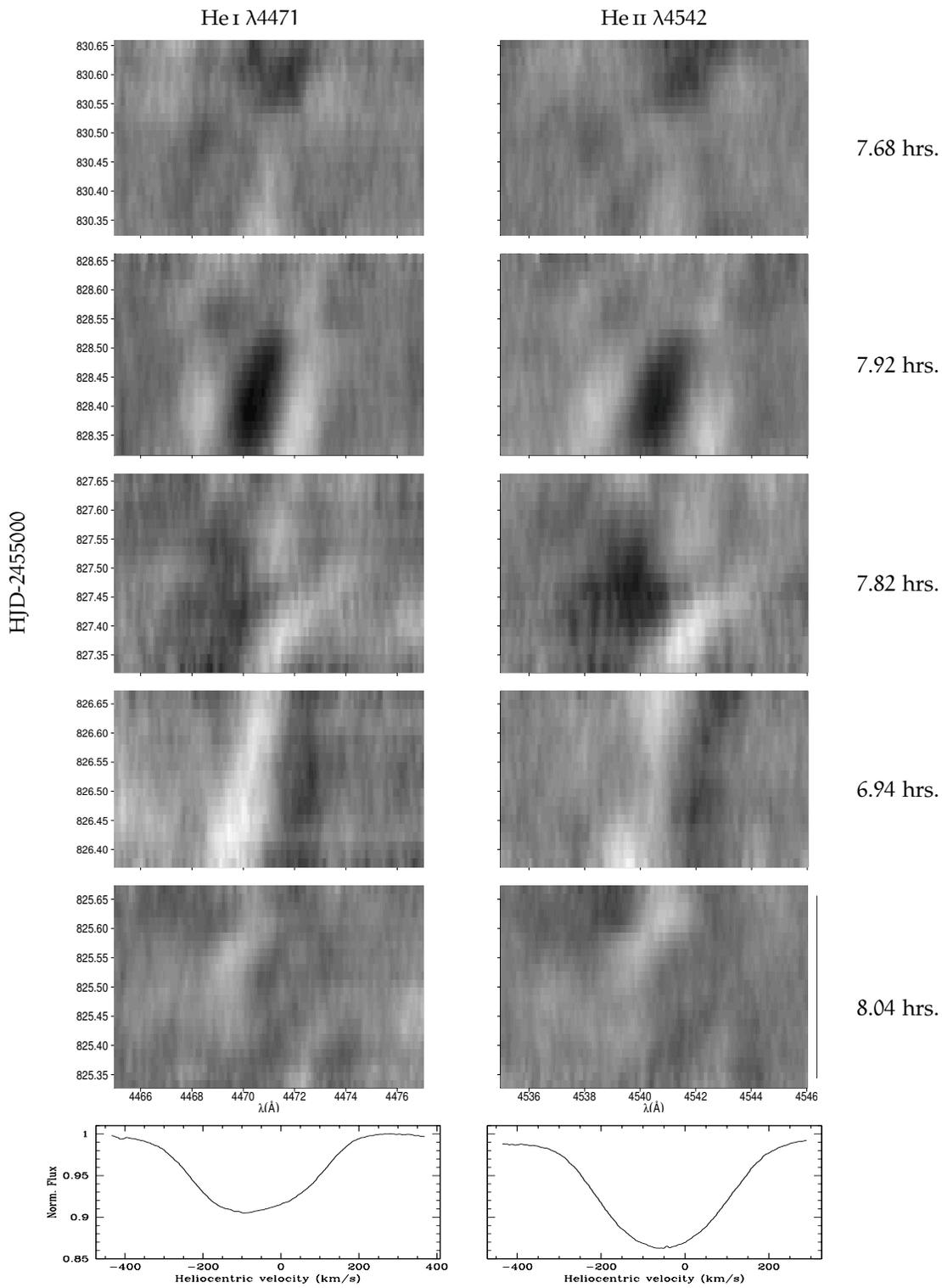


Figura 12: (Continuación)

Si la variabilidad aquí observada es producida por puntos brillantes de corta duración, algunos patrones podrían ser mejor detectados en cortas series de datos que en series de larga duración. Con la intención de probar esta hipótesis, se han analizado sub-grupos de las seis series temporales obtenidas.

6.3 DISCUSIÓN: ANÁLISIS DE SUB-GRUPOS DE DATOS

Las campañas obtenidas en esta Tesis poseen entre 5 a 9 noches de observación (ver tabla 4, pág. 14) con duraciones de entre 1.06 a 8.04 hrs. por noche (ver figura 12). Sub-grupos de datos fueron formados tomando un número menor al total de noches de cada campaña observacional. Un análisis como el descrito en los capítulos 4 y 5 fue realizado a cada sub-grupo con la intención de detectar algún patrón de variabilidad en series temporales de corta duración, teniendo cuidado de no hacer la muestra muy corta y/o poco densa ya que se compromete la funcionalidad de las herramientas empleadas. Los principales resultados de este análisis son:

1. Prácticamente se hallan las mismas frecuencias o alias (con ligeras diferencias de 0.10 a 0.15 d^{-1}) que fueron encontradas en el análisis de las series completas (tabla 5, pág. 36) y solo en muy pocos casos se detectan otras frecuencias que parecen no tener relación con las listadas en la tabla 5. Esto es un indicio de que las variabilidades que se observan, si bien son de corta duración, permanecen presentes a lo largo de las campañas observacionales, teniendo su evolución (aparición, máximo y desaparición) en escalas de días.
2. De las nuevas frecuencias que se detectan en el análisis de los sub-grupos, solo algunas de ellas presentan un comportamiento progresivo y monótono de su fase. Dichas frecuencias, listadas en la tabla 7, están relacionadas a periodos entre 3.60 a 8.00 horas. Algunas de ellas son mostradas en la figura 13.
3. Sin importar el sub-grupo que se analice, existen frecuencias (de las listadas en la tabla 6, pág. 57) que conservan los comportamientos monótonos de sus fases, aunque con ligeras diferencias (situación que se discute en los puntos siguientes). Un ejemplo de ello es la frecuencia 0.87 d^{-1} de la línea $\text{He I } \lambda 4471$ en la serie temporal OHP-Junio/2010. Al trabajar con sub-grupos de cinco noches

Tabla 7: Nuevas modulaciones con comportamiento progresivo de su fase.

ν (d^{-1})	P (hrs.)	Línea	Campaña	Sub-grupo
4.99 \triangle	4.81	He I $\lambda 4471$	OHP Dic/2009	Primeras tres noches de cinco
3.01	7.97	He II $\lambda 4542$	OHP Jun/2010	Noches 4 y 5 de siete
3.27 $\star\triangle$	7.34	He II $\lambda 4542$	OHP Jun/2010	Últimas cinco noches de siete
3.94	6.10	He I $\lambda 4471$	OHP Jun/2010	Primeras cinco noches de siete
4.22 \star	5.69	He II $\lambda 4542$	OHP Jun/2010	Noches 3, 4 y 5 de siete
4.36 \star	5.50	He II $\lambda 4542$	OHP Jun/2010	Noches 3, 4, 5 y 6 de siete
5.71	4.20	He II $\lambda 4542$	OHP Jun/2010	Primeras tres noches de siete
6.48 \spadesuit	3.70	He I $\lambda 4471$	OHP Jun/2010	Noches 3 y 4 de siete
6.52 \spadesuit	3.68	He II $\lambda 4542$	OHP Jun/2010	Noches 6 y 7 de siete
3.13 \diamond	7.68	He II $\lambda 4542$	OHP Sep/2011	Primeras cuatro noches de cinco
3.20 \diamond	7.50	He II $\lambda 4542$	OHP Sep/2011	Últimas cuatro noches de cinco
5.06 \blacksquare	4.74	He II $\lambda 4542$	OHP Sep/2011	Noches 4 y 5 de cinco
5.12 $\clubsuit\triangle$	4.69	He I $\lambda 4471$	OHP Sep/2011	Últimas tres noches de cinco
5.12 \clubsuit	4.69	He II $\lambda 4542$	OHP Sep/2011	Últimas tres noches de cinco
6.03 \blacksquare	3.98	He II $\lambda 4542$	OHP Sep/2011	Noches 3 y 4 de cinco

Existen frecuencias que podrían tratarse de la misma o ser alias, en estos casos son identificadas con un símbolo (\star , \spadesuit , \diamond , \blacksquare , y \clubsuit).

\triangle Indica que la amplitud y fase de dichas frecuencias son mostradas en la figura 13.

(las primeras, las centrales y las últimas), de la siete disponibles, se encuentra la misma frecuencia con un comportamiento progresivo de su fase (figura 14).

- En algunas ocasiones, el comportamiento de una modulación se muestra más definida y coherente en cierto sub-grupo de una serie temporal. Por ejemplo, en la línea He II $\lambda 4542$ de la serie del OHP-Diciembre/2009, la frecuencia de $\nu = 2.15 d^{-1}$ es encontrada tanto en la campaña completa de cinco noches como en los sub-grupos de las primeras y últimas cuatro noches. En los tres casos, la fase ϕ_1 relacionada a dicha variabilidad presenta un comportamiento progresivo (figura 15) pero es en el sub-grupo de las primeras cuatro noches (figura 15b) donde dicho comportamiento luce más definido. Esto indica que la quinta noche tiene una mayor influencia en la serie completa de tal forma que al incluirla “contamina” de forma global el comportamiento de la variación. De hecho ésta también sería la razón por la que el diagrama de fase de las últimas

cuatro noches (figura 15c) y el de la campaña completa (figura 15a) guardan una apreciable similitud.

5. Otro ejemplo del punto anterior, pero que resulta ser más drástico, es el observado en la línea He II $\lambda 4542$ de la serie temporal del OHP-Junio/2010. La frecuencia de 0.87 d^{-1} aparece en la serie completa de siete noches así como en los sub-grupos de las primeras y últimas seis noches. Sin embargo, sólo en el sub-grupo de las primeras seis noches (figura 16b) se observa el comportamiento “*redward*” progresivo a través del perfil de línea. Esto sugiere, de igual forma que en el punto anterior, que la séptima noche tiene una mayor influencia sobre toda la serie temporal, de forma que al no considerarla se eliminan los efectos que ésta pueda tener. La influencia que tiene una sola noche sobre toda la campaña podría ser el resultado del surgimiento o desvanecimiento de un fenómeno transitorio tal como un “*bright spot*”.

De esta forma, todo lo anterior, podría ser la evidencia de la presencia de CMBS sobre la superficie estelar. Sobre todo considerando que múltiples *bright spots* pueden aparecer, tener su máximo y desaparecer en periodos de tiempo de unos cuantos días, presentando cambios significativos en escalas de horas que pueden verse reflejados en series de datos de corta duración como los que aquí se emplearon.

Quien reporta esta Tesis, considera que el fenómeno más factible para explicar las LPV transitorias observadas en λ Cep es la presencia de CMBS. A pesar de ello, dicha hipótesis aún requiere ser confirmada por trabajos de otra naturaleza. Estudios de micro-variabilidad fotométrica así como estudios para determinar algún campo magnético son necesarios para establecer con mayor certeza la presencia de dicho fenómeno.

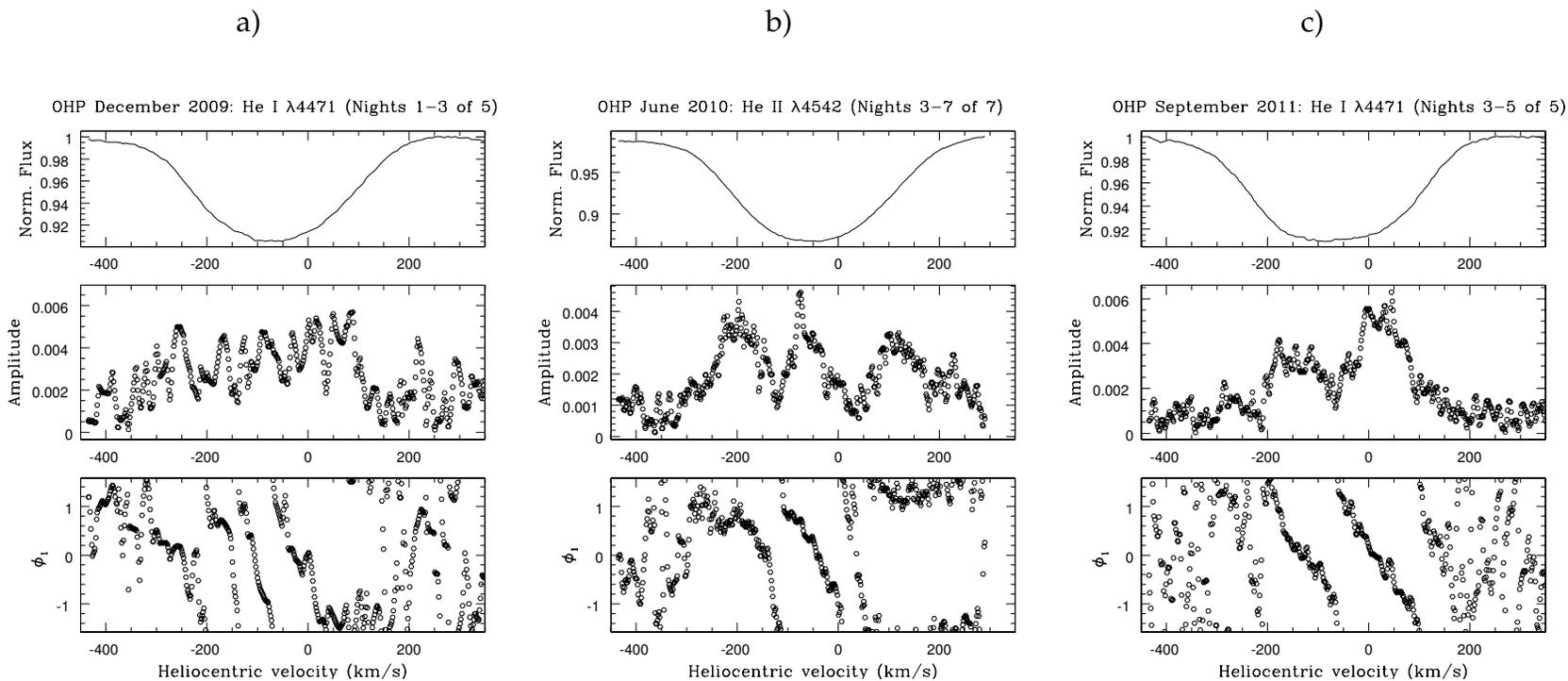


Figura 13: Diagramas de amplitud y fase de variaciones asociadas a nuevas frecuencias que se detectan en el análisis de sub-grupos. Se muestran los diagramas de las frecuencias de la tabla 7 marcadas con “ \triangle ”: 4.99 d^{-1} (a); 3.27 d^{-1} (b); y 5.12 d^{-1} (c). Nótese el comportamiento progresivo “*redward*” de las fases de estas modulaciones en aquellas zonas donde su amplitud es significativa.

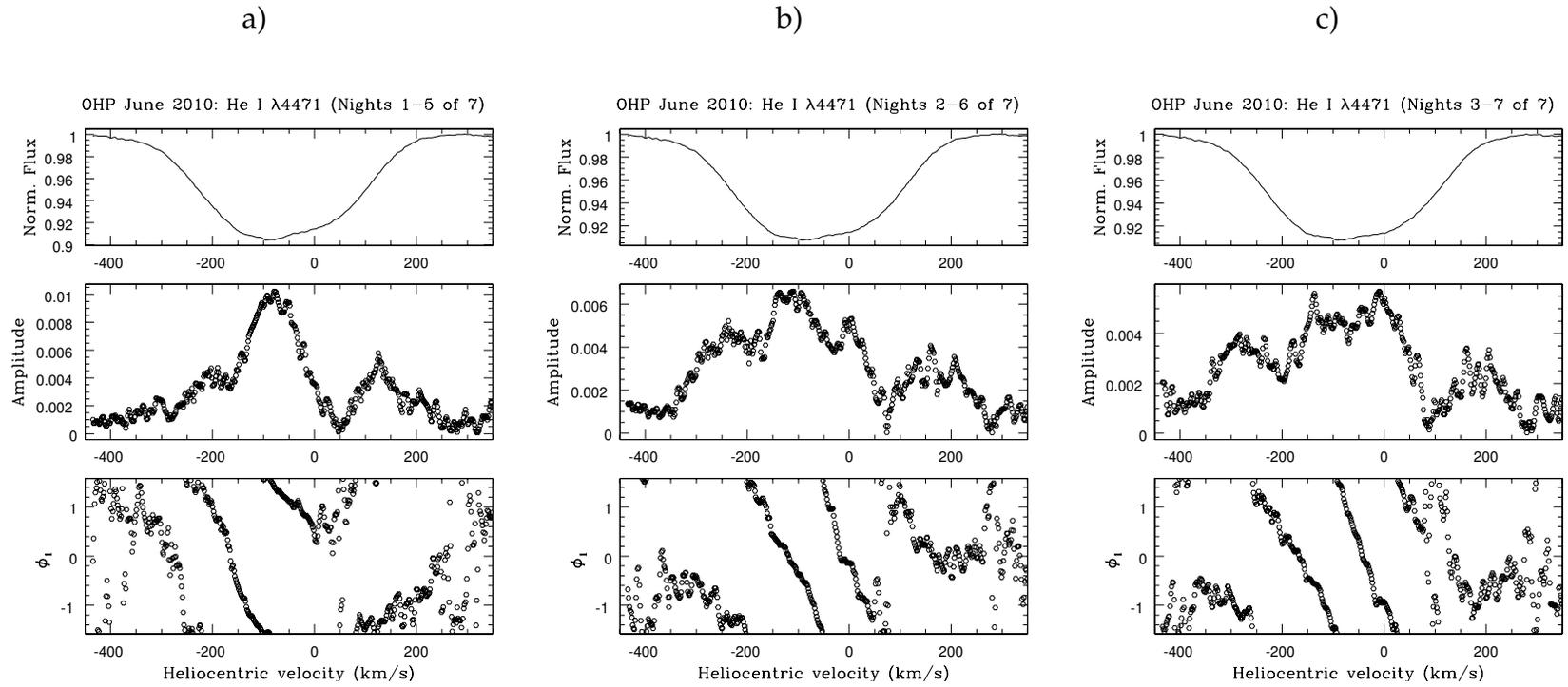


Figura 14: Diagramas de amplitud y fase de la variación asociada a la frecuencia de 0.87 d^{-1} encontrada en la línea de He I $\lambda 4471$ de los sub-grupos de la serie de datos OHP-Junio/2010. Se muestran dichos diagramas para los sub-grupos de las primeras (a); las centrales (b); y las últimas (c) cinco noches de siete. Nótese como la gráfica de la fase para cada sub-grupo presenta un comportamiento monótono y progresivo en aquellas partes donde la amplitud es significativa; nótese también que dicho comportamiento difiere de sub-grupo a sub-grupo a pesar de tratarse de la misma frecuencia.

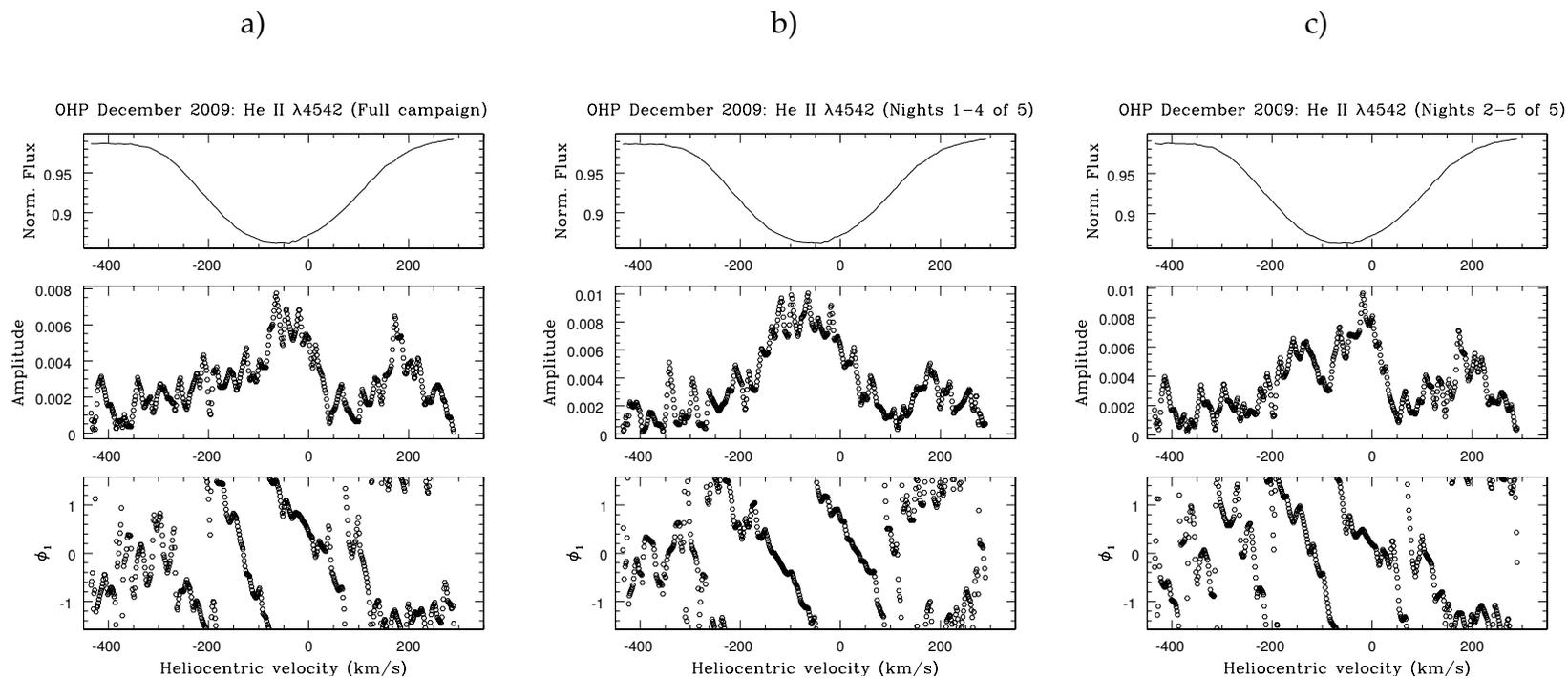


Figura 15: Diagramas de amplitud y fase de la variación asociada a la frecuencia de 2.15 d^{-1} encontrada en la línea de He II λ 4542 de la serie de datos OHP-Diciembre/2009 y en los sub-grupos de esta. Se muestran dichos diagramas para la serie completa de cinco noches (a); y para los sub-grupos de las primera (b); y últimas (c) cuatro noches. Nótese como la gráfica de la fase para el sub-grupo de las primeras cuatro noches (b) luce mas monótono que en los otros diagramas.

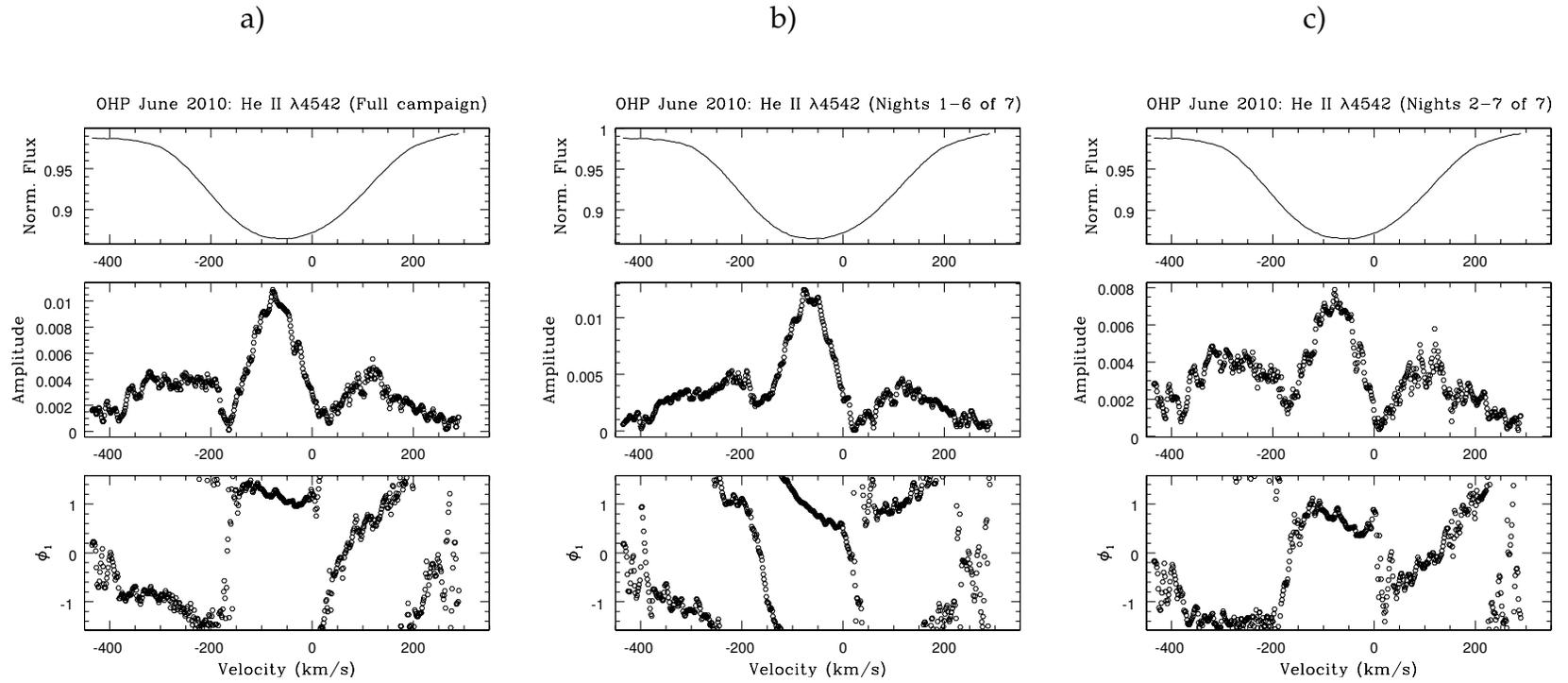


Figura 16: Diagramas de amplitud y fase de la variación asociada a la frecuencia de 0.87 d^{-1} encontrada en la línea de He II $\lambda 4542$ de la serie de datos OHP-Junio/2010 y en los sub-grupos de esta. Se muestran dichos diagramas para la serie completa de siete noches (a); y para los sub-grupos de las primeras (b); y últimas (c) seis noches. Nótese como el comportamiento progresivo “redward” de la fase de la variación es observada solamente en el sub-grupo de las seis primeras noches (b), mientras que en la campaña completa y en el sub-grupo de las últimas seis noches dicho comportamiento no es detectado.

DISCUSIÓN FINAL Y CONCLUSIONES

7.1 DISCUSIÓN: IMPACTO DE LOS RESULTADOS DE ESTA TESIS

En esta Tesis se ha realizado un estudio a series temporales de espectros de la estrella λ Cep. Se han hecho nuevas observaciones, reducción y normalización de los espectros, análisis de la variabilidad en las líneas espectrales mediante la TVS, búsqueda de periodicidades de variación con la técnica de Fourier HMM, determinación de la estabilidad temporal de las modulaciones y análisis de la progresión de su fase (ϕ) para búsqueda de NRP, y detección de variabilidades a escalas cortas de tiempo que indique un fenómeno de variabilidad transitorio. Todo lo anterior con la intención de esclarecer la verdadera naturaleza de las variabilidades observadas en los perfiles de las líneas (LPV) de absorción fotosféricas He I $\lambda 4471$ y He II $\lambda 4542$.

La investigación aquí reportada ofrece un nuevo panorama para esta estrella: se demuestra, para todas las líneas estudiadas, que los periodos de variabilidad arrojados por el análisis son inestables en escalas de tiempo mayores a algunos días, por lo que no se encuentra algún modo de variabilidad estable que pudiera ser ligado a “Pulsaciones No Radiales” (NRP), pero sí se hallan múltiples frecuencias transitorias que podrían estar relacionadas a un fenómeno de corta duración tal como los “Co-rotating Magnetic Bright Spots” (CMBS). Este panorama es muy similar al observado en los perfiles de líneas de emisión (base del viento) de esta y otras estrellas Oef, lo cual indica, como se esperaría por la presencia de CMBS en la base de prominencias estelares, un origen común.

Los resultados aquí obtenidos han sido reportados preliminarmente en un artículo (Uuh-Sonda et al. 2014) y un proceeding (Uuh-Sonda et al. 2015), los cuales han causado interés en la comunidad científica. Uno de los interesados en este análisis ha sido el Prof. Huib Henrichs de la Universidad de Amsterdam, quien ha sido participante del estudio de λ Cep a lo largo de su trayectoria académica, defendiendo la naturaleza pulsante de esta (Henrichs 1991; de Jong et al. 1999) y proponiendo la presencia de

prominencias estelares para explicar la variabilidad transitoria de su viento estelar (Henrichs & Sudnik 2014). Él ha argumentado, en conversación privada, que pese a que está de acuerdo en la presencia de múltiples CMBS en los datos aquí estudiados (véase también Ramiamanantsoa et al. 2014), mantiene su postura sobre la existencia de NRP en λ Cep. Pero, ¿cómo podrían no ser detectadas dichas pulsaciones en el análisis de esta Tesis? Henrichs afirma (ver de Jong et al. 1999) que sólo las líneas de absorción más débiles, como la de He I λ 4713, son susceptibles de mostrar efectos a causa de NRP, porque son las que se originan más adentro de la fotosfera. Es por esta razón que él y sus colaboradores emplearon esta línea débil en sus estudios. Henrichs opina además que las líneas aquí estudiadas (He I λ 4471 y He II λ 4542), al ser más fuertes, son formadas en la fotosfera superior, siendo contaminadas por el viento estelar. Si bien es cierto que estas dos líneas son más fuertes ($\sim 10\%$ Fc para He I λ 4471 y $\sim 15\%$ Fc para He II λ 4542; ver figura 17) que la de He I λ 4713 ($\sim 2\%$ Fc), no se ha demostrado que esta última tenga un comportamiento diferente. Al respecto tres observaciones son relevantes. Por un lado, el cociente entre la “fuerza” de la línea y la amplitud de su variabilidad es prácticamente igual para las tres líneas en cuestión (~ 10 – 15), lo cual parece indicar que la causa de las variaciones observadas son de la misma naturaleza. Por otro lado, nada indica que los periodos encontrados para la línea débil He I λ 4713 (de Jong et al. 1999) son estables, puesto que el único estudio realizado a dicha línea cubre solamente una campaña de cinco noches. Por último, en el argumento de Henrichs no queda claro por qué líneas de la fotosfera interior, donde se estarían observando solamente NRP, no se ven afectadas por los CMBS, cuyo origen es sub-fotosférico, pero sí se ven afectadas líneas formadas en la fotosfera superior.

Parece entonces que la única manera de comprobar que existen NRP en λ Cep y que la variabilidad en la línea He I λ 4713 es a causa de ello, sería demostrar que los periodos encontrados en de Jong et al. (1999) son estables. Para esto nuevas observaciones son requeridas, preferentemente realizadas en distintas épocas (al menos en dos campañas de unas ocho a diez noches) y procurando obtener una buena S/N. Tales observaciones son un proyecto a futuro. Mientras tanto, la hipótesis de NRP carece de fundamentos, y se opta por una explicación más simple que cubra todos los casos de variabilidad observada.

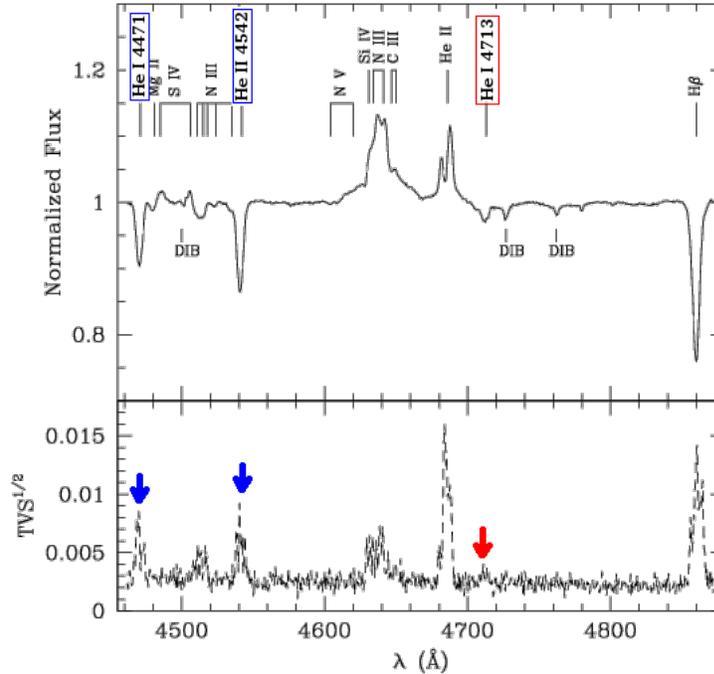


Figura 17: Espectro de λ Cep, en el rango de 4460 – 4880 Å, mostrando la variabilidad de las líneas estudiadas en esta Tesis (He I λ 4471 y He II λ 4542) así como la línea estudiada en [de Jong et al. \(1999\)](#): He I λ 4713. Figura, cortesía del Dr. Gregor Rauw, obtenida con 16 espectros en 6 noches de observación realizadas en el telescopio de 1.52 m del [OHP](#) y el telescopio [TIGRE](#) del Observatorio de la Luz de la Universidad de Guanajuato, en Junio y Agosto de 2013.

7.2 CONCLUSIONES

Para finalizar, se enlistan los puntos importante obtenidos en esta Tesis.

1. El análisis a la series temporales completas, reveló la presencia de múltiple frecuencias de variación menores a 3 d^{-1} , mientras que un análisis a sub-grupos de estas series mostró frecuencias entre 3.0 a 7.0 d^{-1} .
2. Se demuestra, para las líneas He I λ 4471 y He II λ 4542, que los periodos detectados en el análisis son inestables en escalas de tiempo mayores a algunos días, por lo que no existen modos de pulsación estables que pudieran estar relacionados a Pulsaciones No Radiales ([NRP](#)).
3. Con la intención de disipar cualquier duda sobre la presencia o ausencia de [NRP](#) en λ Cep, se propone realizar un estudio como el presentado en esta Tesis, a la

línea He I $\lambda 4713$, en la cual ya han sido determinados modos de pulsación, pero que aún falta por determinar su estabilidad temporal.

4. Todas las campañas muestran un genuino patrón de variabilidad moviéndose del lado azul al rojo (“*redward*”) sobre el perfil de línea, de acuerdo con perturbaciones fotosféricas de una estrella giratoria. Para cada campaña, dicho patrón de variabilidad es similar en ambas líneas estudiadas, sin embargo, éstos cambian noche tras noche.
5. Debido a que los periodos y patrones de variabilidad encontrados no son estables, y que este comportamiento no es compatible con *NRP*, se concluye de manera provisional que λ Cep no presenta *NRP* y que las variabilidades observadas son mejor explicadas por un fenómeno transitorio, de corta duración, que afecta la superficie estelar, tal como lo harían múltiples “*Co-rotating Magnetic Bright Spots*” (*CMBS*).
6. El análisis realizado a sub-grupos de datos de menor duración, revela la influencia que algunas noches pueden tener sobre una serie temporal completa, mejorando o empeorando el comportamiento progresivo de ciertas modulaciones. Esto puede ser resultado de la evolución (en escalas de horas) de múltiples spots cuyos tiempos de vida son estimados en escalas de unos cuantos días.
7. Para poder determinar la presencia de *CMBS* en λ Cep, es necesario realizar estudios de diferentes naturalezas: estudios de micro-variabilidad fotométrica (posiblemente con datos del proyecto *BRITE*: “*Bright Target Explorer*”) podrían ayudar a determinar si el ajuste de múltiples spots brillantes conduce a curvas de luz y periodogramas similares a los observados con dichos datos; mientras que estudios para determinar la presencia de campos magnéticos podrían dar indicios de la existencia de un campo global generado por una capa convectiva debajo de la superficie estelar que propiciaría la existencia de múltiples *CMBS*.
8. Quienes colaboraron en este proyecto, están inclinados a la idea de múltiples *CMBS* perturbando la superficie de λ Cep, en lugar de *NRP*. Sin embargo, aún es necesario confirmar esta hipótesis mediante estudios que descarten cualquier supuesto indicio de *NRP* y confirmen las características necesarias para la presencia de *CMBS*.

APÉNDICES

TVS (FULLERTON ET AL. 1996)

El análisis TVS gira en torno al conocimiento de la distribución estadística de las desviaciones espectrales en la ausencia de una genuina variabilidad. Este método compara cada uno de los espectros individuales pertenecientes a una serie temporal con el promedio de los espectros. Tal comparación se realiza pixel a pixel.

Si una serie temporal, de N espectros reducidos, es acomodada en una matriz S (donde el elemento S_{ij} representa el valor registrado^a por el j -enésimo pixel^b del i -enésimo espectro), entonces la desviación para cada pixel en cada espectro puede ser cuantificada creando una matriz de diferencia de flujo espectral (o de flujo residual):

$$d_{ij} = S_{ij} - \bar{s}_j \quad (5)$$

donde la columna

$$\bar{s}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_{ij} \quad (6)$$

representa el valor promedio del pixel j en la serie temporal. Debido a que la combinación de los fotones y la lectura del ruido en los espectros adquiridos con un CCD moderno es aproximadamente Gaussiana, se asume que d_{ij} tiene una distribución normal $N(0, \sigma_{ij})$. Como primera aproximación, se puede suponer que la dispersión exhibida por un elemento individual de la matriz residual es independiente de la longitud de onda y del tiempo, es decir que $\sigma_{ij} = \sigma$, de esta manera se tiene que la TVS para un pixel en la columna j (es decir a longitud de onda j) está dada por

$$TVS_j = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N d_{ij}^2, \quad (7)$$

cuya distribución estadística es gobernada por una χ^2 reducida con $N-1$ grados de libertad y escalada por la varianza σ^2 ($TVS \sim \sigma^2 \chi_{N-1}^2$).

a Generalmente una cantidad relacionada al flujo.

b Cada pixel es asociado a un valor de longitud de onda.

En la práctica, el resultado de la ecuación (7) es más complicado debido a que σ_{ij} es generalmente una función del nivel de exposición alcanzado por un pixel j en un espectro i . Lo anterior se refiere a que dentro de un espectro, la varianza es una función de la longitud de onda (índice j) debido a que los pixeles que contienen líneas de absorción (emisión) acumulan menos (más) flujo comparado con los pixeles del continuo. Además la varianza también es una función del tiempo (índice i) ya que el número de fotones que contribuyen a algún punto del continuo generalmente difiere de un espectro a otro, esto debido a diferencias de la masa de aire, distintos tiempos de exposición y condiciones del seeing. Por ello es necesario ajustar la dependencia de σ para el tiempo y longitud de onda.

El ajuste en longitud de onda esta completamente determinado por un modelo para la generación de fluctuaciones en la señal como función del nivel de la señal registrada por un detector. En los detectores digitales el ruido depende tanto del detector como de la manera en la que es procesada la información. Así, el ruido en una exposición corta es dominado por dos fuentes: ruido de lectura, el cual es característico de detector e independiente del nivel de exposición; y el ruido fotónico, el cual depende de la exposición registrada por un pixel dado y el cual es gobernado por una distribución estadística de Poisson. Las contribuciones de estas fuentes están dadas por

$$\sigma(e) = (e + r^2)^{1/2} \quad (8)$$

donde e es la exposición en foto-electrones y r es el ruido RMS de lectura en electrones. Dicha expresión puede ser escrita en términos de Unidades de conversión Análogas-Digital (ADU):

$$\sigma(E) = (E/g + R^2)^{1/2} \quad (9)$$

donde E y R están ahora en ADU, y g es el número de electrones por ADU. El ruido asociado con el j -ésimo del espectro i , comparado con el ruido del continuo σ_{ic} del mismo espectro, es justamente:

$$\left(\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_{ic}} \right)^2 = \frac{E_{ij} + gR^2}{E_{ic} + gR^2}. \quad (10)$$

Esta ecuación en la práctica puede ser expresada en términos del espectro reducido S_{ij} , considerando que la distribución del flujo del continuo estelar es uniforme a través

del detector. De esta forma, en un espectro normalizado, resulta válido aproximar $S_{ij} \approx E_{ij}/E_{ic}$, para definir un factor de corrección para la longitud de onda α_{ij} , el cual compara ruido asociado a un pixel j del espectro i con el ruido del continuo:

$$\alpha_{ij} \equiv \left(\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_{ic}} \right)^2 = \frac{S_{ij}E_{ic} + gR^2}{E_{ic} + gR^2}. \quad (11)$$

El factor α_{ij} contabiliza pixel a pixel las variaciones de σ_{ij} que surgen por la presencia de una característica de absorción ($\alpha_{ij} < 1$) o emisión ($\alpha_{ij} > 1$). En el límite de exposiciones largas, el ruido de lectura puede ser despreciado por lo que:

$$\alpha_{ij} \simeq S_{ij}. \quad (12)$$

Para contabilizar la dependencia de la dispersión sobre todo el nivel de exposición de un espectro individual, se introduce un factor de ponderación w_i que estandariza el ruido determinado para los pixeles del continuo en cada espectro, σ_{ic} , a un valor constante para toda la serie temporal, σ_0 . Dicho valor es

$$\sigma_0^2 = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_{ic}^{-2} \right)^{-1} \quad (13)$$

y, por lo tanto, el valor de ponderación para cada espectro i está dado por

$$w_i = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{ic}} \right)^2. \quad (14)$$

El efecto de esta ponderación es suprimir o disminuir la contribución de espectros de baja calidad ($\sigma_{ic} > \sigma_0$) y de aumentar la contribución de espectros de alta calidad ($\sigma_{ic} < \sigma_0$), mientras se mantiene su normalizado general ($\sum_{i=1}^N w_i = N$). Las ecuaciones (11) y (14) definen una transformación que representa completamente la dependencia temporal y de longitud de onda del ruido en los pixeles de un espectro:

$$\sigma_{ij} = (\alpha_{ij})^{1/2} \sigma_{ic} = \left(\frac{\alpha_{ij}}{w_i} \right)^{1/2} \sigma_0. \quad (15)$$

Esa dependencia puede ser removida aplicando la transformación inversa de la matriz residual:

$$D_{ij} = \left(\frac{w_i}{\alpha_{ij}} \right)^{1/2} (S_{ij} - \bar{S}_j) \quad (16)$$

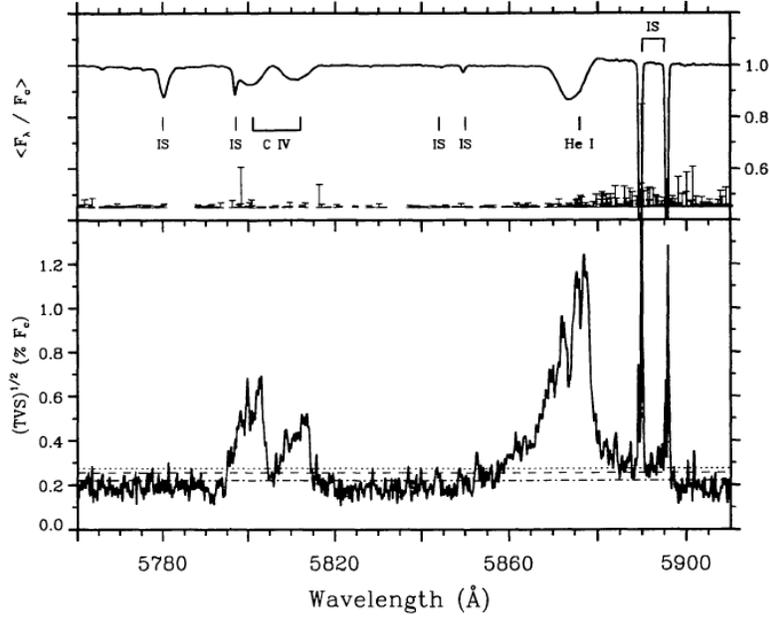


Figura 18: Espectro promedio y gráfica TVS para una serie temporal. Esta gráfica fue generada (ecuación 18) a partir de 29 espectros de λ Cep con una $(S/N)_0 = 478$. Contornos de significación estadística para $p = 1\%$, 5% y 32% son mostradas en la TVS por una línea punteada, discontinua y punto-discontinua, respectivamente. Nótese como en la TVS algunas características espectrales muestra una gran amplitud sobre los niveles de significación, mientras que para las regiones del continuo estelar dicha amplitud permanece próxima o inferior a los niveles de significación. (Fuente: Fullerton et al. (1996)).

donde \bar{S}_j es ahora el espectro promedio ponderado

$$\bar{S}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i S_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{ic}} \right)^2 S_{ij}. \quad (17)$$

Así sustituyendo D_{ij} por d_{ij} y σ_0 por σ en la ecuación (7), se obtiene:

$$TVS_j = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N D_{ij}^2, \quad (18)$$

en la cual, al sustituir las ecuaciones (12), (14) y (16), se llega a la relación que calcula el valor de la TVS para un pixel j en una serie temporal:

$$TVS_j = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{ic}} \right)^2 \frac{1}{S_{ij}} (S_{ij} - \bar{S}_j)^2, \quad (19)$$

que sigue manteniendo la distribución $\sigma_0^2 \chi_{N-1}^2$ para cada pixel j .

La TVS de una serie temporal espectroscópica ofrece cuantitativamente una gráfica de la variabilidad temporal en función de la longitud de onda (figura 18). En cada gráfica de la TVS, es posible dibujar contornos de significancia estadística, dichos contornos son líneas horizontales en virtud de la transformación dada por la ecuación (16). En la práctica, resulta más conveniente graficar la $(TVS)^{1/2}$ en lugar de la propia TVS, porque la $(TVS)^{1/2}$ se amplía linealmente con el tamaño de las desviaciones del espectro y por lo tanto esta da una mayor impresión de las amplitudes relativas de las LPV de una estrella estudiada. A pesar de que se siga refiriendo a la “TVS” o “Análisis de TVS”, se hace hincapié en que la aplicación es en términos de $(TVS)^{1/2}$.

De esta forma, la TVS es usada para cuantificar la variabilidad como una función de la posición (longitud de onda/velocidad) dentro del perfil de una línea espectral.

FOURIER HMM (HECK MANFROID & MERSCH 1985; GOSSET ET AL. 2001)

Este método es, para cada frecuencia individual (ν), equivalente a ajustar por mínimos cuadrados una curva sinusoidal a los datos observacionales de una serie temporal. La serie temporal cuenta con $N \times J$ puntos de datos ^a $S_{ij} = S_j(t_i)$ ordenados en los vectores \mathbf{X}_j y la curva de luz $g_j(t_i)$ toma la siguiente forma lineal:

$$g_j(t_i) = \mu_j + a_j \cos 2\pi\nu t_i + b_j \sin 2\pi\nu t_i; \quad i = 1, \dots, N \quad (20)$$

donde μ_j , a_j y b_j son parámetros desconocidos y ν es cualquier frecuencia de prueba. Definiendo $\mathbf{A}(\nu)$ como la matriz $N \times 2$ cuyos elementos son:

$$\begin{aligned} A_{i1}(\nu) &= \cos 2\pi\nu t_i - \bar{C}(\nu) \\ A_{i2}(\nu) &= \sin 2\pi\nu t_i - \bar{S}(\nu) \end{aligned} \quad i = 1, \dots, N \quad (21)$$

donde

$$\begin{aligned} \bar{C}(\nu) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos 2\pi\nu t_i \\ \bar{S}(\nu) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sin 2\pi\nu t_i \end{aligned} \quad (22)$$

La suma residual de cuadrados de los datos alrededor de su promedio estimado viene dada por la forma cuadrática:

$$RSS_{j0}(\nu) = \mathbf{X}_j' \mathbf{F}_0 \mathbf{X}_j \quad (23)$$

donde

$$\mathbf{F}_0 = \mathbf{I} - \frac{1}{N} \mathbf{e} \mathbf{e}' \quad (24)$$

^a N observaciones temporales (índice i) con J longitudes de onda (índice j).

y donde \mathbf{I} es la matriz identidad de $N \times N$ y \mathbf{e} es el vector columna donde sus N elementos son 1. Bajo la hipótesis de que la serie temporal es generada por un proceso de ruido blanco Gaussiano de varianza σ^2 , $\sigma^{-2}\text{RSS}_{j0}$ es distribuido como una χ^2 con $N - 1$ grados de libertad. La suma residual de cuadrados de los datos alrededor de una sinusoidal ajustada es dada por la forma cuadrática:

$$\text{RSS}_{j1}(\nu) = \mathbf{X}_j' \mathbf{F}_1(\nu) \mathbf{X}_j \quad (25)$$

donde

$$\mathbf{F}_1(\nu) = \mathbf{I} - \frac{1}{N} \mathbf{e} \mathbf{e}' - \mathbf{A}(\nu) [\mathbf{A}'(\nu) - \mathbf{A}(\nu)]^{-1} \mathbf{A}'(\nu). \quad (26)$$

De forma similar, $\sigma^{-2}\text{RSS}_{j1}$ es distribuida como una χ^2 con $N - 3$ grados de libertad. La expresión para el espectro de potencia es proporcional a:

$$\text{SP}_j(\nu) = \text{RSS}_{j0}(\nu) - \text{RSS}_{j1}(\nu) = \mathbf{X}_j' \mathbf{F}_{1,0}(\nu) \mathbf{X}_j \quad (27)$$

donde

$$\mathbf{F}_{1,0}(\nu) = \mathbf{F}_0 - \mathbf{F}_1(\nu). \quad (28)$$

$\sigma^{-2}\text{SP}_j(\nu)$ es distribuida de acuerdo a una χ^2 con dos grados de libertad. También se puede definir el espectro de amplitud el cual tiene la naturaleza de la raíz cuadrada del espectro de potencia normalizado de modo que este da directamente la semiamplitud de la curva sinusoidal.

La generalización hacia el ajuste simultaneo de M frecuencias puede ser realizado extendiendo la matriz $\mathbf{A}(\nu)$ ($N \times 2$) a una matriz $N \times 2M$. Así se define una matriz $\mathbf{A}(\nu^{(1)}, \nu^{(2)}, \dots, \nu^{(M)})$, donde sus elementos son:

$$A_{i1}(\nu^{(1)}) = \cos 2\pi\nu^{(1)} t_i - \bar{C}(\nu^{(1)}) \quad (29)$$

$$A_{i2}(\nu^{(1)}) = \sin 2\pi\nu^{(1)} t_i - \bar{S}(\nu^{(1)}) \quad (30)$$

$$A_{i3}(\nu^{(2)}) = \cos 2\pi\nu^{(2)} t_i - \bar{C}(\nu^{(2)}) \quad (31)$$

$$A_{i4}(\nu^{(2)}) = \sin 2\pi\nu^{(2)} t_i - \bar{S}(\nu^{(2)}) \quad (32)$$

\vdots

\vdots

$$A_{i(2M-1)}(\nu^{(M)}) = \cos 2\pi\nu^{(M)} t_i - \bar{C}(\nu^{(M)}) \quad (33)$$

$$A_{i(2M)}(\nu^{(M)}) = \sin 2\pi\nu^{(M)} t_i - \bar{S}(\nu^{(M)}) \quad (34)$$

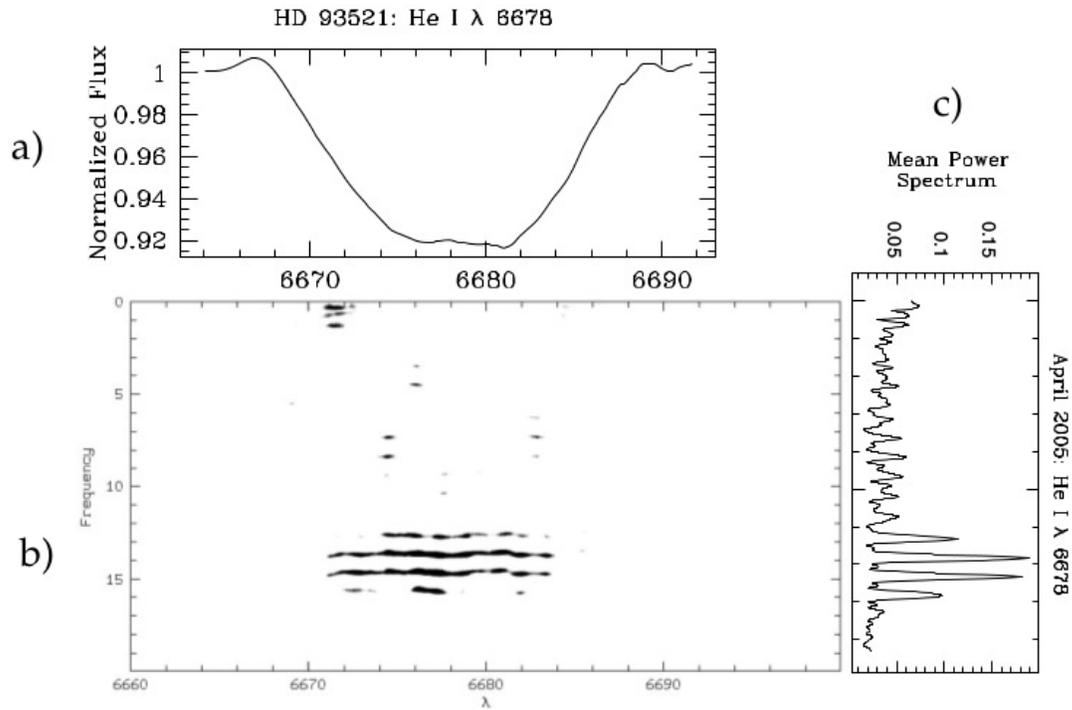


Figura 19: Espectro promedio (a), diagrama de Fourier-2D (b) y espectro de potencia de Fourier promedio para una serie temporal (c). a) Perfil promedio de la línea He I λ 6678 de la estrella HD 93521, obtenida a partir de una serie temporal de 55 espectros obtenidas en Abril de 2005. b) Espectro de potencia de Fourier-2D en escala de grises de la misma línea para la misma serie temporal. De esta forma se puede observar el espectro de potencia para cada longitud de onda del perfil de la línea (ecuación 27). c) Este fue derivado del espectro de potencia de Fourier-2D (figura 19b) promediado sobre el perfil de la línea He I λ 6678 de 6660 a 6700 Å (ecuación 35). (Fuente: Rauw et al. 2008).

La gráfica de $SP_j(\nu)$ versus ν puede ser llamada espectrograma^b generalizado. Si el método HMM (ecuación 27) es aplicado a cada paso de longitud de onda (índice j) de los espectros perteneciente a una serie temporal, se puede obtener un diagrama de Fourier-2D donde se ilustre el espectro de potencia para todo el perfil de una línea variable (figura 19 b)).

También se puede calcular el espectro de potencia de Fourier promedio^c (figura 19c) $\overline{SP}(\nu)$ para cada una de las frecuencias ν :

$$\overline{SP}(\nu) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J SP_j(\nu). \quad (35)$$

^b Cuando es versus el Periodo P se le conoce como periodograma

^c Promedio en longitud de onda

Al sustituir en la ecuación (35) las ecuaciones (24), (26), (27) y (28), y considerar un ajuste para M frecuencias como se muestra en las ecuaciones (29) - (34), se obtiene una expresión para calcular el espectro de potencia de Fourier promedio para cierta frecuencia $\nu^{(m)}$ ($m = 1, \dots, M$):

$$\overline{SP}(\nu^{(m)}) = \sum_{j=1}^J \mathbf{X}_j' \mathbf{A}(\nu^{(m)}) \left[\mathbf{A}'(\nu^{(m)}) \mathbf{A}(\nu^{(m)}) \right]^{-1} \mathbf{A}'(\nu^{(m)}) \mathbf{X}_j. \quad (36)$$

CONSIDERACIONES DE UN MUESTREO ARBITRARIO (DEEMING 1975)

El objetivo de realizar un análisis de Fourier, es detectar la presencia de varias frecuencias en algunas series de datos y determinar su amplitud. En el caso de funciones con múltiples periodos el análisis puede idealmente detectar la presencia de cada una de esas frecuencia y determinar sus amplitudes en un periodograma. En la práctica esto no se logra debido al tamaño finito de los datos y al tiempo discreto de muestreo, sin embargo, es posible detectar alguna de esas frecuencias. Otra limitación que repercute en la precisión de un análisis de Fourier es la falta de regularidad del espaciamiento de los datos muestreados.

Las limitaciones descritas anteriormente hacen que la transformada de Fourier observada ($F_N(\nu)$)^a difiera de la verdadera transformada de Fourier ($F(\nu)$). Esta diferencia puede ser descrita en el dominio de Fourier como una interferencia entre frecuencias. Normalmente existen dos tipos: 1) interferencia de frecuencias cercanas, la cual es usualmente descrita por una ventana espectral (descrita más adelante), y es principalmente un producto de la longitud finita de los datos; y 2) interferencia de frecuencias distantes, la cual es usualmente llamada “*aliasing*”, y es un producto del espaciamiento de los datos. Para datos arbitrariamente espaciados no es posible hacer una separación de estos dos efectos que de hecho son manifestaciones diferentes del mismo fenómeno, los cuales van a estar agrupados en el mismo término de la ventana espectral.

Un resultado importante encontrado en [Deeming \(1975\)](#), es que estos efectos de interferencia pueden ser expresados por el hecho de que la transformada de Fourier observada $F_N(\nu)$, es la convolución de la verdadera transformada de Fourier $F(\nu)$ con una ventana espectral $\gamma_N(\nu)$:

$$N^{-1}F_N(\nu) = F(\nu) * \gamma_N(\nu) \quad (37)$$

a Para un grupo de N datos $S_j(t_i) = S_{ij}$: $F_N(\nu) = \sum_{i=1}^N S_j(t_i) \exp(i2\pi\nu t_i)$.

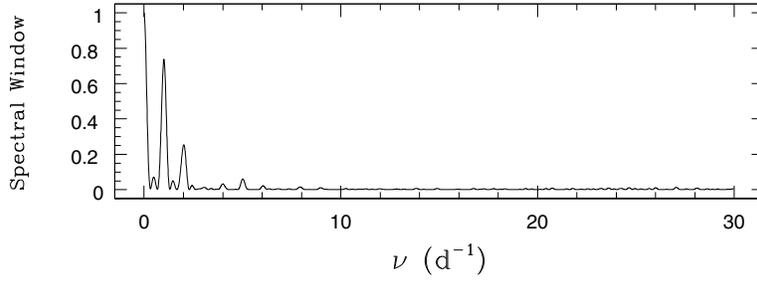


Figura 20: Ventana espectral para una serie temporal. Obtenida (ecuación 39) para la serie de 55 espectros adquiridos en Abril de 2005 para la estrella HD 93521. Toda la “patología” a causa del espaciamento de los datos en la serie temporal, incluyendo el “aliasing” y sus efectos relacionados, está contenida en dicha ventana espectral. (Fuente: [Rauw et al. 2008](#)).

donde la ventana espectral^b $\gamma_N(\nu)$ es obtenible como una función solamente de ν y del tiempo de observación t_i :

$$\gamma_N(\nu) = N^{-1} \sum_{i=1}^N \exp(i2\pi\nu t_i). \quad (38)$$

Si $F(\nu)$ es una serie de funciones delta, correspondientes a una función multi-periódica, entonces $N^{-1}F_N(\nu)$ consistirá en una serie de $\gamma_N(\nu)$ centrada en las varias frecuencias presentes. De esta forma, todos los efectos debido al tamaño de la muestra y al espaciamento desigual de los datos están contenidos en dicha ventana espectral $\gamma_N(\nu)$, la cual puede ser calculada solamente con el espaciamento de los datos y no depende directamente de los propios datos. De esta forma, este resultado es valido para cualquier espaciamento arbitrario de los datos, incluyendo datos igualmente espaciados como un caso especial.

Una gráfica de la amplitud de la ventana espectral,

$$|\gamma_N(\nu)|^2 = \gamma_N(\nu)\gamma_N^*(\nu) = N^{-2} \left(\left[\sum_{i=1}^N \cos(2\pi\nu t_i) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^N \sin(2\pi\nu t_i) \right]^2 \right), \quad (39)$$

versus la frecuencia ν (figura 20) muestra 1) un pico central bien definido a $\nu = 0$ con

^b $\gamma_N(\nu)$ esta normalizada de forma que: $\gamma_N(0) = 1$. De la ec. (38) se puede observar que la ventana espectral es aproximadamente la Transformada de Fourier finita de la distribución de datos (t_i).

un ancho en frecuencia del orden de ΔT^{-1} y 2) algunos picos subsidiarios (“*aliases*”) correspondientes a las peculiaridades del espaciamiento de los datos.

De esta forma es posible usar la transformada $F_N(\nu)$ para datos con espaciamiento arbitrario en un análisis de Fourier con resultados que son comparables a un análisis con datos igualmente espaciados. La principal diferencia es que mientras el *aliasing* puede ser predicho por adelantado en el caso de datos igualmente espaciados, este debe ser analizado en la ventana espectral resultante para el caso de datos con muestreo irregular.

PULSACIONES ESTELARES

Cuando se habla de pulsaciones estelares ^a, se hace referencia a los modos de oscilación que se presentan en las capas exteriores de ciertas estrellas, las cuales se expanden y contraen, enfriándose y calentándose respectivamente. Esto provoca efectos en la estrella como cambios periódicos de su luminosidad y movimientos periódicos de su superficie, los cuales son observados como LPV de líneas relacionadas a la fotosfera. Las pulsaciones pueden ser de dos tipos: radiales y no-radiales.

- Una pulsación radial es aquella que ocurre simétricamente en toda la superficie estelar de manera que la estrella conserva su forma esférica al expandirse y contraerse. Las oscilaciones que causan los modos radiales son el resultado de ondas de presión resonando en el interior de la estrella. Este tipo de pulsaciones es usual en variables Cefeidas y RR Lyrae, entre otras.
- Las pulsaciones no radiales (NRP) son aquellas donde las oscilaciones armónicas se propagan en todas las direcciones a través de la superficie estelar y pueden presentarse con múltiples periodos simultáneamente. Esto hace que el movimiento de la superficie presente patrones complejos de nodos y antinodos ya que ciertas regiones se expanden mientras que otras se contraen. Dos tipos de modos de oscilación se distinguen en las NRP: los modos p (presión) y los modos g (gravedad). La fuerza restauradora de los modos p son los gradientes de presión que provienen de la compresibilidad del gas. Están caracterizados por variaciones grandes de presión y su movimiento es principalmente radial. Presentan altas frecuencias de oscilación y se propagan generalmente cerca de la superficie estelar. Para los modos g, la principal fuerza restitutiva es el empuje. Se distinguen por pequeñas variaciones de la presión y a diferencia de los

^a Con información de [Aerts et al. \(2010\)](#), [de Boer & Seggewiss \(2008\)](#), [Phelan et al. \(2008\)](#), [Telting & Schrijvers \(1997\)](#) y [Schrijvers & Telting \(1999\)](#).

modos p , su desplazamiento es no-radial. Se presentan con bajas frecuencias y se propagan generalmente en zonas internas de la estrella.

Las oscilaciones, en muchas de las estrellas pulsantes, son causadas por efectos de la opacidad (mecanismo κ), en las zonas de ionización parcial (ZIP) del Hidrógeno y del Helio (ver sección E.2). En una estrella que pulsa por el mecanismo κ , una compresión genera un desplazamiento del equilibrio de ionización (por ejemplo de He^+ a He^{2+}) dentro de la ZIP y por tanto un aumento de la opacidad. El aumento de la presión de radiación resultante produce una expansión de las capas externas de la estrella generando un aumento de su luminosidad. Cuando la estrella se dilata, su temperatura efectiva disminuye, el He^{2+} se recombina, la presión de radiación disminuye y la atracción gravitacional gana. En consecuencia la estrella se retracta de nuevo.

El estudio de las pulsaciones estelares es de gran importancia ya que proporciona información para entender la estructura interior de las estrellas (Astrosismología). Este entendimiento se logra cuando un astrofísico modela las propiedades de la pulsación de la misma forma que un geofísico modela el interior terrestre a partir de la información que se obtiene de las ondas que produce un terremoto.

D.1 MATEMÁTICA DE LAS NRP

Las estrellas son tridimensionales, por lo que sus modos naturales de oscilación tienen nodos en tres direcciones ortogonales. Estos son descritos por la distancia r al centro, la co-latitud θ y la longitud ϕ . Los nodos son capas concéntricas de r constante, conos de θ constante y planos de ϕ constante. Para una estrella esférica y simétrica, las soluciones a las ecuaciones de movimiento tienen desplazamientos en las direcciones (r, θ, ϕ) y están dadas por:

$$\xi_r(r, \theta, \phi, t) = \zeta_r Y_\ell^m(\theta, \phi) e^{-i\sigma t} \quad (40)$$

$$\xi_\theta(r, \theta, \phi, t) = \zeta_h \frac{\partial Y_\ell^m(\theta, \phi)}{\partial \theta} e^{-i\sigma t} \quad (41)$$

$$\xi_\phi(r, \theta, \phi, t) = \frac{\zeta_h}{\sin \theta} \frac{\partial Y_\ell^m(\theta, \phi)}{\partial \phi} e^{-i\sigma t} \quad (42)$$

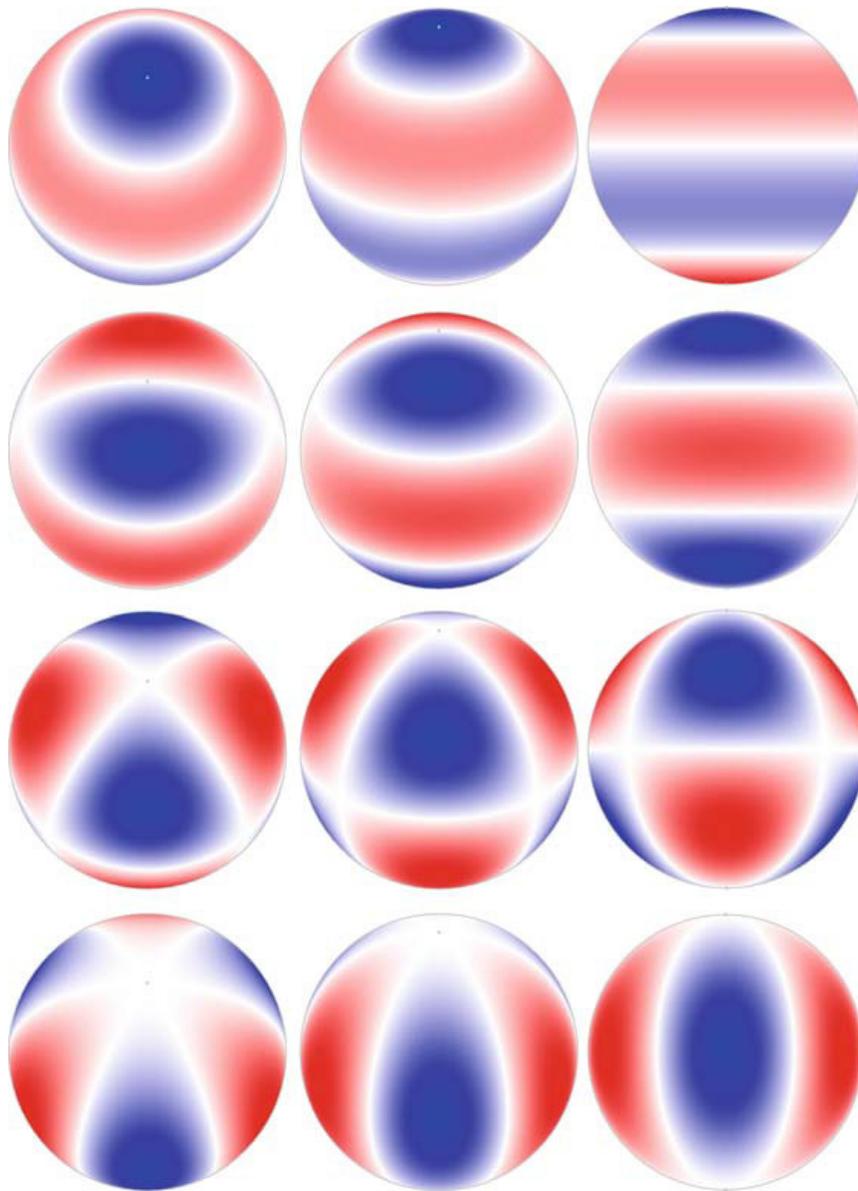


Figura 21: Modos de pulsación no radial en una estrella. Conjunto de los modos de un octopolo ($\ell = 3$). Las columnas muestran los modos para diferentes ángulos de vista; la columna de la izquierda es para una inclinación del polo de pulsación de 30° , la columna del medio para 60° y la columna de la derecha para 90° . Las bandas blancas representan las líneas de nodo; la superficies rojas (las más claras) y azules (las más oscuras) representan las zonas de la estrella que se mueve hacia adentro (o afuera) y se enfrían (o calientan) en un determinado tiempo y viceversa. La fila superior muestra el modo ejesimétrico del octopolo ($\ell = 3, m = 0$). La segunda fila muestra el modo tesseral (cuando $0 < |m| < \ell$) $\ell = 3, m = \pm 1$. La tercera fila es el modo tesseral $\ell = 3, m = \pm 2$ y la fila inferior muestra el modo sectorial ($\ell = |m|$) con $\ell = 3, m = \pm 3$. (Fuente: [Aerts et al. 2010](#)).

donde: ξ_r , ξ_θ y ξ_ϕ son los desplazamientos, ζ_r y ζ_h son amplitudes, $\sigma = 2\pi\nu$ es la frecuencia angular de oscilación y $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ son esféricos armónicos (ecuaciones (59) y (60), sección E.1).

De esta forma, las NRP son caracterizadas por sus frecuencias y por los tres números n , ℓ y m que se obtienen al resolver la parte angular de los armónicos esféricos $Y_\ell^m(\theta, \phi)e^{i\sigma t}$ (ver Apéndice E). n es llamado “overtone” y es igual al número de líneas de nodo (es decir, puntos de amplitud de pulsación nula) entre el centro y la superficie de la estrella; ℓ es el grado de pulsación y $\ell - |m|$ es el número de líneas de nodo en los planos paralelos al ecuador y m es el orden azimutal donde $2|m|$ da el número de líneas de nodo en la longitud (m puede tomar todos los valores enteros entre $-\ell$ y ℓ).

Una pulsación radial es un caso especial donde $\ell = m = 0$. El modo no radial más simple es llamado dipolo ($\ell = 1$), para este modo el ecuador es un nodo y el hemisferio norte se expande (disminuyendo su temperatura), mientras el hemisferio sur se contrae (aumentando su temperatura) y viceversa. Modos con dos líneas de nodos ($\ell = 2$) son conocidos como cuadripolos, y con $\ell = 3$ son conocidos como octopolos (figura 21). Muchos modos pueden ser simultáneamente excitados y superpuestos.

D.2 CARACTERÍSTICAS OBSERVABLES DE UNA NRP

Las pulsaciones estelares afectan localmente la superficie estelar, cada elemento de superficie está asociada con una temperatura efectiva, radio, inclinación y velocidad radial local. Generalmente, tales efectos locales no pueden ser resueltos, pero se integran sobre el disco estelar en la línea de visión. Debido a la superposición y cancelación entre los elementos que se mueven calentándose o enfriándose, hacia o desde el interior, las NRP llegan a ser visibles (para un observador lejano) solamente cuando son de un grado suficientemente bajo y con una amplitud significativa. Entonces, dichas pulsaciones son observadas como variaciones de luminosidad, color, velocidad radial o LPV de líneas de absorción. En el caso de estrellas de rotación rápida, modos con un alto orden pueden ser visibles ya que los perfiles de las líneas de absorción son ensanchadas, ayudando a resolver la superficie estelar longitudinalmente.

La figura 22 ejemplifica la LPV a causa de una NRP (con modo $\ell = 6$, $m = 6$). En dicha figura se pueden observar franjas verticales que tienen diferentes (alternadas) velocidades radiales así como distintas temperaturas. Con la rotación, esas estructuras

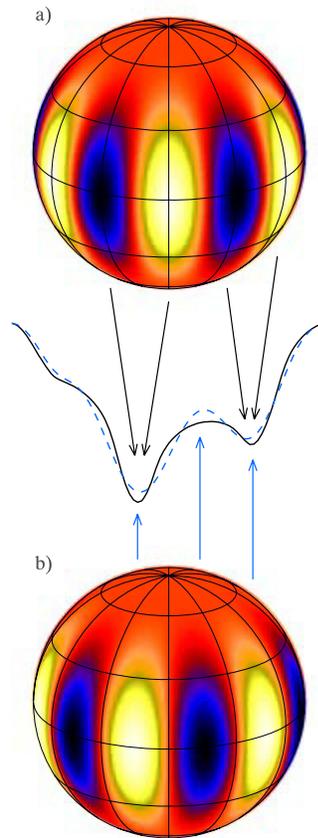


Figura 22: Modelo para la pulsación y los cambios en la línea espectral dependiente de la fase, en una estrella de rotación rápida. La imagen superior muestra los componentes verticales del campo de velocidades en la superficie debido al modo de pulsación no radial $\ell = 6$, $m = 6$; las zonas oscuras se alejan y las zonas brillantes se acercan al observador. La imagen inferior muestra las superficies de las estructuras de temperatura (misma fase) con las regiones calientes brillantes y las regiones frías oscuras. La imagen intermedia muestra los cambios en el perfil de línea debido a los efectos de la pulsación y la temperatura (las flechas relacionan las características de la superficie con el perfil de línea). Estos efectos son corrimientos de la velocidad radial (imagen superior), estructuras de temperatura (imagen inferior) y efectos en la velocidad radial (debido a la rápida rotación). (Fuente: [de Boer & Seggewiss 2008](#)).

crean cambios, temporalmente dependientes, en la forma del perfil de una línea espectral. La presencia de pulsaciones multiperiodicas puede causar variaciones muy complejas en los perfiles de línea. Sin embargo, mediante el empleo de secuencias de datos espectroscópicos es posible reconstruir la naturaleza de una pulsación a través del análisis de la amplitud y fase de las modulaciones relacionadas a ciertas frecuencias de variabilidad.

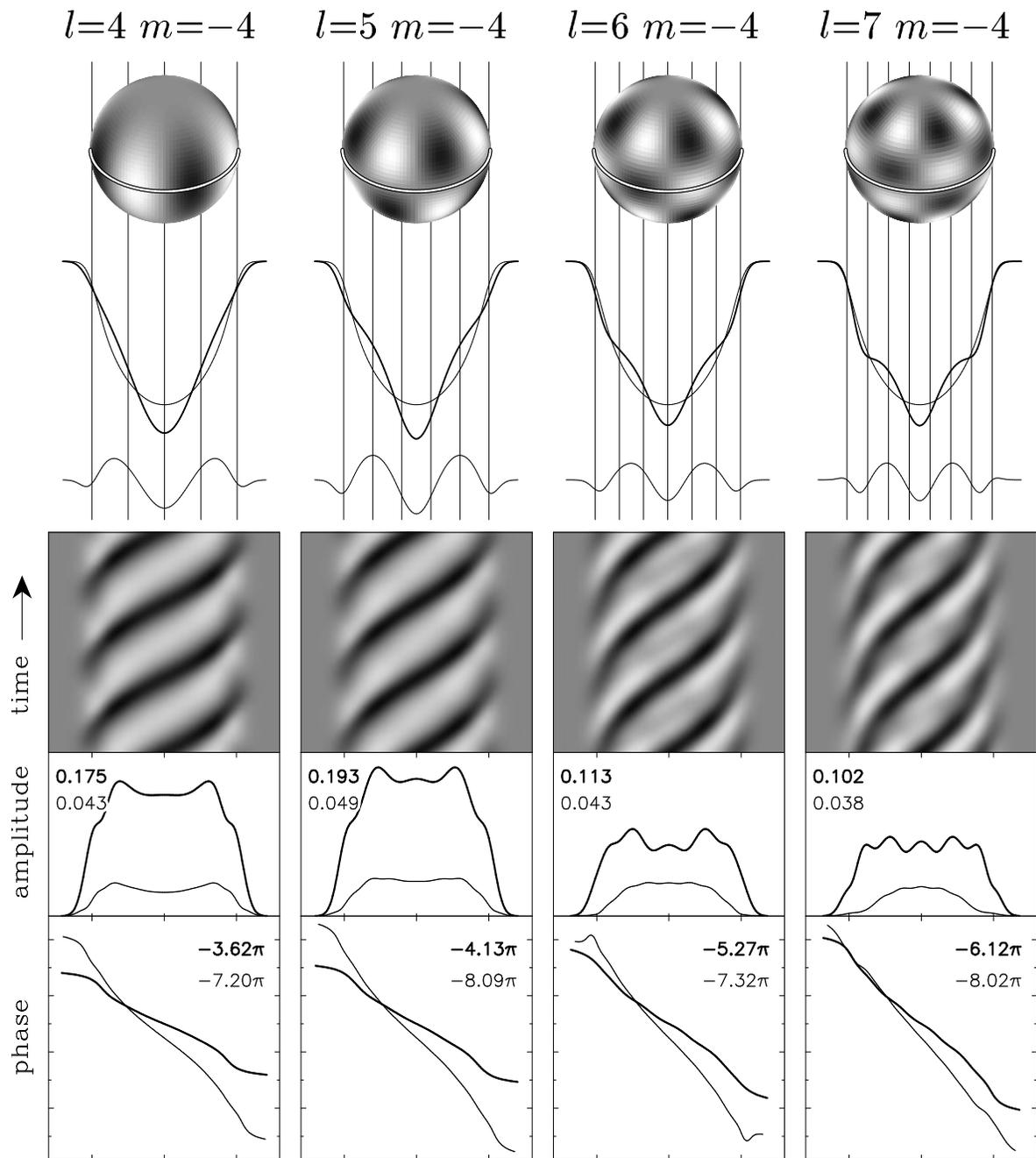


Figura 23: Características observables de una *NRP*. De arriba hacia abajo: esquema en 3 dimensiones del campo de velocidades a causa de una *NRP* de parámetros ℓ y m ; variación del perfil de línea causada por la *NRP* superpuesta al perfil de línea si no se presentara dicha pulsación; diferencia de los perfiles de línea anteriores; representación en escala de grises del espectro residual para 3 ciclos de pulsación; diagrama de amplitudes de las variaciones para una frecuencia de pulsación (línea gruesa) y su primer armónico (línea delgada); diagrama de fase de las variaciones con las diferencias de fase entre el extremo azul y rojo $\Delta\phi$ para una frecuencia de pulsación (línea gruesa) y $\Delta\phi_1$ para su primer armónico (línea delgada). La inclinación de la estrella es de 55° . (Fuente: [Telting & Schrijvers 1997](#)).

D.3 APROXIMACIÓN DE “ ℓ ” Y “ m ” DE UNA NRP

Como se ha mencionado, una [NRP](#) es caracterizada por dos parámetros: el grado de pulsación ℓ y el orden azimutal m . La frecuencia de la oscilación está ligada físicamente al grado de pulsación, mientras que el orden azimutal afecta dicha frecuencia debido a la rotación la estrella con los patrones modales. Las pulsaciones estelares son observadas como variaciones en los perfiles de línea fotosféricas. Con la rotación estelar se crean patrones de exceso y déficit de absorción que atraviesan los perfiles desde el lado azul hasta el lado rojo en el transcurso del tiempo. Esto resulta en una variación progresiva de la fase de la variación la cual puede ser visualizada como una línea monótona atravesando el perfil de línea desde el lado azul hasta el lado rojo, como los que se muestran en la figura 23.

[Schrijvers & Telting \(1999\)](#) tras simular variaciones en perfiles de línea, encuentran que tanto el grado ℓ como el orden $|m|$ pueden ser derivados del diagrama de fase de las variaciones de los perfiles de línea. Reportan que el número de perturbaciones que viajan a través del perfil, está directamente relacionado con la diferencia de fase $\Delta\phi$ que existe entre el extremo azul y el rojo, de manera similar la diferencia de fase $\Delta\phi_1$ del primer armónico es un indicador de $|m|$. Los diagramas de fase que se obtuvieron en las simulaciones muestran una relación lineal de los parámetros ℓ y $|m|$ con los valores de las diferencias de fase $\Delta\phi$ y $\Delta\phi_1$. Ellos encuentran que dichas relaciones son estables, es decir que su variación es mínima sin importar los parámetros usados en la simulación. Así, se tiene de manera general que las expresiones que relacionan los parámetros fundamentales de pulsación con la diferencia de fase vienen dadas por:

$$\ell = 0.24 + 1.11|\Delta\phi|/\pi \quad (43)$$

$$|m| = -1.32 + 0.50|\Delta\phi_1|/\pi. \quad (44)$$

De esta forma, a través del comportamiento típico del diagrama de fase de una frecuencia relacionada a una perturbación en un perfil de línea, es posible derivar con una buena estimación los parámetros ℓ y $|m|$ de una [NRP](#).

OSCILACIONES ESTELARES (GAUTSCHY & SAIO 1995)

En este apéndice, se hace mención de algunas nociones fundamentales de la teoría de pulsaciones estelares.

Se considera una estrella esférica, estática y en equilibrio, suponiendo que la materia estelar no tiene viscosidad, que el efecto de un campo magnético puede ser despreciable y que la estrella no se encuentre en rotación. La ecuación de continuidad se escribe:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u}) = 0, \quad (45)$$

donde \underline{u} es el campo de velocidad. Si se desprecia la convección turbulenta, la ecuación vectorial de movimiento se escribe:

$$\frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla \underline{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \nabla \Phi. \quad (46)$$

El potencial Φ está regido por la ecuación de Poisson:

$$\Delta \Phi = 4\pi G \rho. \quad (47)$$

La ecuación de conservación de la energía se escribe:

$$\nabla \cdot \frac{dS}{dt} = \frac{dU}{dt} - \frac{p}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} = \epsilon - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\underline{F}_R + \underline{F}_C). \quad (48)$$

En esta ecuación, U y S designan respectivamente la energía interna y la entropía, \underline{F}_R y \underline{F}_C representan respectivamente los vectores de flujo de energía por radiación y convección, y ϵ designa la tasa de producción de energía nuclear.

Se aplica una perturbación lineal adiabática a la ecuación de Navier-Stokes [45-48](#). Para una magnitud escalar, una perturbación lineal se escribe $X(\underline{r}) + X'(\underline{r}, t)$ en el formalismo euleriano (estudiando las propiedades del fluido en un punto fijo del espacio), y $X(\underline{r}) + \delta X(\underline{r}, t)$ en el formalismo lagrangiano (siguiendo el movimiento de un elemento del fluido en el curso del tiempo). $X(\underline{r})$ designa aquí la solución

de equilibrio de las ecuaciones de Navier-Stockes y las perturbaciones en los dos formalismos están ligadas por la relación

$$\delta X = X' + \delta \underline{r} \cdot \underline{\nabla} X.$$

Se hace la suposición de que las perturbaciones siguen siendo lo suficientemente pequeñas como para despreciar los términos de orden superior en las ecuaciones perturbadas.

En la aproximación adiabática, se supone que un elemento de materia que sigue un desplazamiento en una oscilación estelar no intercambia energía con su ambiente. En este caso se puede escribir que:

$$\frac{\delta p}{p} = \Gamma_1 \frac{\delta \rho}{\rho} = -\Gamma_1 \underline{\nabla}(\delta \underline{r}), \quad (49)$$

y las ecuaciones de movimiento y de continuidad son desacopladas de la ecuación de energía.

En esta hipótesis, las ecuaciones de perturbación se escriben:

-ecuación de continuidad:

$$\rho' + \underline{\nabla} \cdot (\rho \delta \underline{r}) = 0, \quad (50)$$

-ecuación de movimiento:

$$\rho \frac{\partial^2 \delta \underline{r}}{\partial t^2} = -\underline{\nabla} p' - \rho \underline{\nabla} \Phi' + \frac{\rho'}{\rho} \underline{\nabla} p, \quad (51)$$

con

$$\Delta \Phi' = 4\pi G \rho'. \quad (52)$$

Para una perturbación de tipo

$$\delta \underline{r} = \underline{\zeta} e^{i\sigma t}, \quad (53)$$

se puede demostrar que en coordenadas esféricas las ecuaciones 49 a 52 pueden ponerse bajo la forma:

$$\mathcal{L} \underline{\zeta} = -\sigma^2 \underline{\zeta} \quad (54)$$

donde \mathcal{L} es un operador diferencial hermitiano (los valores propios $-\sigma^2$ son entonces reales). Este problema de valores propios puede ser tratado por separación de variables y la parte angular puede ser descompuesta en armónicos esféricos, de manera que:

$$\delta \underline{r} = \left[\zeta_r \underline{e}_r + \zeta_h \left(\underline{e}_\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \underline{e}_\phi \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \right] Y_l^m(\theta, \phi) e^{i\sigma t}. \quad (55)$$

E.1 PROPIEDADES DE LOS ARMÓNICOS ESFÉRICOS

Los armónicos esféricos $Y_l^m(\theta, \phi)$ satisfacen la ecuación

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} Y_l^m(\theta, \phi) \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} Y_l^m(\theta, \phi) + l(l+1) Y_l^m(\theta, \phi) = 0,$$

que también puede escribirse

$$(\Delta_\theta + \Delta_\phi) Y_l^m(\theta, \phi) = -l(l+1) Y_l^m(\theta, \phi). \quad (56)$$

Recordando que los $Y_l^m(\theta, \phi)$ son obtenidos a partir de los polinomios de Legendre normalizados $\mathcal{P}_l^m(\cos \theta)$

$$Y_l^m(\theta, \phi) = (-1)^m \mathcal{P}_l^m(\cos \theta) \frac{e^{im\phi}}{\sqrt{2\pi}}, \quad (57)$$

y que los polinomios de Legendre normalizados son definidos en función de los polinomios de Legendre asociados $\mathcal{P}_l^m(\cos \theta)$:

$$\mathcal{P}_l^m(\cos \theta) = \sqrt{\frac{2l+1}{2} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} \mathcal{P}_l^m(\cos \theta), \quad (58)$$

se obtiene:

$$Y_l^m(\theta, \phi) = (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} \mathcal{P}_l^m(\cos \theta) e^{im\phi}. \quad (59)$$

Finalmente, la función generatriz de los polinomios de Legendre asociados se escribe:

$$\mathcal{P}_l^m(x) = (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} \left[\frac{1}{l!} \left(\frac{d^l}{dr^l} \frac{1}{\sqrt{1+r^2+2rx}} \right)_{r=0} \right], \quad (60)$$

con $x \in [-1, 1]$.

Las ecuaciones 57 y 58 muestran que $Y_l^m(\theta, \phi)$ posee $2|m|$ “nodos” en longitud y $l - |m|$ “nodos” en latitud.

E.2 MECANISMO DE EXCITACIÓN

Cuando una estrella sufre oscilaciones adiabáticas, sus diferentes capas se someten a ciclos termodinámicos. Si el trabajo realizado por el conjunto de las capas es positivo, el modo de pulsación se mantendrá, si por el contrario, el trabajo integrado es negativo, las pulsaciones serán amortiguadas. En termodinámica, el trabajo realizado por un ciclo es positivo si se inyecta energía a alta temperatura y si se restituye la energía a baja temperatura (ejemplo: el ciclo de Carnot). La situación es análoga para las pulsaciones estelares. En estabilidad estelar, se distinguen generalmente dos mecanismos de excitación que permiten mantener los modos de pulsación:

- El mecanismo ϵ ligado a la generación de energía termonuclear en las regiones internas de la estrella. Una compresión de gas produce un aumento de la temperatura y por lo tanto un aumento de la tasa de producción de energía nuclear. La materia recibe entonces energía a alta temperatura. En la mayoría de las estrellas, este mecanismo es poco eficaz por lo que los desplazamientos de materia en las regiones centrales de la estrella, ahí donde las reacciones nucleares tienen lugar, permanecen bajo.
- El mecanismo κ en las zonas de ionización parcial (ZIP). La opacidad de la materia estelar k es en general proporcional a $\kappa \propto \rho T^{-3.5}$, de forma que una compresión de materia (aumento de ρ y de T) produce una disminución global de la opacidad. Sin embargo, en las ZIP, la opacidad es esencialmente proporcional a ρ ($\kappa \propto \rho$). En realidad, la ionización se realiza prácticamente a T constante y una compresión de la materia provoca solamente un ligero aumento de T^a , y por lo tanto un aumento de la opacidad. La energía de radiación se encuentra entonces parcialmente bloqueada y el ciclo recibe energía a alta temperatura. Al momento de la relajación, una fracción de iones se recombinan y se produce una ligera disminución de T . La opacidad disminuye y la expansión del gas restituye la energía a baja temperatura.

a Mucha de la energía generada, la cual podría normalmente calentar la zona, es empleada en aumentar la ionización.

MODELO SIMPLIFICADO PARA PROMINENCIAS ESTELARES (HENRICHS & SUDNIK 2014)

El objetivo de este modelo es demostrar que la variabilidad cíclica observada en los perfiles de líneas del viento estelar puede ser explicada mediante la presencia de múltiples “prominencias estelares” causadas por “magnetic bright spots”.

Debido a que los cambios observados en los perfiles de línea requieren de gas emitiendo sobre la superficie, se considera el modelo más simple para representar una prominencia como una esfera de gas ópticamente delgada, que toca la superficie estelar, de forma que esté atada a ella, por lo que está co-rotando. El correspondiente perfil de línea en el espacio de velocidades está dado por:

$$F(v) = \exp \left[-A \tau e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{v-v_0}{w} \right)^2} \right] \exp \left[(\pi r^2 - A) \tau e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{v-v_0}{w} \right)^2} \right], \quad (61)$$

donde r y τ son el radio y la profundidad óptica central de la esfera de gas, respectivamente, co-rotando con una velocidad proyectada v_0 y un ancho de perfil w . $0 < A(t) \leq \pi r^2$ toma en cuenta la geometría de tránsito y eclipsamiento, en analogía con el análisis de exoplanetas (Figura 24).

El método para trabajar con este modelo consiste en adoptar un ángulo de inclinación (derivado de la $V \sin i$ y R_*) y colocar un número determinado de esferas de gas alrededor de la estrella (superposición de perfiles de línea de n esferas de gas), el cual es determinado asumiendo un periodo rotacional. El ajuste de parámetros se realiza por medio de mínimos cuadrados a los espectros observados.

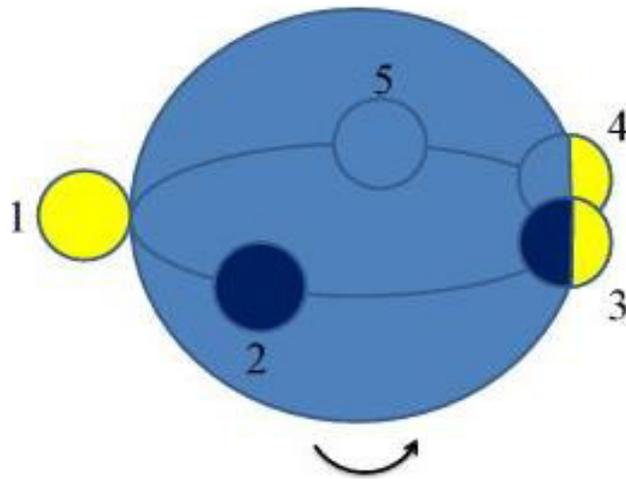


Figura 24: Modelo de prominencias estelares co-rotando con la superficie estelar. El modelo considera esferas de gas atadas a la superficie. Se representan los casos especiales: 1) Emisión; 2) Absorción; 3) Absorción parcial y emisión parcial; 4) Emisión parcial y ocultamiento parcial; 5) ocultamiento.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Aerts, C., Christensen-Dalsgaard, J., & Kurtz, D. W. 2010, *Asteroseismology*
- [2] Aerts, C., Simón-Díaz, S., Catala, C., et al. 2013, *A&A* 557, A114
- [3] Blaauw, A. 1961, *BAN* 15, 265
- [4] Blomme, R., Mahy, L., Catala, C., et al. 2011, *A&A* 533, A4
- [5] Bouret, J.-C., Hillier, D. J., Lanz, T., & Fullerton, A. W. 2012, *A&A* 544, A67
- [6] Briquet, M., Aerts, C., Baglin, A., et al. 2011, *A&A* 527, A112
- [7] Brucato, R. J. 1971, *MNRAS* 153, 435
- [8] Cantiello, M. & Braithwaite, J. 2011, *A&A* 534, A140
- [9] Cantiello, M., Langer, N., Brott, I., et al. 2009, *A&A* 499, 279
- [10] Conti, P. S. & Frost, S. A. 1974, *ApJ* 190, L137
- [11] Conti, P. S. & Leep, E. M. 1974, *ApJ* 193, 113
- [12] Cranmer, S. R. 1996, *Ph.D. thesis*, Bartol Research Institute, University of Delaware
- [13] De Becker, M. & Rauw, G. 2004, *A&A* 427, 995
- [14] de Boer, K. & Seggewiss, W. 2008, *Stars and Stellar Evolution*
- [15] de Jong, J. A., Henrichs, H. F., Schrijvers, C., et al. 1999, *A&A* 345, 172
- [16] Deeming, T. J. 1975, *Ap&SS* 36, 137
- [17] Degroote, P., Briquet, M., Auvergne, M., et al. 2010, *A&A* 519, A38
- [18] Fullerton, A. W., Gies, D. R., & Bolton, C. T. 1996, *ApJS* 103, 475

- [19] Fullerton, A. W., Massa, D. L., & Prinja, R. K. 2006, *ApJ* 637, 1025
- [20] Gautschy, A. & Saio, H. 1995, *ARAA* 33, 75
- [21] Gies, D. R. 1987, *ApJS* 64, 545
- [22] Gontcharov, G. A. 2006, *Astronomy Letters* 32, 759
- [23] Gosset, E., Royer, P., Rauw, G., Manfroid, J., & Vreux, J.-M. 2001, *MNRAS* 327, 435
- [24] Grady, C. A., Snow, Jr., T. P., & Timothy, J. G. 1983, *ApJ* 271, 691
- [25] Hartmann, W. K. & Impey, C. 1994, *Astronomy : the cosmic journey*
- [26] Heck, A., Manfroid, J., & Mersch, G. 1985, *A&AS* 59, 63
- [27] Henrichs, H. 1991, in D. Baade (ed.), *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, Vol. 36 of *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, p. 199
- [28] Henrichs, H. F. & Sudnik, N. P. 2014, in *IAU Symposium*, Vol. 302 of *IAU Symposium*, pp 280–283
- [29] Høg, E., Fabricius, C., Makarov, V. V., et al. 2000, *A&A* 355, L27
- [30] Hutchings, J. B. & Sanyal, A. 1976, *PASP* 88, 279
- [31] Kambe, E., Hirata, R., Ando, H., et al. 1997, *ApJ* 481, 406
- [32] Kaper, L., Henrichs, H. F., Fullerton, A. W., et al. 1997, *A&A* 327, 281
- [33] Kaper, L., Henrichs, H. F., Nichols, J. S., & Telting, J. H. 1999, *A&A* 344, 231
- [34] Kholtygin, A. F., Sudnik, N. P., Burlakova, T. E., & Valyavin, G. G. 2011, *Astronomy Reports* 55, 1105
- [35] Lacy, C. H. 1977, *ApJ* 212, 132
- [36] Leep, E. M. & Conti, P. S. 1979, *ApJ* 228, 224
- [37] Mahy, L., Gosset, E., Baudin, F., et al. 2011, *A&A* 525, A101

- [38] Oskinova, L. M. 2005, *MNRAS* 361, 679
- [39] Petit, M. 1987, *Variable stars*
- [40] Phelan, D., Ryan, O., & Shearer, A. (eds.) 2008, *High Time Resolution Astrophysics*, Vol. 351 of *Astrophysics and Space Science Library*
- [41] Ramiamananantsoa, T., Moffat, A. F. J., Chené, A.-N., et al. 2014, *MNRAS* 441, 910
- [42] Rauw, G. 2010, *Etoiles variables, notes de cours*
- [43] Rauw, G., De Becker, M., van Winckel, H., et al. 2008, *A&A* 487, 659
- [44] Rauw, G., De Becker, M., & Vreux, J.-M. 2003, *A&A* 399, 287
- [45] Rauw, G., Morrison, N. D., Vreux, J.-M., Gosset, E., & Mulliss, C. L. 2001, *A&A* 366, 585
- [46] Repolust, T., Puls, J., & Herrero, A. 2004, *A&A* 415, 349
- [47] Rivero González, J. G., Puls, J., & Najarro, F. 2011, *A&A* 536, A58
- [48] Robert, C., Pellerin, A., Aloisi, A., et al. 2003, *ApJS* 144, 21
- [49] Schrijvers, C. & Telting, J. H. 1999, *A&A* 342, 453
- [50] Simón-Díaz, S. & Herrero, A. 2007, *A&A* 468, 1063
- [51] Slettebak, A. 1969, *Communcations of the Konkoly Observatory Hungary* 65, 179
- [52] Telting, J. H. & Schrijvers, C. 1997, *A&A* 317, 723
- [53] Townsend, R. H. D. 2003, *MNRAS* 340, 1020
- [54] ud-Doula, A. & Owocki, S. P. 2002, *ApJ* 576, 413
- [55] Uuh-Sonda, J. M., Eenens, P., & Rauw, G. 2015, in *IAU Symposium*, Vol. 307 of *IAU Symposium*, pp 237–238
- [56] Uuh-Sonda, J. M., Rauw, G., Eenens, P., et al. 2014, *Rev. Mexicana AyA* 50, 67
- [57] van Leeuwen, F. 2007, *A&A* 474, 653

- [58] Vink, J. S., Davies, B., Harries, T. J., Oudmaijer, R. D., & Walborn, N. R. 2009, *A&A* 505, 743
- [59] Walborn, N. R., Howarth, I. D., Evans, C. J., et al. 2010, *AJ* 139, 1283
- [60] Weidner, C. & Vink, J. S. 2010, *A&A* 524, A98
- [61] Wu, Y., Singh, H. P., Prugniel, P., Gupta, R., & Koleva, M. 2011, *A&A* 525, A71