UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

División de Ciencias Sociales y Humanidades

Campus Guanajuato

Maestría en Investigación Educativa

MATEMÁTICAS: DISEÑO DE ACTIVIDADES PARA SU MEJOR ACEPTACIÓN DENTRO DEL AULA

Mat. Mariana Carnalla Cortés

Diretora: Dra. Angelina Alvarado Monroy

Codirector: Dr. Abel Rubén Hernández Ulloa

Agradecimientos

Gracias a MATEmorfosis, por ser la intersección del tiempo de vidas de gente increíble, con las que he aprendido, viajado y crecido; por ser un espacio donde se vale soñar, pensar, jugar, descubrir, reír, llorar, ser; y por haber sido la fuente de inspiración para este trabajo de investigación.

Gracias al Centro de Investigación en Matemáticas, por darme la libertad crear proyectos y el respaldo para llevarlos a cabo.

Gracias a la Dra. Angelina Alvarado Monroy, por ayudarme a dar estructura a mis ideas; calmar, clarificar y direccionar mi energía; escucharme, enseñarme y debatirme.

Gracias al Proyecto Nacional de Investigación e Incidencia para la Enseñanza de las Matemáticas y a la Red de Enseñanza Creativa de las Matemáticas, por ser simbiosis con este trabajo de investigación, donde aprendí sobre el diseño de actividades, y por incorporar ideas elaboradas en esta tesis para la conformación del Modelo de Intervención Recrea para la clase de Matemáticas. ¡Vamos a cambiar el mundo!

Gracias a la Universidad de Guanajuato, por la libertad para realizar mi proyecto.

Gracias a mi primer equipo, Lety y Esteban, por ser un ejemplo de trabajo en equipo y fuerza de voluntad. Gorch, por explorar caminos y apoyarme para encontrar los propios. Gordo, por enseñarme a conseguir sueños y ser feliz viviéndolos. Benji, por ser la felicidad andante y repartir amor sin condición.

Gracias a mis amigos matemorfosos, Mares, Pau, Niño, Ricardo, Luis, Berta, Nacho, Gilberto, Vale, por las risas, las porras, los viajes, los juegos, por lograr que cada día de oficina sea un gran día.

Gracias a los chuchos, por ser el mejor acompañamiento en esta selva académica, por las críticas constructivas, por la epistemología, por las enseñanzas y por los seminarios norteños.

Gracias a mis queridos Caidos, Yara, Adris, Arno, Tavo, Gaby R, Gaby S, Almu, Kremitas, Caro, Alex, los babies, porque, aunque estamos lejos, siempre están presentes para recordarme que la vida hay que disfrutarla, y ser feliz no importa en donde estés. Sin miedo al éxito.

Gracias Marcela, por enseñarme a querer bonito, por la paz y felicidad total. Por nuestra familia alucinante: Soma Roma, Perri Juicios, La Reina Trix, El guapo Noise y nuestra bestia bebé Sabina.

Resumen

En este trabajo de investigación, se elabora un manual de actividades de matemáticas para docentes de Telesecundarias y se pone a prueba su funcionamiento en el aula con estudiantes. Se pretende que estas actividades se usen como una herramienta que permita incidir en el dominio afectivo de los estudiantes para una mejor aceptación de la matemática. Parte del trabajo consiste en caracterizar las actividades e identificar los elementos necesarios para que se adapten a la realidad del aula mexicana y posibiliten su adopción o reproducibilidad, buscando que sean de interés para un amplio rango de estudiantes en el México de los próximos años.

Este manual, como producto de ciclos iterativos de investigación basada en el diseño, aporta elementos para contrarrestar la problemática de la falta de aceptación de la matemática. Para su diseño se tomaron en cuenta, por un lado, una concepción de la matemática basada en la resolución de problemas y por otro, el método planteado por Polya para enfrentar un problema. También se tomó en cuenta la importancia del dominio afectivo en el proceso enseñanza/aprendizaje de la matemática, así como los momentos clave para orquestar una clase generadora de discusiones productivas que serán fundamentadas para apoyar al profesor.

Índice

1 Introducción

El presente trabajo de investigación propone una alternativa encaminada a la construcción de una solución viable y práctica al problema, que se enfrenta a nivel mundial, de la escasa aceptación de la matemática por parte de los estudiantes de diferentes niveles educativos. Esta investigación se enfoca en los estudiantes mexicanos de nivel secundaria, en particular en la modalidad telesecundaria.

La propuesta consiste en el diseño de actividades matemáticas que incorporen el juego como estrategia didáctica o componentes lúdicos. El principal objetivo del material es propiciar afectos conducentes hacia una mejor aceptación de la matemática. Es decir, el objetivo de este estudio es el diseño de actividades de matemáticas que puedan propiciar un potencial impacto positivo en el dominio afectivo y, en consecuencia, una mejor aceptación de la matemática por parte de los estudiantes de secundaria. En este sentido, se puede decir que el objeto de estudio es el conjunto de actividades matemáticas y es importante seguir ciclos iterativos de investigación para la concepción de éstas, la prueba de su funcionamiento en el aula y un análisis retrospectivo para informar la mejora del diseño en juego. De tal manera que el producto final sea un diseño que pueda ponerse a disposición de los docentes y realmente pueda ser reutilizado en una variedad de contextos para el beneficio de un amplio número de estudiantes. Lo anterior, pone de relieve la importancia de crear una guía para el docente, sobre la implementación de actividades matemáticas, que sea flexible y adaptable.

Dentro de la revisión bibliográfica de investigaciones que abordan el uso de material lúdico para tener impacto en el dominio afectivo, ya sea sobre el diseño de actividades o sobre los efectos de las actividades en el contexto mexicano, no se encontraron trabajos de corte empírico que orientaran sobre la metodología. En este sentido, el presente trabajo puede aportar elementos nuevos para la problemática expuesta.

En la primera parte de este trabajo se aborda la introducción a la investigación, donde se definen las preguntas y objetivos de investigación, se expone la justificación sobre la pertinencia de este proyecto. Para concluir este apartado, se presenta la revisión bibliográfica que se realizó para conocer las investigaciones empíricas y sobre los resultados informados sobre: el uso del juego para el aprendizaje y enseñanza de la matemática; y, sobre el impacto en el dominio afectivo durante el aprendizaje de la matemática en México.

En la segunda sección se expone el marco teórico que sustenta el presente trabajo, el cual está dividido en tres categorías:

- *La importancia del dominio afectivo en el aprendizaje y la enseñanza de la matemática.* Esta categoría es la médula espinal del trabajo de investigación, en ella se explora el papel que juegan los afectos dentro del aprendizaje de la matemática. Se presentan algunas teorías, las cuales corroboran lo que la autora de esta investigación intuía de su experiencia como comunicadora de las matemáticas: el plano afectivo es un componente central para el aprendizaje en general y de la matemática en particular, a pesar de su importancia, en la práctica es poco tomado en cuenta.
- *Actividades matemáticas con un fuerte componente lúdico*. Se habla brevemente sobre algunas teorías que defienden el valor de partir del pensamiento concreto para posibilitar el tránsito al pensamiento abstracto y construir un conocimiento significativo y duradero. Enseguida se aborda la importancia del juego para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y se expone sobre la función del juego como recurso didáctico para aprender matemáticas.
- *Didáctica matemática.* En la última categoría, se profundiza en las teorías que sustentan el diseño de las actividades, aquí se abordan las características que se tienen que tomar en cuenta para propiciar afectos que puedan conducir a una mejor aceptación de la matemática. También se expone el modelo que se adoptó para prácticas de instrucción en el aula.

En la tercera sección se presenta la metodología para llevar a cabo la parte empírica de este trabajo de investigación. Dado que el objeto de estudio es un conjunto de actividades de matemáticas que apoyen la aceptación de dicha área en los estudiantes de telesecundaria. Es apropiado utilizar la metodología basada en el diseño, donde se proponen tres actividades, las cuales pasan por dos iteraciones para rediseñar y ajustar, de tal forma que estén refinadas para su sistematización y fácil reproducción por parte de los docentes mexicanos de nivel secundaria. En la primera parte, se expone el marco contextual, donde se justifica por qué se eligió la Telesecundaria como población de estudio y se habla sobre las características de las actividades matemáticas para que sean de interés a un rango amplio de estudiantes, los elementos a tomar en cuenta para ser implementadas a grupos numerosos dentro del salón de clases, la selección de actividades para el logro de los objetivos planteados, la selección de los materiales que cumplan con ciertos criterios para facilitar su reproducción y, por último, la sistematización. En la segunda parte, se presentan los tres instrumentos con los que se recolectan los datos: un cuestionario dirigido a los estudiantes para su diagnóstico sobre su percepción de las matemáticas, una encuesta y una guía de observación para identificar las categorías emergentes y los indicadores que informen sobre el diseño y factibilidad, así como los afectos de los estudiantes durante las actividades de matemáticas propuestas.

En la cuarta sección se exponen los datos obtenidos de la experimentación en el aula, la evaluación del diseño y el análisis justificado con los datos, seguido de la discusión de resultados.

Por último, en la quinta sección, se desarrollan las conclusiones sobre el trabajo realizado, se dan respuestas a las preguntas de investigación y se habla del trabajo a futuro en esta misma línea de investigación.

En la sexta sección, se encuentra el apartado de anexos. Al final del documento se incorpora la guía para el profesor con las tres actividades propuestas.

1.1 Planteamiento del problema

A nivel nacional e internacional la educación converge hacia el desarrollo de competencias, destrezas y habilidades para mejorar la calidad de vida tanto a nivel individual como a nivel de sociedad (Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico, 2017). Durante las últimas décadas, la naturaleza y estructura del ámbito laboral a nivel mundial ha experimentado cambios radicales, del campo a la fábrica, de la fábrica a la oficina profesional. En consecuencia, la demanda de competencias, destrezas y habilidades cognitivas no rutinarias e interpersonales ha incrementado notablemente (OCDE 2016).

En esta misma dirección, la tendencia para la educación del siglo XXI se encamina a desarrollar competencias que permitan a los estudiantes abordar retos complejos: pensamiento crítico y resolución de problemas, creatividad, comunicación y trabajo colaborativo; así mismo se deben desarrollar cualidades que permitan a los estudiantes adaptarse a su entorno en constante cambio: curiosidad, iniciativa, persistencia, capacidad de adaptación, liderazgo (World Economic Forum 2016). Estas habilidades, se pueden desarrollar o entrenar desde el ejercicio de la disciplina de la matemática. Aunque en México existen pocos estudios sobre las percepciones, actitudes y creencias hacia la matemática (Lemus y Ursini 2016). Se puede decir que es de dominio público que la gran mayoría de las personas, en particular los mexicanos, tienen quizá una aversión hacia la matemática en general, o ésta no les provoca emociones placenteras, aunque también la gran mayoría reconozca que es importante para la educación de cualquier individuo.

En atención a la problemática expuesta, actualmente se desarrollan diferentes iniciativas para mejorar el desempeño de matemáticas a nivel nacional, en el Estado de Guanajuato en particular. Hasta ahora, a través de la Secretaría de Educación de Guanajuato (SEG) se han realizado diversas jornadas de capacitación para profesores de nivel básico y medio superior por parte del equipo de apoyo a la enseñanza de las matemáticas que tiene el Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT). Sin embargo, las actividades y las capacitaciones no han sido sistematizadas. Lo cual sería conveniente y deseable, para conocer su impacto en los estudiantes y en el ambiente de los salones de clases.

Para apoyar las acciones de la SEG y del CIMAT, en este trabajo, se pretende iniciar con una propuesta de mejora, evaluación del diseño y sistematización de algunas de las actividades matemáticas que ya han sido utilizadas en las capacitaciones de los profesores de secundaria dentro del Estado de Guanajuato.

1.2 Preguntas de investigación

La pregunta que guía este trabajo está centrada en las actividades matemáticas utilizadas por CIMAT.

- ¿Qué rasgos de las actividades matemáticas pueden propiciar afectos conducentes a una mejor aceptación en los estudiantes mexicanos de primero de secundaria?

Preguntas secundarias

  - ¿Cuál es la percepción de los estudiantes mexicanos de primer año de secundaria con respecto a la matemática?
  - ¿Qué características generales deben considerarse para que las actividades matemáticas sean de interés para un amplio rango de estudiantes mexicanos de primero de secundaria?
  - ¿Cuáles elementos deben considerarse para implementar las actividades matemáticas en el salón de clases mexicano?

¿Cómo se pueden sistematizar las actividades matemáticas para su reproducción dentro del salón de clases mexicano?

1.3 Objetivos de investigación

Objetivo general

- Identificar los principales rasgos de las actividades matemáticas que pueden propiciar afectos conducentes a una mejor aceptación en los estudiantes mexicanos de primero de secundaria.

  Objetivos específicos

  - Explorar la percepción de los estudiantes mexicanos de primer año de secundaria sobre la matemática, antes y después de la intervención educativa.
  - Identificar las características generales que deben tener las actividades matemáticas para que sean de interés para un amplio rango de estudiantes mexicanos de primero de secundaria.
  - Determinar la metodología adecuada para que las actividades matemáticas puedan implementarse en el salón de clases mexicano.

Sistematizar la secuencia de actividades matemáticas para su reproducción dentro del salón de clases mexicano.

1.4 Justificación

Los argumentos que justifican la elección de la problemática se elaboran en dos vías: personal y social.

Motivos personales

El principal motivo por el cual se quiere realizar este trabajo de investigación es por el notable gusto que la autora tiene por la matemática. Su interés consiste en generar situaciones a gran escala donde se pueda contagiar el gusto por la matemática, se disfrute con la resolución de problemas y se experimente *el placer de poner en práctica diferentes formas de pensamiento matemático*. Con actividades cuidadosamente *seleccionadas y adaptadas*, y metodologías apropiadas, se espera impactar positivamente en el dominio afectivo y cognitivo de los estudiantes, de tal forma que experimenten de primera mano lo que significa hacer matemáticas y se empiecen a sembrar semillas que puedan germinar en un gusto y placer por el quehacer matemático.

A cada generación le corresponde el compromiso social de al menos intentar dejar un mundo mejor al que le tocó. Siguiendo esta forma de ver la vida, como parte de este compromiso, la autora quiere poner su grano de arena con los conocimientos que posee gracias a su formación matemática, la experiencia desarrollada durante nueve años como divulgadora de la matemática y el lugar donde le tocó desarrollarse, en México.

El motor para realizar este trabajo se centra en el compromiso con la juventud mexicana, con el deseo de ser partícipe en la formación de ciudadanos que desarrollen criterios propios y tengan capacidad de decisión informada. Estas habilidades, se desarrollan a través del pensamiento lógico y crítico que la matemática brinda.

Respecto al objetivo profesional, se tiene un interés de empezar a generar investigación en el ámbito de matemática educativa en el municipio de Guanajuato donde, a pesar de que se cuenta con el Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), uno de los más reconocidos a nivel nacional y mundial, y con la Universidad de Guanajuato, la cual tiene un Departamento de Educación, no se han generado las oportunidades para impulsar proyectos en común en esta dirección. En armonía con lo anterior se pretende empezar a crear nuevos vínculos entre estas dos instituciones, para beneficiar a la sociedad y contribuir a la mejora sustancial del sistema educativo guanajuatense.

La idea para este trabajo de investigación surgió durante los ocho años de experiencia laboral en CIMAT como divulgadora de las matemáticas de la autora. Durante este lapso de tiempo, se tuvo la oportunidad de recorrer gran parte del estado de Guanajuato, parte del territorio mexicano, y algunos lugares en el extranjero, donde empíricamente se identificó una constante: los estudiantes y la sociedad en general tienen una noción de la matemática más cercana con el aprender procedimientos de memoria y lejos de un espacio para pensar.

Aunado a lo anterior, también durante este tiempo, por comentarios de las personas con las que se ha trabajado, las actividades matemáticas con un fuerte componente lúdico parecen ser un vehículo para llevar a la población en general y a los estudiantes en particular, a deconstruir su concepción de la matemática y empezar a tener una mejor aceptación de ésta.

Importancia de que la sociedad tenga una cultura matemática

Retomando lo abordado en el planteamiento del problema, las habilidades que un individuo requiere para alcanzar el bienestar a nivel individual y tener una mejor calidad de vida como sociedad, necesita desarrollar ciertas competencias y cualidades: pensamiento crítico y resolución de problemas, creatividad, comunicación, trabajo colaborativo, curiosidad, iniciativa, persistencia y capacidad de adaptación (World Economic Forum 2016). Una manera de lograr desarrollar estos aspectos es, si se concibe la matemática desde el punto de vista de procesos de resolución de problemas, tema que se ahondará en el marco teórico. Por lo que es importante promover el desarrollo de una cultura matemática y dar a conocer el quehacer de los matemáticos, no solo hacia los estudiantes, sino a la población en general.

Dentro de la experiencia laboral de la autora, lo que es recurrente, es que una fracción significativa de los estudiantes con los que ha trabajado muestren: incipiente motivación para resolver problemas, poca curiosidad, ausencia de aceptación hacia la matemática, necesidad de estimulación o retroalimentación inmediata, mal manejo de la frustración, bajo aprovechamiento en el aprendizaje a partir de los errores, poca perseverancia, es decir, que las habilidades o cualidades que necesitan para poder desenvolverse en la sociedad actual, no están siendo desarrolladas o entrenadas en la escuela.

Para conocer lo que se ha investigado al respecto, se realizó una búsqueda en el ámbito académico mexicano y no se han logrado encontrar estudios a gran escala sobre la percepción de la matemática y el desempeño en cuanto a las competencias antes mencionadas de la sociedad mexicana, se toman las pruebas estandarizadas que proporcionan índices, los cuales dan información sobre el desempeño en matemáticas a nivel internacional y nacional de los estudiantes de nivel básico.

Existen dos pruebas estandarizadas que nos pueden dar una idea del dominio de los aprendizajes del sistema educativo mexicano o de su grado de competencia matemática.

La prueba nacional, diseñada y aplicada por el que fue el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA). En ésta, los resultados del 2017 indican que 64.5% de los estudiantes que terminan su educación básica en México obtienen el Nivel I de logro educativo: sólo son capaces de resolver problemas que impliquen comparar o realizar cálculos con números naturales. El 21.7% alcanzan un Nivel II de logro educativo: saben resolver problemas con operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) con números decimales y pueden plantear expresiones sencillas con un valor desconocido. El 8.6% de los estudiantes logra un Nivel III: son capaces de resolver problemas con fracciones, números enteros o potencias de números naturales, así como traducir del lenguaje algebraico al lenguaje común. Y sólo el 5.1% de los estudiantes que concluyen el nivel básico han adquirido el nivel IV de logro académico en matemáticas: son capaces de resolver problemas que implican combinar números fraccionarios y decimales, y resolver problemas haciendo uso de ecuaciones (INEE 2018).

De la prueba internacional, diseñada e implementada por la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE), Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos o PISA (por sus siglas en inglés), sólo se recuperan los resultados del desempeño en matemáticas de México en la prueba PISA 2012, que se centró en el área de interés de esta investigación. De los 65 países que participaron en la edición 2012, México se ubicó en el lugar 53 (INEE 2013). El 55% de los estudiantes mexicanos no alcanzan el nivel de competencia básico Nivel 2, es decir, a lo sumo, son capaces de solucionar problemas muy sencillos que no exigen pensar por adelantado y que se desarrollan en entornos familiares (OCDE 2013, 2014). Menos del 1% de los estudiantes mexicanos logra alcanzar los niveles de competencia más altos (5 y 6), es decir, son capaces de conceptualizar, generalizar y utilizar información basada en sus investigaciones y en su elaboración de modelos para resolver problemas complejos (OCDE 2007, 2013).

Los resultados de la prueba PISA 2012 también reportan que los alumnos mexicanos muestran motivación por aprender, pero también ansiedad hacia las matemáticas. En torno a la ansiedad hacia la matemática, la prueba PISA reporta que más del 75% de los alumnos que tomaron la prueba reportaron estar de acuerdo con la afirmación: “frecuentemente me preocupa que tendré dificultades en clases de matemáticas”. De igual forma, reporta que casi el 50% de los estudiantes sienten ansiedad al intentar resolver problemas matemáticos. Estos resultados, **le dan a México el primer lugar en cuanto a ansiedad hacia las matemáticas** dentro de los países que pertenecen a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE 2013).

A partir de estos resultados, se reportan altos índices en la deficiencia de la competencia matemática de los estudiantes que egresan de la educación básica y un alto índice de ansiedad hacia la matemática. Es evidente la necesidad de tomar acciones para que los mexicanos que, al terminar 9 años de educación obligatoria, eleven su destreza, entrenen habilidades y finalmente mejoren su competencia matemática. Y así, los futuros ciudadanos mexicanos tengan oportunidad de desenvolverse en el mundo del siglo XXI con un buen nivel de competencia matemática

Siguiendo la misma línea de la investigadora en educación matemática Gómez-Chacón (2000), quien considera urgente realizar propuestas operativas para el día a día en el salón de clases donde se tome en cuenta tanto la dimensión cognitiva como la afectiva dentro del aprendizaje de manera integral enfocado a la matemática. Este trabajo propone una serie de actividades matemáticas, que estén adaptadas a la realidad de las aulas mexicanas. Cuyo principal objetivo es que empiecen a tener un impacto positivo dentro del dominio afectivo de los docentes y los estudiantes, donde se puedan propiciar afectos conducentes a una mejor aceptación hacia la matemática. Y a largo plazo, tanto los docentes, como los estudiantes tengan una mejor concepción de lo que significa el quehacer matemático, que los estimulen intelectualmente y los ayude a entrenar en las diferentes competencias necesarias para tener ciudadanos que alcancen un mayor bienestar individual y generen un crecimiento de la sociedad mexicana en todos los sentidos.

1.5 Diseño de actividades matemáticas, una aproximación a las investigaciones realizadas

Para la presente investigación, se realizó una revisión de documentos derivados de trabajos previos, misma que principalmente tomó en cuenta investigaciones empíricas donde se aborda el uso o diseño de actividades matemáticas con un fuerte componente lúdico o juegos matemáticos, que describen o miden algún tipo de impacto en el dominio afectivo referente al aprendizaje o enseñanza de la matemática.

Para esto, se realizó una búsqueda con Google Académico, Dialnet, Redalyc, JSTOR y Springer.

La búsqueda se centró en trabajos realizados en los últimos 5 años. Se dio prioridad a trabajos realizados en escenarios mexicanos, posteriormente, latinoamericanos y, por último, el resto del mundo. No se incluyeron trabajos que hicieran uso de la tecnología (tabletas electrónicas, computadoras, etc.). Los detalles de la búsqueda se presentan enseguida.

Estudios empíricos sobre el uso del juego y su papel en la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

En México, un artículo de investigación localizado, fue "La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas", realizado por González, Molina y Sánchez (2014) del Instituto Politécnico Nacional. Este artículo de corte bibliográfico solo logró encontrar 18 trabajos en nivel básico, el cual es la población de interés en esta investigación. Esta investigación dio la pauta, para encontrar otros trabajos de interés para la investigación, pero ninguno dentro del contexto mexicano.

Tomando la restricción temporal, un trabajo que cumplía con este parámetro, fue la tesis doctoral "Estudio comparativo de proceso de resolución de problemas y de juegos de estrategia en educación primaria", realizada por Toro (2016) de la Universidad de Barcelona, quien a pesar de que no persigue los mismos objetivos que la presente investigación, parte del marco teórico referente a los juegos y fue de gran interés para tomar sugerencias de otros autores, quienes han estudiado el papel del juego en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Es de los pocos trabajos que se encontraron donde se realiza una intervención en las aulas, lo que da idea en cuanto a la metodología que se puede usar, aunque el contexto sea distinto.

Otros autores que se consultaron, fueron Huizinga (1954) por su trabajo de “Homo Ludens” por su estudio del juego, mientras que Beth y Piaget (1966), Dienes (1960) y Vygotsky (1979) se consultaron para elaborar una aproximación a desarrollar los conceptos de lo concreto a lo abstracto.

Entre los trabajos que se encontraron sobre los juegos matemáticos dentro de la educación matemática, un referente en la investigación iberoamericana es De Guzmán (1984) con su libro “Juegos Matemáticos en la Enseñanza”, donde explica el fundamento matemático de los juegos, su impacto en la historia y consecuencias para la didáctica, otro rasgo importante es que da directrices temáticas para el uso del juego, mismas que son relevantes para este trabajo. En este sentido, también se revisaron los trabajos de Ernest (1986) quien habla sobre la importancia del juego en el aprendizaje de las matemáticas, y ya empieza a preocuparse por el componente afectivo que estudia en forma del efecto motivacional que poseen los juegos en su trabajo “GAMES, A Rationale for their use in the teaching of mathematics in school”. De igual forma, Corbalan (1994) y Bishop (1998), hacen investigación sobre el uso del juego dentro del ámbito educativo, pero nada empírico.

Estudios empíricos sobre el papel del dominio afectivo en la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

En México, un artículo de investigación que se logró encontrar fue “Creencias y actitudes hacia las matemáticas. Un estudio con alumnos de bachillerato”, de Lemus y Ursini (2016), del Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN. El propósito de este estudio fue analizar las creencias y las actitudes hacia la matemática de estudiantes mexicanos de último año de bachillerato. Esta investigación, aunque está relacionada con los objetivos del presente trabajo, dista mucho en cuanto a marco teórico y metodología, pero se recupera lo siguiente:

> En México, ha habido estudios que han indagado las actitudes hacia las matemáticas de los estudiantes de distintos niveles educativos (por ejemplo: Eudave, 1994; Ursini, Sánchez & Orendain, 2004; Mercado,

> 2007; Sánchez & Ursini, 2010; Juárez, 2009; Ursini & Sánchez, 2008, 2011; Montes & Ursini, 2013), pero las creencias acerca de las matemáticas han sido todavía poco estudiadas. (p.316)

Se intentaron recuperar estos trabajos, pero solo se logró tener acceso a los trabajos donde participa la investigadora Sonia Ursini, de los cuales el 75% estaba relacionado con la tecnología: “Validación y confiabilidad de una escala de Actitudes hacia las Matemáticas y hacia las Matemáticas Enseñadas con Computadora” (Ursini, Sánchez & Orendain 2004); “Gender, technology and attitude towards mathematics: a comparative longitudinal study with Mexican students” (Ursini y Sánchez 2008); “Actitudes hacia las matemáticas y matemáticas con tecnología: estudios de género con estudiantes de secundaria” (Ursini y Sánchez 2008). Mientras que el último trabajo “Chic en el análisis de las actitudes hacia las matemáticas en estudiantes de secundaria.” (Montes y Ursini 2014) nos ayudó a encontrar otros autores que son relevantes en el campo del dominio afectivo en la educación matemática. Las investigaciones en México referentes al estudio del dominio afectivo dentro del contexto mexicano son escasas.

Como el objeto de estudio de esta investigación no es el dominio afectivo, aunque esta componente interesa, no se profundizó demasiado en el tema, sólo se tomaron los autores que más destacaron en una revisión rápida de bibliografía. Se llegó a que el primer investigador relevante en el tema de dominio afectivo enfocado en el aprendizaje y enseñanza de las matemática fue McLeod (1992) con su trabajo “Research on affect in mathematics education: A reconceptualization”. Este trabajo es retomado por la gran mayoría de investigaciones revisadas, por lo que se toma como punto de partida. Después, dentro del habla hispana, el referente más importante que se encontró en cuanto al dominio afectivo en la matemática fue Gómez-Chacón (2000), quien con su tesis doctoral “Matemática Emocional” fue galardonada con el premio a la Innovación Educativa. A partir de esto, se complementó con el libro “Foundations for the Future in Mathematics Educaction” (Lesh, Hamilton, & Kaput, 2007), donde se encontró el artículo “Aspects of Affect and Mathematical Modeling Processes” de Goldin (2007) cuya teoría se adapta mejor a lo que esta investigación busca.

Estudios empíricos sobre actividades de matemáticas lúdicas o juegos matemáticos que describan o midan algún tipo de impacto en el dominio afectivo referente al aprendizaje o enseñanza de la matemática.

En esta sección, se buscaron trabajos que ya tuvieran los tres componentes que persigue la presente investigación: matemáticas lúdicas o juegos matemáticos, impacto en el dominio afectivo y que sean investigaciones empíricas. En el contexto mexicano, no logramos encontrar una investigación que cumpliera con los tres componentes. En el panorama mundial, se encontraron investigaciones en Iberoamérica: de Ramirezparis (2009) de Colombia, el trabajo que se encontró es bastante básico, no aportó a los intereses de la investigación; Corbalan (1994), Chamoso, Durán, García, Martínez, y Rodríguez-Sánchez (2004), Deulofeu (2000), Edo y Deulofeu(2006), Muñiz-Rodríguez y Rodríguez-Muñiz (2014) de España, el equipo español lleva ya varias décadas trabajando en este ámbito, son referentes teóricos y empíricos importantes para la presente investigación; Bragg (2003; 2006; 2007) ya está mucho más enfocada a la evaluación de afectos a través de los juegos, aunque en este momento no se pretende entrar en ese campo, es un referente importante para futuras investigaciones que se quieren hacer en el contexto mexicano; Nisbet, Jones, Langrall, y Thornton (2000), Nisbet (2008), Nisbet y Williams(2009) de Australia, Nisbet hasta ahora es el autor que más se acerca a lo que se pretende con esta tesis, es una referencia angular para el desarrollo de esta investigación.

Por otra parte, se revisaron varios libros de divulgación de las matemáticas, en los cuales están basadas las actividades con las que se pretende trabajar: Martin Gardner uno de los más grandes divulgadores de la matemática, quien es un referente indispensable cuando se quiere hacer actividades matemáticas con un fuerte componente lúdico (Gardner 1987; 1988; 1989; 1991; 1992; 1995); Lawrence Hall of Science de la Universidad de Berkeley tiene dos libros sobre actividades matemáticas para docentes y padres de familia (Braxton et al. 1995; Stenmark, Thompson, y Cossey 1986).

2 Marco teórico

En este capítulo se trata con las bases teóricas que dan soporte a este trabajo. Primero se elabora la concepción de las matemáticas que será utilizada. Segundo, se presentan algunas teorías sobre el papel que juegan los afectos dentro de la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Tercero, se exponen teorías que defienden la importancia sobre el camino que se puede recorrer del pensamiento concreto al pensamiento abstracto, y cómo se puede hacer este tránsito a través del juego matemático o las matemáticas lúdicas. Y, por último, se profundiza sobre las teorías que sustentan el diseño de las actividades matemáticas de interés para lograr el objetivo deseado.

2.1 Concepción de la matemática en la presente investigación

Mucho se ha estudiado sobre las matemáticas, se discute sobre el mejor camino a seguir para aprenderlas y enseñarlas, se habla sobre los afectos que se tienen sobre las matemáticas y el proceso cognitivo involucrado en su quehacer, pero ¿qué son las matemáticas?

A través del tiempo, el término “matemáticas” ha sido asociado con una vasta acumulación de técnicas y procesos (Butterworth 1955). Si se consulta el diccionario de la Real Academia Española, se encuentra su definición como: “la ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones” (Real Academia Española, n/f, s/p). Lo cual en parte es cierto, pero esta definición no refleja el significado completo de la matemática y mucho menos su potencial. A lo largo de la historia, la definición de la matemática ha ido evolucionando y, como en toda disciplina, cada uno adoptará de manera subjetiva la que mejor vaya con su concepción e intereses.

Se quiere reflexionar sobre lo que se entiende por las matemáticas que se enseñan en el ámbito escolar y cómo a partir de esto, se pueden diseñar actividades que refuercen lo que se hace bien y abran caminos hacia lo que hace falta para acercar a los estudiantes a experiencias de lo que es hacer matemáticas “reales”.

Las matemáticas escolares

En México las matemáticas escolares, están definidas como un conjunto de conceptos, métodos y técnicas (Secretaria de Educación Pública 2017) mediante los cuales, en términos generales se espera que los estudiantes sean capaces de resolver problemas.

Pero ¿esto es todo lo que se necesita para la resolución de problemas? La opinión en este trabajo es que no, que un individuo, estudiante o no, sea capaz de resolver problemas de manera general y diversa, requiere de mucho más que sólo conocer y dominar conceptos, métodos y técnicas, que sin duda son herramientas de gran utilidad en el proceso de resolución de problemas. Es decir, que la matemática escolar, como indica Gómez-Chacón (2000), experimenta profundos cambios, esto debido a que se está dejando de ver a la matemática como algo estático, y se empieza a ver como una herramienta de vida. Esta idea, va acorde con lo que se argumenta en el planteamiento del problema y la justificación sobre las nuevas destrezas, habilidades y competencias que los estudiantes deben adquirir para competir en el mundo del siglo XXI. A partir de eso, se busca encontrar una definición que no sea una receta de conceptos, métodos y técnicas estáticas como la educación tradicional sugiere, sino identificar cuáles son los elementos que se tienen que tomar en cuenta para desarrollar estas competencias matemáticas, que permitan un dinamismo y que vayan de acuerdo con la velocidad y la manera en que el mundo está cambiando. A partir de eso la Secretaría de Educación Pública (2017), en su documento más reciente *"Aprendizajes Clave para la Educación Integral. Matemáticas. Educación secundaria. Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación",* su concepción de la matemática escolar en México ya está en vías de entender el quehacer matemático más allá de los conceptos, técnicas y métodos, dado que ya toma en cuenta el término pensamiento matemático. Donde lo define como la forma de "razonar que utilizan los matemáticos profesionales" (Secretaría de Educación Pública, 2017 p.158) para resolver problemas, la cual implica un razonamiento divergente, novedoso o creativo. También se menciona que esta formación en el pensamiento matemático se plantea en vías de que los estudiantes aprecien ese pensamiento y quieren que se traduzca en actitudes y valores favorables hacia la matemática. Esto nos indica que ya se están preparando cambios al menos en teoría sobre lo que se quiere que aprendan los estudiantes dentro de las aulas mexicanas, donde se empiezan a vislumbrar la importancia de los componentes del dominio afectivo de los estudiantes, lo cual hace que la presente investigación tenga una mayor posibilidad de ser implementada dentro de los salones de clases, pues persigue al igual que el programa de estudios, esta integración del dominio afectivo y cognitivo para un mejor aprendizaje y una mejor enseñanza de la matemática en México.

Los educadores han notado, como menciona el investigador en matemática educativa Lesh (Lesh et al., 2007) que las nuevas herramientas basadas en tecnología están creando cambios significativos en las situaciones donde se quieren capacidad de resolución de problemas y toma de decisiones, y como se ha mencionado anteriormente, el pensamiento matemático es clave, y donde las habilidades y conocimientos matemáticos pueden ser de enorme utilidad. En esta misma línea, vamos a explicar, cual es la concepción de las matemáticas reales en este trabajo.

Las matemáticas reales

Definir matemáticas es una discusión filosófica sin una respuesta correcta o incorrecta, mucho depende del enfoque con el que se mire y los autores que se revisen, como esta definición no es una prioridad dentro de este trabajo, vamos a exponer brevemente una definición que va acorde con la concepción de las matemáticas que lo guía, se buscó una definición general y digerible para un amplio público:

La palabra matemáticas deriva de las palabras griegas *máthema* que significa lo que hay que saber y *mathein* que significa saber pensar. Por lo que una forma de interpretar el significado de matemáticas reales desde su etimología es *saber pensar sobre lo que hay que saber*. Donde pensar lo entenderemos como lo que hacemos cuando no sabemos qué hacer.

A partir de la interpretación desde su raíz etimológica, vamos a concebir a la matemática como el proceso que realiza un individuo que se enfrenta a una situación desconocida (un problema) para poder resolverla, haciendo uso de su razonamiento lógico y conocimientos de forma creativa para encontrar una respuesta.

Acorde con lo anterior, los ejes que se toman en cuenta en esta tesis sobre la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas son:

- Hacer matemáticas y resolver problemas serán utilizados como sinónimos.
- El proceso de resolución de problemas es algo iterativo y dinámico.
- Se requiere dotar a los estudiantes de cierto grado de libertad y flexibilidad, para que sean capaces de encontrar sus propios caminos y respuestas.
- Se debe fomentar la creatividad y las diversas formas de pensamiento.
- El dominio de las herramientas (aritmética, álgebra, geometría, etc.) y su manejo, son de gran utilidad para el proceso de resolución de problemas.
- Al ser un proceso humano, se tiene el componente afectivo, que no se puede dejar de lado y tratarse de forma independiente.

Ahora, bajo esta línea de forma de ver la matemática, como el proceso de resolver problemas, se toma el método propuesto por Polya (1945):

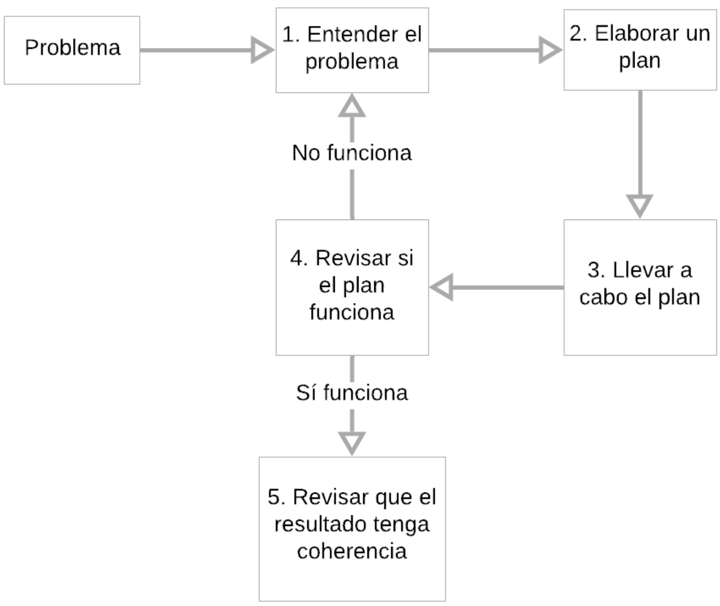


Figura 2-1: Modelo de resolución de problemas. Elaboración propia con información de Polya (1945)

2.2 La importancia del dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas

En México, al menos en la teoría, se está viendo una tendencia hacia una educación integral de la dimensión cognitiva y la dimensión afectiva con respecto a la matemática, como se describió en la sección anterior. Aunque en la realidad, se sospecha que sólo en muy pocos casos se ha puesto en práctica (en cualquiera de las dos dimensiones), esto se debe a que el dominio afectivo de un ser humano es sumamente complejo y no es fácil de entender. Si se observa el panorama mundial, a partir de la década de 1980, se empezaron a realizar investigaciones dentro de la rama de Didáctica de las matemáticas sobre el papel de los aspectos afectivos dentro de la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Investigaciones recientes han reportado que las cuestiones afectivas juegan un papel central en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. (Hannula 2006; Ma y Xu 2004; McLeod 1992; Middleton y Spanias 2006)

En el presente trabajo no se pretende hacer una investigación exhaustiva sobre las diversas teorías sobre el dominio afectivo y su papel en la didáctica matemática, sino que se pretenden recuperar aspectos teóricos que avalen la decisión de diseñar actividades matemáticas para propiciar afectos que puedan conducir a una mejor aceptación de la matemática. Para esto, se tomarán perspectivas y constructos de teorías que vayan en la misma dirección que esta investigación.

Lo primero que tenemos que acotar es lo que se entenderá como la dimensión afectiva, para esto se retoma la definición que dio el pionero en el ámbito del dominio afectivo en el aprendizaje y enseñanza de la matemática, McLeod (1992) y fue complementada por Gómez-Chacón (2000), quienes definen el término de *dimensión afectiva* como un extenso rango de sentimientos, emociones, creencias, actitudes, valores y apreciaciones.

Para poder operacionalizar esta dimensión, fue necesario definir una base, McLeod (1992) sugirió tres descriptores básicos: emociones, actitudes y creencias, los cuales han sido retomados dentro de un gran número de investigaciones. Por cuestiones prácticas, esencialmente por el lenguaje, en la presente investigación se retoma la tesis doctoral “Matemática emocional” (2000) donde se propone una relación cíclica entre estos descriptores básicos y el aprendizaje. El modelo de Gómez-Chacón es mucho más complejo, pero sólo se busca que el lector empiece a desarrollar una intuición sobre el dominio afectivo que es un componente clave en el aprendizaje del ser humano, enfocado al aprendizaje de la matemática.

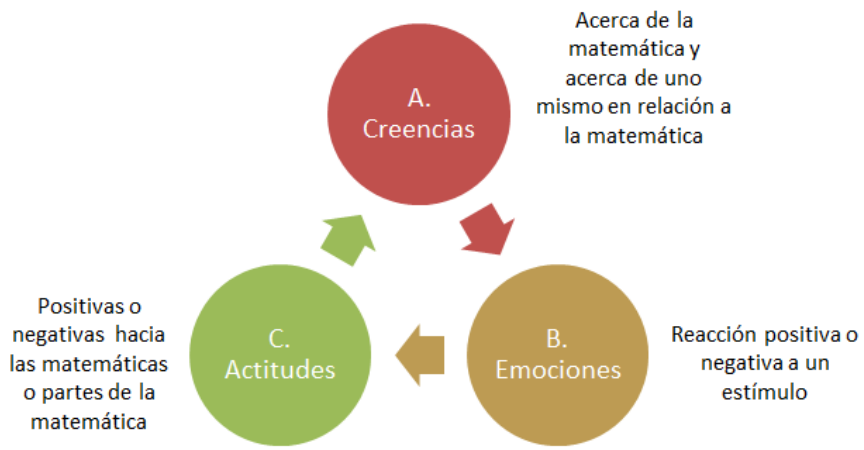


Figura 2-2: Modelo de afectos experimentados al realizar actividades matemáticas Elaboración propia con información de Gómez-Chacón (2000)

La tesis de Gómez-Chacón (2000) al referirse al dominio afectivo, parte de la idea de que los estímulos asociados al aprendizaje matemático generan ciertas emociones, éstas están condicionadas por sus creencias y la reacción emocional que está teniendo de la experiencia. Si un estudiante se encuentra constantemente reaccionando de la misma forma a estos estímulos asociados con la matemática, entonces estas emociones se volverán actitudes hacia la matemática.

Más tarde, los investigadores en matemática educativa DeBellis y Goldin (2006) añaden como un descriptor básico a los valores. De tal forma que conciben al dominio afectivo, como un modelo tetraédrico, donde cada uno de los descriptores es un vértice, y todos interactúan dinámicamente unos con otros de manera bidireccional.

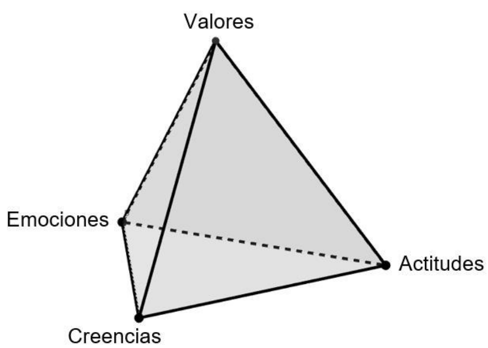


Figura 2-3: Modelo tetraédrico de descriptores básicos. Elaboración propia con información de Debellis y Goldin (2006)

A continuación, se dará una breve noción de lo que significa cada uno de los descriptores, que se pueden consultar en el trabajo de Gerald Goldin, "*Aspects of Affect and Mathematical Modeling Processes"* (2007), cada uno tienen tanto componentes cognitivos, como afectivos en distintos grados.

Descriptores básicos del dominio afectivo[1]

- Las *emociones* se refieren a estados de ánimo que cambian rápidamente (bastante inestables), de los cuales el individuo es consciente (o, quizás, preconsciente) durante la actividad matemática (o cualquier otra actividad). Estos afectos se denominan locales, su intensidad tiene un rango amplio de variabilidad y están contextualizados por el entorno. La mayoría de las emociones se presentan de forma involuntaria y a veces, se presentan codificadas como alguna reacción física (por ejemplo: aceleración del pulso, llanto, ritmo en la respiración, etc.). (*Traducción)*
- Las *actitudes* se refieren a predisposiciones o inclinaciones hacia experimentar ciertos sentimientos en relación con contextos particulares (por ejemplo, contextos matemáticos). Son moderadamente estables (más que las emociones) y engloban interacciones entre el afecto y la cognición de un individuo. (*Traducción)*
- Las *creencias* se refieren a un atributo con respecto a la verdad o validez por parte del individuo a proposiciones u otras configuraciones cognitivas. Si bien, frecuentemente, las creencias (o los sistemas de creencias) tienen un alto grado de estabilidad, así como un fuerte componente cognitivo y están fuertemente estructuradas, el componente afectivo se encuentra entretejido con ellas. Las creencias permiten a los individuos sentir mayor comodidad o seguridad en situaciones (matemáticas) que muy probablemente se repetirán. (*Traducción)*
- Los *valores* (o sistemas de valores) que posee el individuo, donde se incluyen la ética y moral personal, se refieren a las "verdades personales" que expresan lo que es importante para cada persona. Estos valores, proporcionan sentido al significado personal hacia uno mismo, lo cual

[1] Traducción de la autora de Goldin, G. A. (2007). Aspects of Affect and Mathematical Modeling Processes. In R. A. Lesh, E. Hamilton, & J. J. Kaput (Eds.), *Foundations for the Future in Mathematics Education* (pp. 288). Lawrence Erlbaum Associates.

ayuda a encontrar motivación para perseguir propósitos. Los valores son estables, generalmente tienen un alto grado de componentes afectivos, así como cognitivos y también pueden estar fuertemente estructurados. (*Traducción)*

Con esta idea del modelo tetraédrico, se vuelve un problema complejo de estudiar, por lo que Goldin propone no intentar entender el todo, sino encontrar algo que denomina "caminos afectivos". Para entender lo que quiere decir el término camino afectivo, vamos a retomar el término de afecto local. El *afecto local* se refiere a estados emocionales cambiantes experimentados por los individuos cuando realizan una actividad matemática. Ahora, si se observa empíricamente este proceso cuando los individuos realizan una actividad matemática, seremos capaces de encontrar patrones de secuencias más o menos estables que se repiten, y a esto llamaremos *caminos afectivos.*

En general, la mayoría de los investigadores en matemática educativa, que se revisaron, se han enfocado en la investigación del dominio afectivo en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, ven a los elementos que componen este complejo sistema afectivo de una manera muy limitada. Para comparar la visión de Goldin, vamos a tomar como ejemplo el modelo que proponen Nisbet y Williams (2009), cuya investigación se enfoca en mejorar las actitudes hacia la matemática a partir de juegos matemáticos, donde plantean dos escenarios, un ciclo positivo y un ciclo negativo sobre las actitudes matemáticas.

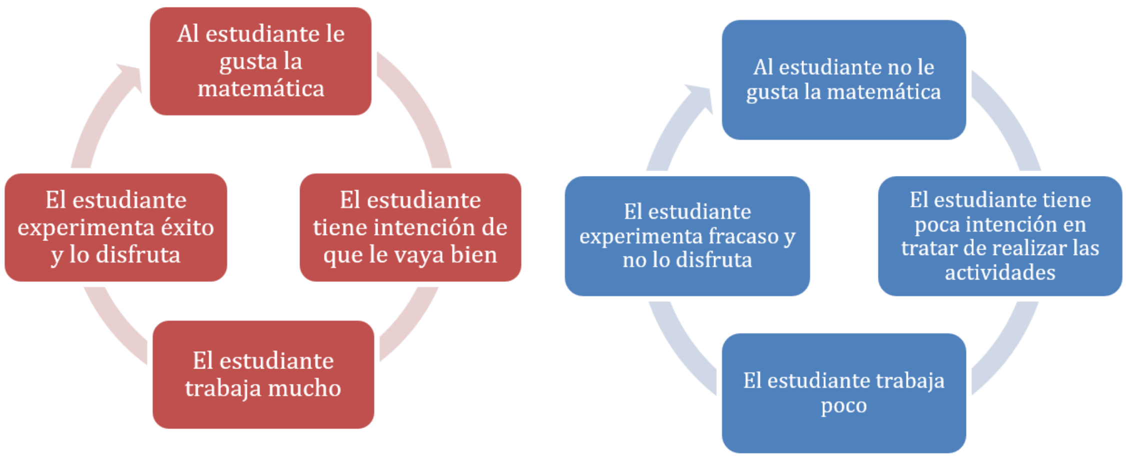


Figura 2-4: Ciclos positivo y negativo. Información de (Nisbet & Williams, 2009)

En el modelo del ciclo positivo, que un estudiante tenga el deseo o intención de que le vaya bien y que trabaje mucho, no asegura en ninguna forma el éxito en la actividad matemática, por otro lado, que un estudiante trabaje poco, no quiere decir que irá directamente al fracaso. Como indica Goldin (2007), es un proceso más complejo, que requiere que más elementos sean tomados en cuenta.

Las investigaciones tradicionales, se enfocan en discutir el papel de los descriptores básicos de los estudiantes en su capacidad de resolución de problemas, asignan una valencia "positiva" o "negativa" a cada descriptor, o investigan cómo estos descriptores afectan o benefician el aprendizaje de la matemática. Algunos otros, intentan hacer creer a los estudiantes que las matemáticas son divertidas, lo cual a veces es cierto, pero muchas veces en el proceso de resolución de problemas se experimentan diversas emociones (frustración, hastío, enojo, más frustración, entre otras) antes de llegar al momento de felicidad absoluta cuando se logra el éxito.

Para esto, se muestra un ejemplo de un camino afectivo, de lo que puede experimentar un estudiante al resolver un problema o realizar una actividad matemática, tomado de "*Affective pathways and representation in mathematical problem solving"* de Goldin (2004), lo que se quiere apreciar es que emociones relacionadas con valencia negativa como frustración, puede estar en caminos afectivos donde no necesariamente se culmina en una emoción "negativa".

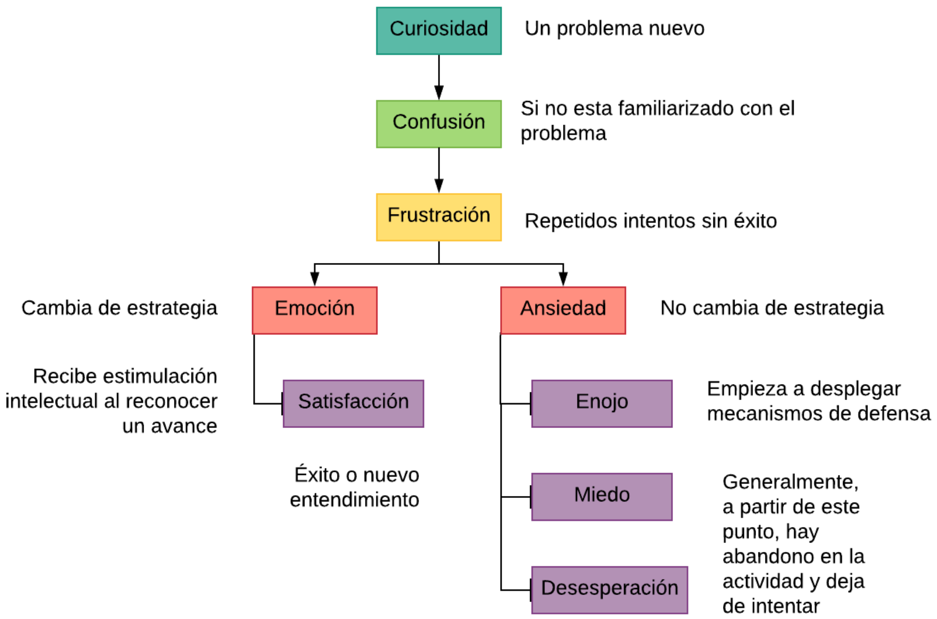


Figura 2-5: Emociones experimentadas al realizar una actividad matemática. Elaboración propia con información de (Goldin, 2007)

Ahora, cuando un camino como el mostrado se repite constantemente, ya sea con la culminación de una sensación de satisfacción o una sensación de desesperación, se convierten en caminos afectivos familiares, que pueden provocar una predisposición hacia las actividades matemáticas o una actitud positiva.

Otro aspecto a tomar en cuenta, según Goldin (2007) es el término de competencia aplicado al dominio afectivo. La *competencia afectiva* es entendida como la capacidad de una persona para manejar su afecto con un propósito positivo durante una actividad matemática (por ejemplo, en la Figura 2-5, de la frustración, tener la capacidad de sobreponerse y cambiar de estrategia para no caer en la ansiedad).

Los caminos afectivos, pueden tener como resultado la construcción de afectos a largo plazo, el *afecto global*. Esto no se refiere a una inclinación generalizada hacia un sentimiento positivo o negativo con relación a las matemáticas, si no a complejas *estructuras afectivas*, donde las emociones están entretejidas con más emociones, con creencias y valores, con experiencias de vida de cada persona. Algunos de los caminos afectivos pueden construir estructuras que facilitan las sensaciones de entusiasmo, expectativas de éxito, y un concepto matemático de sí mismo positivo; y otras facilitaran sensaciones de disgusto, evasión, expectativas de fracaso, y un concepto matemático de sí mismo negativo.

Es de dominio público, que la mayoría de la gente posee estructuras afectivas que les impiden aprender matemáticas (por ejemplo: pueden resultar que el afecto global hacia la matemática sea la ansiedad matemática), desafortunadamente no se ha encontrado una manera fácil de transformar estas estructuras hacia otras estructuras afectivas que permitan mejor accesibilidad al aprendizaje matemático, en lugar de impedirlo. Como una propuesta para empezar a permear en estas estructuras y transformarlas hacia la dirección que se quiere, se presentan en este trabajo las actividades matemáticas con un fuerte componente lúdico.

El propósito de este trabajo no es explorar y evaluar los complejos procesos afectivos por los que pasa el estudiante cuando realiza una actividad matemática, pero se espera poder vislumbrar si se está impactando en el dominio afectivo a través de las actividades propuestas, para esto, vamos tomar las tres estructuras esenciales que propone Goldin (2007), que se conectan y construyen de manera profunda en el desarrollo matemático de los estudiantes, y son fundamentales para el entender la estructura psicológica de las habilidades matemáticas de los individuos.

Estructuras afectivas esenciales[2]

Integridad matemática

El término *integridad matemática* se refiere a la estructura afectiva global y a las subestructuras relacionadas, asociadas con el compromiso a la verdad y el entendimiento en actividades matemáticas. Es la consciencia (o falta de ella) de las limitaciones de la comprensión matemática de uno mismo en algún momento dado, y la voluntad de reconocer esas limitaciones y trabajar para eliminarlas (Goldin, 2007, p. 290). *(Traducción)*

Identidad matemática propia

El término *identidad matemática propia* se refiere a una compleja estructura afectiva global que codifica al sentimiento personal de uno mismo- "quien soy"- con relación a las matemáticas, o codifica la parte del papel de las matemáticas que constituyen el tejido de "quien soy yo". Esta identidad es un sentimiento que se construye a través del tiempo. Hay que observar que esta identidad propia no necesita necesariamente incorporar a las matemáticas de manera positiva (Goldin, 2007, p. 290). *(Traducción)*

Intimidad matemática (experiencia)

El término *intimidad matemática* se refiere a estructuras de emociones, actitudes, creencias y valores que están asociados a una interacción profunda, intensa, altamente comprometida y vulnerable, al sentido propio de uno mismo durante una actividad matemática. Es decir, caracteriza el afecto que rodea a la relación personal de cada individuo con la matemática (Goldin, 2007, p. 291). *(Traducción)*

[2] Traducción de la autora de Goldin, G. A. (2007). Aspects of Affect and Mathematical Modeling Processes. In R. A. Lesh, E. Hamilton, & J. J. Kaput (Eds.), *Foundations for the Future in Mathematics Education* (pp. 288). Lawrence Erlbaum Associates.

Cuando se experimenta la intimidad matemática el estudiante se encuentra en un estado de concentración profunda y la tarea matemática cobra mayor intensidad.

Al ser una dimensión bastante amplia, retomaremos estas estructuras en el diseño de instrumentos, donde se operacionalizarán para la guía de observación.

2.3 Actividades matemáticas: de lo lúdico a lo abstracto

Desde la experiencia de la autora como comunicadora de la matemática y la ciencia, y haber tenido la oportunidad de tener contacto directo con matemáticos y científicos de otras disciplinas, de manera informal y todas las veces oral, al preguntar a las personas que tienen afectos positivos hacia la matemática (placer por pensar resolviendo problemas), muchos de estos científicos y matemáticos pueden señalar un punto en un momento específico, evento o maestro que detonó su interés por la matemática o la ciencia. En este trabajo, se considera que una selección de actividades matemáticas con un fuerte componente lúdico tiene un potencial enorme para detonar este interés o encender, lo que en comunicación de la ciencia se conoce, como la chispa por la ciencia, en particular por las matemáticas.

Intentar definir cuando las actividades tienen un fuerte componente lúdico, dependerá de la percepción de la persona a la se le pregunte. A partir de esto, se consideran los términos: matemáticas recreativas, matemáticas lúdicas y juegos matemáticos como sinónimos. Y son actividades que “hacen disfrutar” de forma individual, por lo tanto, cada actividad debe tener diferentes estrategias para lograr un mayor acceso a ellas.

A continuación, se exponen un par de teorías que fundamentan el por qué tiene sentido que se apoye el aprendizaje matemático en componentes lúdicos, para desarrollar y entrenar el pensamiento abstracto.

2.3.1 De lo lúdico al pensamiento abstracto

Para el diseño de actividades matemáticas que se busca en esta investigación, un punto de interés dentro del proceso de resolución de problemas que se plantea es cómo los estudiantes pueden hacer caminos de lo lúdico al pensamiento abstracto. En este sentido, Lesh, Doerr, Cramer, Post, y Zawojewski (2003) mencionan que:

> ”Jean Piaget (Beth y Piaget 1966) fue uno de los investigadores más influyentes que enfatizaron el carácter estructural holístico del razonamiento matemático de los niños; y, Zoltan Dienes (1960) fue uno de los educadores matemáticos más creativos en especificar principios para el diseño de actividades instruccionales que ayudaran a los niños a desarrollar entendimiento y habilidades basado en las estructuras. Dienes se enfocó en el desarrollo conceptual de las *dimensiones de lo concreto a lo abstracto,* enfatizando actividades con materiales manipulables como cubos, bloques aritméticos (a veces llamados bloques de Dienes), ábaco, regletas, etc.” (p.36)

Para esto, elaboramos una breve descripción de las dos teorías, cómo se relacionan entre estos dos enfoques y nuestra investigación. De acuerdo con Lesh, English, y Fennewald (2008), la perspectiva piagetiana presagiaba muchos puntos de vista modernos del aprendizaje situado en la resolución de problemas. La enseñanza y aprendizaje actuales se enfocan en las habilidades de interpretación de los estudiantes, pues los investigadores se han inspirado en los trabajos de Piaget y han demostrado que el avance de la mayoría de los conceptos matemáticos depende del desarrollo de habilidades de los estudiantes para dar sentido a las situaciones usando *sistemas operativos/relaciones* como un todo. Es decir, los conceptos más relevantes empiezan a tener sentido real hasta que los estudiantes empiezan a pensar de manera sistemática. Algunos ejemplos de estos conceptos son: la *invarianza* con respecto a un sistema de operaciones o la *transitividad* con respecto a un sistema de relaciones.

Cuando los estudiantes trabajan en sesiones de resolución de problemas, desafíos o retos matemáticos, la mayoría de las veces, parecen ser versiones locales o situaciones que se pueden encontrar en alguna etapa del desarrollo que los psicólogos del desarrollo han observado y caracterizado a lo largo del tiempo. Por ejemplo, Lesh y Doerr[3] (2003), ilustran que algo similar ocurre en

---

[3] Traducción de la autora de Lesh, R., & Doerr, H. (2003). Foundations of Models and Modeling Perspective on Mathematics Teaching, Learning and Problem Solving. In *Beyond constructivism: A models and modelling perspective on teaching, learning, and problem solving in mathematics education* (pp.31-32).

las etapas del desarrollo de las concepciones piagetianas del razonamiento proporcional general:

i. *Razonamiento basado en relaciones cualitativas y sólo un subconjunto destacado de información relevante*: en sus respuestas más primitivas para las actividades de razonamiento proporcional de Piaget, los estudiantes tienden a ignorar parte de los datos relevantes. Los estudiantes pueden resolver problemas o desafíos que requieren sólo un razonamiento cualitativo, pero fallan en problemas en los que también se necesita un razonamiento cuantitativo. *(Traducción)* (Lesh & Doerr, 2003, p.19)
ii. *Razonamiento basado en relaciones aditivas*: Los primeros intentos de cuantificación, con frecuencia implican directamente diferencias aditivas perceptibles, en lugar de relaciones múltiples, que rara vez son directamente perceptibles. *(Traducción)* (Lesh & Doerr, 2003, p.20)
iii. *Razonamiento basado en el reconocimiento y la replicación de patrones*: los estudiantes pueden resolver el problema al observar un patrón que luego pueden aplicar para descubrir un valor desconocido. *(Traducción)* (Lesh & Doerr, 2003, p.19)
iv. *Razonamiento basado en el razonamiento multiplicativo proporcional:* la característica esencial del razonamiento proporcional es que debe involucrar una relación reversible entre dos relaciones cuantitativas multiplicativas, es decir:
   a) Involucrar más que un razonamiento cualitativo.
   b) Incluir más que una relación entre dos objetos concretos (o directamente dos diferencias cuantitativas perceptibles); debe involucrar una relación de "segundo orden" entre dos relaciones.
   c) Debe ser reversible en el sentido, de que implica un reconocimiento de similitud entre dos sistemas matemáticos elementales. *(Traducción)* (Lesh & Doerr, 2003, p.21)

Lesh *et al.* (2008) mencionan que los Piagetianos mostraron que, si los sistemas conceptuales que usan los estudiantes para interpretar sus experiencias todavía no funcionan como *sistemas como-un-todo*, entonces el pensamiento de los estudiantes tiende a ser inestable, por ejemplo, pierden el "bosque" metafórico cuando su atención se centra en los "árboles", o viceversa. Su pensamiento también tiende a caracterizarse por: (a) centrarse: perder el conocimiento de un atributo cuando otros son notados, o (b) egocentrismo conceptual: carecer de la capacidad de ser autocrítico, o considerar formas alternativas de pensar.

Por otro lado, Dienes (Citado en Lesh & Doerr, 2003) originalmente utilizó el término “materialización” (*embodiment*) para referirse a materiales concretos manipulables y postuló cuatro principios del aprendizaje matemático a través de los cuales los educadores podrían fomentar las experiencias matemáticas y los estudiantes podrían descubrir estructuras matemáticas[4].

- *El principio de construcción:* sugiere que la abstracción reflexiva sobre acciones físicas y mentales en materiales concretos (o manipulables) da como resultado la formación de relaciones matemáticas. *(Traducción)*
- *El principio de materialización múltiple:* al variar los contextos, las situaciones y los marcos en los que se producen las estructuras equivalentes, al estudiante se le presentan oportunidades a través de las cuales se pueden abstraer similitudes matemáticas (conceptuales) estructurales. *(Traducción)*
- *El principio dinámico:* las transformaciones dentro de un modelo corresponden a transformaciones en un modelo equivalente, aunque las materializaciones de estos modelos sean diferentes. *(Traducción)*
- *El principio de la variabilidad perceptual:* recomienda que al presentar situaciones problemáticas se deben incluir distractores perceptivos, es decir, se deben variar los detalles perceptivos del problema, pero se deben incluir algunas características estructurales comunes para que los estudiantes tengan la oportunidad de vincular problemas estructuralmente similares. *(Traducción)*

El Principio de construcción relaciona a Dienes con el pensamiento de Piaget, al creer que la mayoría de los constructos importantes que se deben de adquirir en

[4] Traducción de la autora Lesh, R., Doerr, H., Cramer, K., Post, T., & Zawojewski, J. S. (2003). Model Development Sequences. In H. Doerr & R. Lesh (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modelling perspective on teaching, learning, and problem solving in mathematics education* (pp.37-38). Lawrence Erlbaum Associates.

el aprendizaje de matemáticas elementales deben de abstraerse, no de objetos concretos, ni de acciones aisladas realizadas sobre objetos concretos, sino de sistemas de relaciones y operaciones que deben ser observados en un desafío o problema matemático propuesto, antes que el sistema o relación misma pueda descifrarse. *Los materiales concretos* sirven como soportes para las actividades conceptuales de los estudiantes; pero, la abstracción es del sistema de acciones conceptuales, no de los materiales con los que operan.

El principio de materialización múltiple ayuda a los individuos a ir más allá de pensar en una construcción dada, se necesitan varias actividades estructuralmente similares. Es decir, dentro de esta investigación, los estudiantes deben ir más allá de investigar las soluciones individuales para investigar las relaciones que tienen que ver con la estructura entre varias soluciones alternativas que permita el problema o la actividad de matemáticas que se proponen. En esta dirección, cada actividad de la guía de actividades matemáticas diseñada en este trabajo tiene diferentes versiones del mismo problema para propiciar esto y cada problema tiene más de una solución.

Para ampliar el entendimiento del principio dinámico, se puede decir que, como lo hemos dicho a lo largo del documento, las matemáticas, no son estáticas, si no que los componentes y las características de los sistemas relevantes usualmente se refieren a operaciones dinámicas o transformaciones. Por lo que es importante, que los sistemas relevantes sean vistos como dinámicos, que la atención se centre en encontrar patrones y regularidades en lugar de casos particulares aislados de información.

Finalmente, el principio de variabilidad perceptual, se enfatiza la *importancia de usar materiales concretos* que tengan diferentes características de percepción, es decir, que los materiales que se eligen deben ser capaces de ilustrar todas las características estructurales más importantes del problema.

Recapitulando, los principios de Dienes ayudan a los estudiantes a ir más allá que los materiales concretos, o acciones aisladas, los invita a enfocarse en patrones y regularidades que se llevan a cabo dentro de las operaciones y relaciones que se imponen en los materiales, enfocarse en las similitudes y diferencias de los sistemas estructuralmente equivalentes o similares, ir más allá de los patrones u objetos estáticos para enfocarse en los sistemas dinámicos de operaciones, relaciones y transformaciones, y pensar en una variedad de funciones de resolución de problemas.

Con esto, se reafirma la decisión de elegir actividades de matemáticas con un fuerte componente lúdico o juegos matemáticos, cuyos elementos veremos en la sección 1.4, que como dicen Piaget y Dienes (Citados en Lesh & Doerr, 2003), ayudan a generar caminos que van de lo concreto a lo abstracto, caminos que se necesitan para desarrollar constructos importantes en el aprendizaje de las matemáticas. Se retoma, que las actividades matemáticas que se buscan deben tener componentes lúdicos o características de juego matemático, por lo que, a continuación, se describe cuál es el papel del juego en la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

2.3.2 El juego como recurso en el aula de matemáticas

Las matemáticas y el juego han estado relacionadas a lo largo de la historia de la humanidad, tanto que varias ramas del estudio matemático han nacido de juegos recreativos. En el libro "Juegos Matemáticos en la Enseñanza", De Guzmán (1984) nos brinda varios ejemplos, retomamos uno de los más famosos, sobre cómo nació la probabilidad:

> El famoso problema del Caballero de Meré, consistente en saber cómo deben ser las apuestas de dos jugadores que, habiendo de alcanzar *n* puntos con sus dados, uno ha obtenido *p* y el otro *q* puntos en una primera jugada, fue propuesto por Antoine Gobaud, Caballero de Meré (1610-1685) a Pascal (1623-1662). De la correspondencia entre éste y Fermat (1601-1665) a propósito del problema surgió la moderna teoría de la probabilidad (p. 4).

Una parte importante de hacer matemáticas tiene que ver con la resolución de problemas, pero muchos matemáticos consideran que la parte más complicada es encontrar el problema. La historia nos ha dado ejemplos como el que acabamos de retomar, donde a partir de un juego aparentemente de poca importancia, con la pregunta correcta, se logró que los matemáticos del momento empezaran a fundamentar teóricamente lo que hoy constituye una de las ramas más importantes de la matemática.

En el mismo libro, De Guzmán (1984) hace una pregunta clave: ¿Dónde termina el juego y dónde comienza la matemática?, para los matemáticos de profesión y los matemáticos por afición, la matemática nunca deja de ser totalmente un juego, pues presenta los mismos estímulos intelectuales, que se encuentran cuando un juego requiere actividad mental.

Por lo que podemos entender el *juego matemático o un problema/reto/desafío,* como una actividad basada en reglas bien definidas con un objetivo claro de éxito, cuyo propósito no es otro que el placer mental que la experiencia que la actividad genera.

Al respecto, Vygotski (1979) con su teoría de zona de desarrollo próximo, afirma que el juego crea condiciones ideales para que se dé la oportunidad de generar nuevos aprendizajes, y concibe al juego como una actividad esencial para el desarrollo humano. El juego aporta diversos beneficios a este desarrollo, éstos, pueden ser cognitivos, morales y sociales, que no debe encasillarse a una etapa especifica de la vida de un individuo, pues es generador de aprendizajes a cualquier edad.

Según Huizinga (1954) jugar es una forma particular de la actividad social en la que se establecen reglas y en la que los participantes se convierten en jugadores. Se retoman aspectos que se intersectan con la concepción del juego de esta investigación: es voluntario, ajeno a las satisfacciones inmediatas (pero parte integral de la vida y una necesidad), repetitivo, estrechamente relacionado con la belleza en muchos aspectos, pero no idéntico, crea orden (tiene reglas, ritmo y armonía); está relacionado con el ingenio, tiene elementos de tensión, incertidumbre y riesgo.

Con estos dos puntos de vista sobre el juego, podemos concluir que el juego, independientemente de la edad o etapa de desarrollo en la que un individuo se encuentre, es una actividad fundamental para crear situaciones donde se pueden adquirir nuevos aprendizajes, desarrollar o entrenar habilidades y ¿por qué no? adquirir las competencias, que pueden ser habilidades sociales, de comunicación, trabajo colaborativo, creatividad, resolución de problemas, iniciativa, persistencia, curiosidad y capacidad de adaptación.

Las investigaciones teóricas que se han realizado centradas en la importancia del juego en el aprendizaje matemático han constatado que los juegos ayudan a un mejor aprendizaje matemático por parte de los estudiantes e incorporan el afecto motivacional al quehacer matemático. Ernest (1986) en su trabajo del papel de los juegos en la educación matemática y Bishop (1998) lo discute en su trabajo del papel de los juegos en la educación matemática. (Se profundiza en la dimensión didáctica de los juegos en la sección 1.4). Es decir, que los juegos matemáticos, incorporan el componente emocional que se quiere para poder incidir en el dominio afectivo de los estudiantes, y al mismo tiempo, aporta el componente cognitivo, pues generalmente se tratan de retos o problemas a resolver e incorpora un componente social, que desarrolla competencias que se quieren desarrollar como la de comunicación y el trabajo colaborativo.

Resumiendo, el juego puede usarse como un vehículo de aprendizaje matemático, de tal forma que los componentes cognitivos y afectivos, van íntimamente entretejidos de forma que es posible utilizarlos para generar nuevos aprendizajes y al mismo tiempo, para generar un espacio que emocionalmente es estable y seguro, pues como menciona Huizinga (1954), el juego tiene reglas, ritmo y armonía, y está relacionado con elementos de tensión, incertidumbre y riesgo, estos elementos, les gustan a los individuos, divierten, entretienen, y lo más importante, se hace de forma voluntaria y el principal objetivo es el estímulo intelectual en forma de placer que se tiene cuando se logra resolver un desafío o encontrar una estrategia de juego.

Esta investigación se enfoca en el uso del juego matemático en el entorno educativo, para esto, como menciona Corbalan (1994) el juego en el marco del contexto escolar requiere del uso de materiales concretos. Así mismo, en México, la Secretaría de Educación Pública (2017), dentro de su Plan y Programa de estudio habla sobre la importancia del juego en la educación básica, considera al juego como un vehículo importante para el aprendizaje, pues los estudiantes desarrollan competencias en torno a la comunicación, a trabajar de forma colaborativa y a la regulación de emociones. Estas ideas, son ciertas para todos los niveles educativos. Por lo que se considera que esta investigación, es pertinente para la realidad en el aula mexicana, y puede ser una estrategia didáctica que se pueda incorporar en el programa de estudios.

2.4 Didáctica situada en las matemáticas lúdica

Ahora que se ha mostrado que los juegos o desafíos matemáticos tienen una pertinencia tanto en el aspecto cognitivo con Piaget y Dienes, así como en el aspecto afectivo a través del componente lúdico, esta sección se va a centrar en el diseño o adaptación de las actividades de matemáticas y su papel en la didáctica de las matemáticas.

En su tesis doctoral, Toro (2016) menciona el crecimiento de interés en el campo de la didáctica de las matemáticas en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de la matemática a través de la resolución de problemas. Dentro de su trabajo, compara el proceso de resolución de problemas y de juegos de estrategia dentro del aula. Esta comparación tiene un interés actual, pues tanto en el programa educativo español como en el mexicano, una de las competencias que se debe desarrollar dentro del programa de matemáticas es la capacidad de resolución de problemas. Como se ha mencionado a lo largo del trabajo, esta competencia no radica en aprender un algoritmo, alguna técnica o un concepto, sino que se basa en la capacidad de desarrollar estrategias o planes para encontrar un camino para dar respuesta al problema planteado.

Según el plan de estudios de nivel básico (Secretaría de Educación Pública, 2011:13), los propósitos del estudio de las Matemáticas para la Educación Básica buscan que los estudiantes:

- Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos.
- Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.
- Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo.

Al ser la educación secundaria el interés de este trabajo, se enlistan los propósitos del estudio de las Matemáticas para este nivel (Secretaría de Educación Pública, 2011:14). Estos propósitos nos darán dirección en la siguiente sección donde se habla del diseño de actividades, al querer incidir en las aulas mexicanas, es de suma importancia. Dichos propósitos tienen como objetivo que los alumnos:

- Utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números enteros, fraccionarios o decimales, para resolver problemas aditivos y multiplicativos.
- Modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones.
- Justifiquen las propiedades de rectas, segmentos, ángulos triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, círculo, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera.
- Utilicen el teorema de Pitágoras, los criterios de congruencia y semejanza, las razones trigonométricas y el teorema de Tales, al resolver problemas.
- Justifiquen y usen las fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y expresen e interpreten medidas con distintos tipos de unidad.
- Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en tablas o gráficas de diferentes tipos, para comunicar información que responda a preguntas planteadas por ellos mismos u otros. Elijan la forma de organización y representación (tabular o gráfica) más adecuada para comunicar información matemática.
- Identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente, y calculen valores faltantes y porcentajes utilizando números naturales y fraccionarios como factores de proporcionalidad.
- Calculen la probabilidad de experimentos aleatorios simples, mutuamente excluyentes e independientes.

Estos propósitos se organizan en cuatro estándares curriculares de matemáticas:

1) Sentido numérico y pensamiento algebraico
2) Forma, espacio y medida
3) Manejo de la información
4) *Actitud hacia el estudio de las matemáticas*

El enfoque didáctico que propone el mismo plan de estudios tiene un planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica, consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten interés en los estudiantes, inviten a reflexionar, a encontrar diferentes estrategias de resolución de problemas y formular argumentos que validen los resultados. Bajo esta propuesta, ya no se trata de que el docente busque explicaciones sencillas y amenas, sino que proponga problemas interesantes, articulados de forma lógica para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes.

Si se observa con detenimiento, lo que propone la Secretaría de Educación Pública en México respecto a las actividades matemáticas como instrumento metodológico para crear los espacios donde se incite a la resolución de problemas, puede permitir a los docentes y estudiantes desarrollar y comprender estrategias propias de la resolución de problemas.

El siguiente paso natural, es ver cómo es posible diseñar o seleccionar estas situaciones problemáticas que cumplan con los propósitos antes mencionados, cómo vincularlo con el uso del juego en aula sin perder de vista el incidir en el dominio afectivo de los estudiantes. Para esto, se revisará cuáles son los componentes que se deben tomar en consideración para el diseño de las actividades matemáticas dentro del aula mexicana para incidir en el dominio afectivo de los estudiantes de secundaria para una mejor aceptación de la matemática.

2.4.1 Diseño de Actividades Matemáticas

En la búsqueda de trabajos en esta dirección, se ha encontrado con que poco se ha investigado sobre el uso del juego y sobre el dominio afectivo en el contexto mexicano, por lo que para el diseño de actividades de matemáticas no se han encontrado referentes teóricos que caractericen a esta población objetivo, ni metodologías que puedan dar noción de caminos a seguir. Por esto, se van a retomar distintas investigaciones, que, aunque no se llevaron a cabo en México, tienen características que pueden ser equivalentes a la situación donde se desarrolla la presente investigación.

Nisbet (2008) menciona en su trabajo, *“Chance games and activities for the multiage classroom. Challenges and dilemmas”*, que el reto principal para los docentes, y más para lo que tienen grupos heterogéneos, es el diseño de experiencias de aprendizaje matemático que se adapten a los estudiantes que poseen diversas habilidades, distintos estados del dominio afectivo y cuentan con distintos estilos de aprendizajes.

En esta sección, se consideran dos puntos importantes para el diseño de experiencias de aprendizaje matemático.

2.4.1.1 El diseño didáctico

Esta propuesta se enfoca en proponer una selección de actividades matemáticas en el ámbito de la matemática educativa, donde muestra a la matemática fuera del enfoque tradicionalista, sino desde un enfoque alternativo y más apegado a la realidad del quehacer matemático, el cual es el dinámico proceso de resolución de problemas donde la matemática se concibe como una extensión del campo de la creación humana (Ernest 1986b). La propuesta consiste en usar a las actividades o juegos matemáticos como vehículo para lograr incidir en el dominio afectivo de los estudiantes. En esta sección, se expone cómo se eligió la base del conjunto de principios pedagógicos para que las actividades puedan generar interés en una amplia diversidad de audiencias.

Para ello, se seleccionaron 5 principios pedagógicos:

De la propuesta principios pedagógicos para la enseñanza de las matemáticas de Harel (Harel 2000), retomamos los siguientes dos:

- *Principio de lo concreto/de la estructura matemática*. Las personas abstraen una estructura matemática de un modelo dado, donde una estructura es una entidad conceptual (o esquema) para cada individuo, es decir, los y las participantes podrán tomar estos objetos como entradas.

  La idea de formación de entidad conceptual está sugerida por la teoría Piagetiana (Piaget 1977) y la teoría de materialización (Dienes 1960), las cuales sugieren que la abstracción reflexiva permite la formación de entidades conceptuales, es decir, es un proceso donde se lleva a cabo la reconstrucción, reorganización y comprensión de una acción física o mental en un plano superior de nuestro pensamiento. Para lograr esta abstracción, es necesario la reproducción y repetición de la acción, pero para que sea suficiente, será necesario que de forma paralela se permita la exploración, observación, cuestionamiento y deducción de las ideas que van emergiendo.

  Este principio, permite a los participantes ir más allá del modelo, propiciando un espacio donde se pueda lograr la abstracción de conceptos o ideas matemáticas.

- *Principio de la necesidad*. Para que las y los estudiantes aprendan o se interesen francamente en un problema, deben verlo como una necesidad intelectual. Este principio está ligado con la teoría Piagetiana (Piaget 1977) y la teoría de las situaciones problemáticas (Brousseau 2002), que establecen que para que sea posible modificar concepciones existentes, es necesario enfrentarse a situaciones auténticas donde las personas sean enfrentadas a una oportunidad de resolver un problema. En estas situaciones, quien participa, tiene la oportunidad de aprender a aplicar sus concepciones previas para enfrentar el nuevo problema y en ocasiones modifica estás concepciones cuando encuentra conflictos cognitivos.

De la propuesta de principios de diseño para Actividades Detonadoras de Modelos (Lesh et al., 2000) se retoma el siguiente:

- *Principio de autoevaluación*. Para lograr que el principio de lo concreto se cumpla, y los conceptos o ideas matemáticas evolucionen, será necesario proveer a las y los participantes de criterios que permitan evaluar, seleccionar y refinar sus propuestas de solución. Los criterios para evaluar las soluciones deben ser claros para los participantes, de tal forma que les permite evaluarse a sí mismos cuando los modelos generados o las respuestas son suficientemente buenas.

De la propuesta de principios para crear Actividades Generativas (Stroup, Ares, y Hurford 2005) los siguientes tres:

- *Espacio creado para el juego*. A partir de los trabajos de Piaget (1977) y Vygotsky (1999), se sugiere que para el desarrollo cognitivo, las personas participan socialmente en actividades que están constituidas por un sistema de reglas compartidas que deben ser comprendidas y aceptadas voluntariamente. Este sistema de reglas constituye las bases de la situación de juego, que a su vez logran que cada individuo disfrute y quede inmerso en la actividad compartida en esta situación dada.

  Este principio, se refuerza con los atributos que desarrollan Chamoso, Durán, García, Martínez, y Rodríguez-Sánchez (2004), de los juegos que se quieren implementar dentro del aula: participación debe ser voluntaria y las reglas deben ser sencillas, pues muchas normas o enunciados confusos no invitan a jugar y pueden suponer un bloqueo inicial.

Para lograr esto, las reglas del juego deben ser claras, cortas y simples, no es posible llegar a la solución por azar, se anticipan las soluciones de los participantes para poder retroalimentar individualmente, el objetivo está bien definido.

- *Participación/Agencia*. Son dos características socialmente significativas dentro del espacio de la implementación de una actividad. Y están estrechamente relacionadas con el principio de lo concreto y el principio del espacio creado para el juego. La actividad debe estar diseñada para que cada individuo de la población objetivo pueda participar, no sólo logrando entender el sistema de reglas, sino que también se debe asegurar que pueda participar activamente creando o construyendo a partir de las reglas establecidas y con las interacciones que se lleven a cabo, ya sea sociales, con el material o intercambio de ideas. En la misma dirección, Nisbet (2008) sugiere que los juegos y las actividades matemáticas no deben depender de prerrequisitos en cuanto a conocimientos o habilidades de los participantes para poder participar en ellos. Para ello, los participantes serán conscientes de sus logros individuales y lograrán apropiarse del material y contenido.

2.4.1.2 Contexto mexicano

En cuanto a investigaciones empíricas que reportan los efectos del juego como recurso didáctico, no se logró encontrar información que pudiera orientar sobre la metodología y los elementos a considerar enfocados en la realidad mexicana, por lo que se proponen los siguientes elementos que a partir de la experiencia de la investigadora se deben considerar:

- *Actividades que se adapten a diferentes niveles de habilidad o entrenamiento.* Las actividades deben de considerarse un motivador para los estudiantes que presenten mayores dificultades y al mismo tiempo, deben dar pie a que los estudiantes que posean una habilidad mayor tengan posibilidad de nuevas investigaciones sobre el tema. (Contreras 2004)

Materiales que sean de fácil reproducción. Se pretende que los materiales no sean un impedimento para reproducir la actividad, por lo que se buscan materiales de bajo costo, que se puedan realizar con materiales que ya se encuentren en la casa o escuela.

2.4.1.3 Instrucción en el aula

Para lograr guiar las actividades propuestas, se eligió un modelo pedagógico que especifica cinco prácticas claves que se pueden usar para implementar de forma exitosa las actividades dentro del salón de clases. Este modelo, lo integraron Stein, Engle, Smith, y Hughes (2008) para lograr guiar a una clase diversa a una comprensión más profunda de ideas significativas de matemáticas.

a) *Anticipación*. Preparar el juego o reto que se va a proponer, para esto, se tiene que intentar imaginar las posibles maneras en que los estudiantes se pueden aproximar al problema.
b) *Monitoreo*. Durante la actividad, una pieza clave para el desarrollo de la discusión, será poner atención a cómo se entiende el problema y se desarrollan estrategias para la búsqueda de soluciones de forma individual o colaborativa. Uno de los principales objetivos es identificar cuáles estrategias tienen un potencial aprendizaje matemático de nuestro interés. También se puede identificar como está el grado de motivación y frustración del grupo.
c) *Selección*. Esta fase consiste en seleccionar las estrategias que se consideren pueden aportar más a la discusión que se quiere desarrollar.
d) *Secuenciación*. A partir de la selección de estrategias o posibles caminos para llegar a una respuesta, se tiene que elegir un orden lógico o de interés para la discusión, y así establecer la secuencia en el cual serán presentadas.
e) *Conexión*. Se busca realizar una conexión entre cada una de las estrategias o caminos que emergieron. Buscar si los procesos son o no equivalentes y discutir el porqué.

3 Metodología basada en el diseño

El estudio cualitativo que aquí se plantea es de tipo documental y de intervención educativa. Documental, al requerir de la búsqueda de información de fuentes bibliográficas, para seleccionar actividades y adaptarlas, o bien diseñarlas respetando el propósito y los principios expuestos en el marco teórico. Intervención educativa, en virtud de que se realizaron implementaciones en dos aulas con características similares y fue necesario obtener la información directamente de la experiencia realizada. Otro atributo es el de ser un estudio de tipo exploratorio, dado que es de interés empezar a buscar evidencias del funcionamiento del diseño durante las actividades matemáticas propuestas enfocado en la dimensión afectiva.

Para el diseño y evaluación de las actividades matemáticas, objeto de estudio de este trabajo, se utilizó la metodología basada en el diseño. En ésta, un experimento de diseño es una forma de investigación que es congruente con la intervención educativa, que crea y evalúa condiciones novedosas para el aprendizaje, o en este caso para impactar en el dominio afectivo y en consecuencia, en la percepción de la matemática de los estudiantes. Los resultados deseados incluyen nuevas posibilidades de educación práctica y nuevos conocimientos sobre el proceso de aprendizaje. Los experimentos de diseño difieren de la mayoría de las investigaciones educativas porque no estudian lo que existe; estudian lo que podría ser (Kelly et al., 2008).

En estos estudios, por un lado, el diseño de las actividades matemáticas sirve como contexto para la investigación, y, por otro lado, se llevan a cabo análisis continuos y retrospectivos para informar la mejora del diseño. Las tres fases para realizar un experimento de diseño son: *prepararse* para el experimento (estudio prospectivo), *experimentar* para apoyar el dominio cognitivo y el dominio afectivo como un todo y *realizar análisis retrospectivos* de los datos generados durante el curso del experimento con la población objetivo o con el grupo de estudiantes (Cobb y Gravemeijer 2008). Para Cobb y Gravemeijer (2008) la investigación del diseño se define como una familia de enfoques metodológicos en los que el diseño instruccional y la investigación son interdependientes. Este tipo de investigación implica intentar el desarrollo de formas particulares integrando el dominio cognitivo y el afectivo, en este caso, mientras se estudian los componentes del afecto que son conducentes a una mejor aceptación de la matemática y que se producen durante la implementación de las actividades matemáticas propuestas.

A partir del extracto revisado "Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa sobre modos suposicionales" (Goetz y LeCompte, 1988), se asume una postura con respecto a las cuatro dimensiones que en éste se abordan.

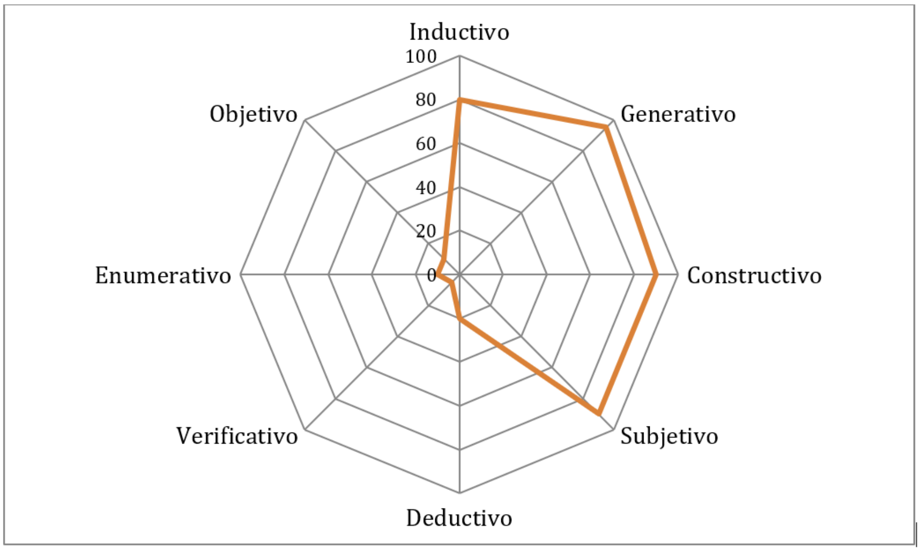
El papel de la teoría en la actual investigación, es de corte inductivo, pues al utilizar el método de investigación basada en el diseño, en automático se persigue una de sus principales características que es el desarrollo de modelos teóricos empíricamente fundamentados, relativos a un dominio de aprendizaje específico (Molina et al. 2011). En este caso, a partir de la experiencia previa como comunicadora de la ciencia de la investigadora, se proponen actividades matemáticas como vehículo plausible para lograr impactar en el dominio afectivo de la sociedad mexicana. Se busca investigar, evaluar y ajustar el diseño de las actividades para desechar o confirmar las conjeturas que se tienen en la experiencia. Es decir, que esta investigación busca ir de los datos a encontrar modelos teóricos.

En cuanto a la evidencia de este trabajo, no se ha logrado encontrar referentes teóricos que den un camino posible para perseguir objetivos similares. Por lo cual, no es posible realizar una investigación verificativa, pues no se cuentan con proposiciones ya trabajadas que se puedan poner en práctica. Por la naturaleza de la investigación, se proponen características de las actividades matemáticas para que sean exitosas en los escenarios que se escogieron, donde a partir de la recolección de datos, evaluación e iteraciones, se irán definiendo los constructos y categorías, ya sea los propuestos en el marco teórico o emergerán nuevos, por lo cual será de corte generativo.

Al ser un estudio cualitativo en esta primera etapa. El análisis de la investigación tiene dos componentes importantes, la teoría que se encontró de las categorías de análisis expuestas en el marco teórico y en la experiencia de la investigadora. Al no tener investigaciones similares dentro del contexto mexicano, este trabajo será de corte constructivista, pues se crearán y ajustarán las categorías a partir de los datos que se recabaron en el campo.

Al ser el principal interés de la investigación los afectos de los estudiantes hacia la matemática, es natural que esté totalmente volcado hacia la parte subjetiva, pues se quiere explorar algunos aspectos con respecto a los sentimientos, significado y valoración que los estudiantes mexicanos de primero de secundaria tienen por la matemática.

En la Gráfica 3-1, se puede apreciar que las características asumidas están en la región que nos corrobora que esta investigación es de corte cualitativo.



Gráfica 3-1: Modos suposicionales de la presente investigación. Elaboración propia con basada en la teoría de Goetz y LeCompte (1988).

Como se mencionó, el método de este trabajo será investigación basada en el diseño, y a continuación se presentan sus tres fases.

3.1 Preparación

3.1.1 Contexto y población objetivo

En la presente investigación participaron estudiantes de nivel básico, en particular del nivel secundaria. Se escogió este nivel, ya que la autora desde su experiencia de adaptar, ajustar o rediseñar actividades matemáticas para diversos contextos y niveles educativos como comunicadora de la ciencia, cree que, si las actividades matemáticas seleccionadas funcionan en este nivel, será más sencillo que un docente pueda adaptarlas para los últimos años de primaria o los primeros semestres de bachillerato, por lo que daría un mayor rango de implementación en un futuro.

Ahora, dentro del nivel de secundaria, existen distintos tipos: privada, general pública, técnica pública, telesecundaria y comunitaria (INEE 2018).

Durante la revisión de los resultados del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes implementada por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación en México del 2017 (INEE 2018), se encontró que el peor desempeño de los estudiantes a nivel secundaria se lo llevaron los tipos de Telesecundaria y Comunitaria, con 69.9% y 86.7% de sus estudiantes en el Nivel I, respectivamente. Los estudiantes dentro del Nivel I sólo logran resolver problemas que implican comparar o realizar cálculo con números naturales.

Este trabajo, busca elaborar una propuesta práctica para ser implementada dentro de los salones de clase que más lo requieran, por lo que se sorteó trabajar en una secundaria comunitaria, pero estas instituciones suelen ubicarse en localidades rurales de alto o muy alto grado de marginación (INEE 2018). Se consideró que el acceso a la comunidad podía ser complejo, además del acceso geográfico, por lo que, por practicidad, se eligió el siguiente modelo peor clasificado en los resultados de esta prueba estandarizada.

El INEE (2018), define las Telesecundarias como escuelas públicas que atienden principalmente la demanda educativa de la población en comunidades rurales o de alta marginación y donde generalmente un solo profesor se hace cargo de un grupo.

En el Estado de Guanajuato se tiene una matrícula de 316 539 estudiantes en nivel secundaria en 1 745 escuelas. De las cuales 1,088 son Telesecundarias Estatales con 116 756 estudiantes, 38 Telesecundarias Federales con 3094 estudiantes y 3 Telesecundarias Particulares con 491 estudiantes. Por lo tanto, dentro del estado, 1129 de 1745 escuelas secundarias, son tipo Telesecundaria, es decir, alrededor de 64%. Y que concentran una matrícula de 120 341 de 316 539 estudiantes, esto es, alrededor del 38% del total estatal (Secretaría de Educación de Guanajuato s/f).

En el municipio de Guanajuato, hay 64 escuelas secundarias con una matrícula de 10 402 estudiantes, de las cuales 40 son Telesecundarias Estatales con una matrícula de 4,767 estudiantes. (Secretaría de Educación de Guanajuato s/f)

Los indicadores que nos ofrece la Secretaría de Educación de Guanajuato muestran que, tanto a nivel estatal como municipal, existe una mayor cantidad de Escuelas Secundarias tipo Telesecundarias que el resto de los tipos juntos, por lo que corrobora la pertinencia de elegir esta población objetivo.

Se trabajó con dos telesecundarias ubicadas dentro del municipio de Guanajuato, en la ciudad de Guanajuato. Ambas se encuentran en las afueras de la ciudad, la primera que llamaremos ESTV A, fue donde se realizó el piloto, su elección fue debido a que la autora ya tenía una relación con esta institución y el acceso fue fácil. La segunda, a la que llamaremos ESTV B, fungió como escenario para una segunda implementación de las actividades matemáticas, se buscó con las características que el estudio requería y que se describen a continuación.

Como se menciona en la sección de Diseño de Actividades Matemáticas (1.4.1) en este trabajo se pretende que las Actividades puedan ser implementadas en salones de clases mexicanos, las características que tomaron como punto de partida para el diseño fueron:

- Grupos numerosos, 25 estudiantes o más.
- Grupos heterogéneos, por la experiencia de la autora trabajando en diversas telesecundarias, los conocimientos, habilidades y competencias de los estudiantes en las telesecundarias son diversos.
- Grado de marginación alto, esto debido a que se buscó dar acceso a este tipo de actividades a comunidades más vulnerables.
- Primer año de secundaria, esta elección fue por practicidad y comodidad para la investigadora, ya que el manejo de grupo es más sencillo con estos grupos. No porque las actividades no puedan funcionar en cualquiera de los tres grados.
- De igual forma, se tomó en cuenta la formación de los docentes de Telesecundaria, para la elaboración de la guía de implementación, se asume que los docentes no necesariamente cuentan con una especialización en matemáticas.

En cada una de las Telesecundarias se eligió un grupo de primer año, con cada grupo se efectuaron 3 sesiones de 90 minutos aproximadamente, con las tres actividades matemáticas propuestas.

3.1.2 Integración de las actividades matemáticas

Para lograr que los docentes de Telesecundaria consideren viable implementar las actividades matemáticas de este trabajo, se alineó la propuesta con los ejes del currículo, para esto, se revisaron los programas de estudio 2011 y el documento aprendizajes clave para la educación integral del 2017.

En el primero, los Estándares Curriculares de Matemáticas se organizan en:

- Sentido numérico y pensamiento algebraico
- Forma, espacio y medida
- Manejo de la Información
- Actitud hacia el estudio de las matemáticas

Y se busca que los estudiantes de primer grado trabajen las competencias: resolver problemas de manera autónoma, comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados y manejar técnicas eficientemente (Secretaria de Educación Pública 2011)

En el segundo se manejan los ejes temáticos:

- Número, álgebra y variación
- Forma, espacio y medida
- Análisis de datos

Y se persiguen las siguientes metas: comprender la situación implicada en un problema, plantear rutas de solución, trabajo en equipo (SEP, 2017).

Se puede ver que, aunque quizás se está cambiando el enfoque didáctico, el contenido fundamental es prácticamente el mismo, por lo que la selección de actividades se basó en los siguientes ejes:

- Sentido Numérico
- Geometría
- Probabilidad y Estadística
- *Dominio afectivo en el estudio de la matemática (este será nuestro eje transversal)*

En cuanto al material para realizar las actividades, se buscó que cumpliera tres características:

- Bajo costo
- Fácilmente reproducible
- No dependiente de tecnología

Se seleccionaron 3 actividades que, en principio, cumplieran todo lo mencionado, y donde cada una de ellas estuviera alineada con uno de los ejes. Solo se trabajó con tres por cuestiones de tiempo.

Dentro de la metodología basada en el diseño, para buscar un mejor funcionamiento de cada actividad, se va ajustando el discurso, el material y las acciones del profesor para la implementación.

A continuación, se describen las tres actividades seleccionadas:

3.1.2.1 Sentido numérico – Arreglo de 10 cartas

Para qué sirve

Hacer uso de una serie numérica compleja pero lógica para resolver un problema.

Lo que se necesita por cada participante:

- Cartas de 8 cm x 6 cm aproximadamente (o las cartas de un palo de baraja inglesa)
- 1 plumón
- Lápiz y papel
- Tabla registro (opcional)

Cómo se juega

Toma las 10 cartas enumeradas del 1 al 10 y el reto consiste en que encuentres una manera de acomodarlas como te describen a continuación. (Stenmark et al. 1986)

Ordena las cartas de manera que cuando las colocas con los números hacia abajo y volteas cada carta desde arriba, una a una, ocurre lo siguiente:

a. La primera carta (la de arriba), se voltea y es el 1. Colocas esta carta sobre la mesa y te quedas con lo que queda del paquete.
b. La segunda carta, se coloca abajo del paquete de cartas que te quedan sin voltearse.
c. La tercera carta, se voltea o destapa con el número hacia arriba, y se coloca junto al 1 que ya está fuera del paquete, esta carta tiene que ser el 2.
d. La cuarta carta se mueve a la parte inferior del paquete sin voltearse.

e. La quinta carta se voltea con el número hacia arriba y se coloca a un lado de la carta con el 2. El número observado debe de ser el 3.
f. La sexta carta se mueve a la parte inferior del paquete sin voltearse.
g. La séptima carta se voltea con el número hacia arriba y se coloca a un lado de la carta con el número 3. El número observado debe de ser un 4.
h. La octava carta...
 …y así sucesivamente, hasta que todas las cartas estén sobre la mesa volteadas y los números vayan apareciendo en orden de menor a mayor.

Las otras versiones y estrategias que se han presentado para resolver este reto se pueden consultar en el Manual para el docente Anexo 3.

3.1.2.2 Geometría – Rectángulos

Para qué sirve

Desarrollar y entrenar el pensamiento espacial. En particular, se desarrollan habilidades con respecto a los movimientos en el plano: traslación, rotación y reflexión; reconocimiento de figuras; razonamiento secuencial.

Lo que se necesita por cada participante:

- Un paquete de cuadrados o dulces cuadrados.
- Una hoja cuadriculada
- Un lápiz
- Un paquete de piezas
- Un paquete de retos

Cómo se juega

Esta actividad consta de dos secciones, en la primera se presentan las figuras con las que se va a trabajar durante la sesión. En la segunda parte, con 9 de las figuras vistas en la primera parte, se forma un rompecabezas, cuyo objetivo es resolver retos. A continuación, se explica en que consiste cada una de las partes:

Parte 1. Poliminós.

El problema.

Una vez que los estudiantes han entendido como se construyen los poliminós, se le reparte a cada estudiante un paquete de cuadrados y una hoja cuadriculada.

Las reglas consisten en:

- Para unir dos cuadrados, tiene que ser un lado completo.
- Si tienes dos poliminós, que puedes recortar y poner perfectamente uno sobre otro, es el mismo.

El problema es el siguiente:

- ¿Cuántos y cuáles tetraminós distintos existen?
- ¿Cuántos y cuáles pentáminos distintos existen?

Se pide a los estudiantes que dibujen su solución en la hoja cuadriculada.

Después de revisar las soluciones, una forma para hacer la transición de la sección uno a la dos, es con el siguiente vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=LCAXPod6FCM&t=14s

Parte 2. Rompecabezas rectángulos

Cada participante tiene 9 piezas y un paquete de retos enumerados. Se recomienda empezar en el reto uno e ir avanzando en orden, pues están ordenados más o menos por grado de complejidad.

1. Selecciona un reto. Cada reto tiene un rectángulo en la parte central inferior de la tarjeta.
2. Dentro del rectángulo, hay unas piezas colocadas de cierta forma. Se toman las piezas del paquete y se hace una copia tal y como se muestra en el desafío. Estas piezas una vez colocadas, no se pueden volver a mover, hasta que se cambie de reto.

Fuera del rectángulo hay otras piezas, se toman del paquete de piezas. Estas piezas serán las que se manipulan para formar un rectángulo con las piezas fijas. Hay que recordar que los lados tienen que ser rectos, no se pueden dejar hoyos y se tienen que usar TODAS las piezas que indica cada tarjeta.

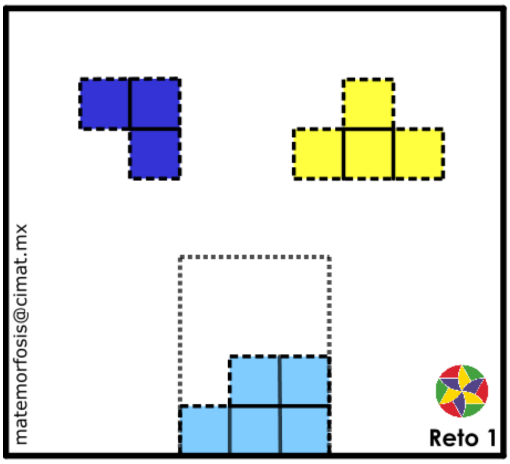


Ilustración 3-1: Ejemplo reto "Rectángulos". Elaboración propia con Geogebra e Inkscape

Y así sucesivamente, con cada uno de los retos.

Esta actividad no tiene una estrategia que siga un patrón bien definido, pero cada reto tiene al menos una solución.

3.1.2.3 Probabilidad y estadística – Carrera de caballos

Para qué sirve

Realizar y explorar experimentos aleatorios para desarrollar nociones de probabilidad. A través de experimentos con dados, entender eventos equiprobables y no equiprobables. Conocer ejemplos donde las matemáticas dan respuestas contraintuitivas.

Lo que se necesita por equipo de 5 estudiantes:

- Una copia de los tableros 1, 2 y 3 (Manual del docente Anexo 3)
- Dos dados cúbicos
- 11 cuentas (por ejemplo: frijoles o fichas)

El juego consiste en simular una carrera de caballos. Hay tres variantes del juego, y en cada uno, las reglas son ligeramente diferentes. El plan es analizar de qué depende escoger al caballo que tenga más posibilidades de ganar.

Versión 1

En esta carrera participan 6 caballos numerados del 1 al 6, se usará el tablero 1.

Reglas:

- Lanzar un dado a la vez

- Avanza una casilla el caballo que corresponde al número que salió en el dado.
- Gana el caballo que llegue primero a la meta.

Versión 2

En esta carrera participan 6 caballos numerados del 0 al 5, se usará el tablero 2.
Reglas:

- Lanzar dos dados a la vez
- Avanza una casilla el caballo que corresponde a la diferencia o resta de los dos números que salieron en los dados, es decir, hay que restar el menor número al mayor número.
- Gana el caballo que llegue primero a la meta.

Versión 3

En esta carrera participan 11 caballos numerados del 2 al 12, se usará el tablero 3.
Reglas:

- Lanzar dos dados a la vez
- Avanza una casilla el caballo que corresponde a la suma de los números que salieron en los dados.

Gana el caballo que llegue primero a la meta.

3.1.3 Diseño de las Actividades Matemáticas

Esta sección está en constante evolución dado que, en cada ciclo de prueba de las actividades matemáticas, los hallazgos informan la necesidad de incorporar, ajustar o eliminar algún principio de diseño o modificar algún rasgo.

Toda la sección se reestructuró después del trabajo de campo, cuando se tuvo una mejor noción de cómo se argumentan teóricamente muchas de las decisiones que se tomaron y con base en la teoría, cómo se puede evaluar el diseño de las actividades propuestas.

3.1.3.1 Principios de diseño

El diseño didáctico, se construye sobre las bases de los siguientes 5 principios pedagógicos:

- *De lo concreto/de la estructura matemática.* Los estudiantes abstraen una estructura matemática de un modelo dado, en el cual dicha estructura es una entidad conceptual (o esquema) para los estudiantes, es decir, el estudiante tiene procedimientos mentales que pueden tomar estos objetos como entradas (Dienes, 1960; Harel, 2000; Piaget, 1977)

- *De la necesidad.* Para que los estudiantes aprendan o se interesen francamente en un desafío, deben verlo como una necesidad intelectual (Brousseau 2002; Harel 2000; Piaget 1977)
- *Autoevaluación.* Los criterios para evaluar las soluciones son claros para los participantes, de tal forma que les permite evaluarse a sí mismos cuando los modelos generados o las respuestas son suficientemente buenas (Lesh et al., 2003).
- *Espacio creado para el juego.* Las reglas del juego son claras y simples, no es posible llegar a la solución por azar, se anticipan las soluciones de los participantes para poder retroalimentar individualmente, el objetivo está bien definido (Chamoso et al., 2004a; Vygotsky, 1999; Piaget, 1977; Stroup et al., 2005).
- *Participación/agencia.* La actividad está diseñada para que cada estudiante pueda participar. Los participantes son conscientes de sus logros individuales y pueden apropiarse del material y contenido (Contreras 2004; Nisbet 2008; Stroup et al. 2005).

Respecto al diseño afectivo, vamos a tomar en cuenta las siguientes tres estructuras afectivas[5] que propone Goldin (2007) y explicaremos cómo las actividades matemáticas impactan sobre ellas:

- *Integridad matemática.* Se refiere a la estructura afectiva global y a las subestructuras relacionadas, asociadas con el compromiso a la verdad y el entendimiento en actividades matemáticas. Es la consciencia (o falta de ella) de las limitaciones de la comprensión matemática de uno mismo en algún momento dado, y la voluntad de reconocer esas limitaciones y trabajar para eliminarlas (Goldin, 2007, p. 290). *(Traducción)*
- *Identidad matemática propia.* Se refiere a una compleja estructura afectiva global que codifica al sentimiento personal de uno mismo- “quien soy”- con relación a las matemáticas, o codifica la parte del papel de las

[5] Esto se ve a mayor profundidad en la sección 2.2 “La importancia del dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas”

matemáticas que constituyen el tejido de “quien soy yo”. Esta identidad es un sentimiento que se construye a través del tiempo. Hay que observar que esta identidad propia no necesita necesariamente incorporar a las matemáticas de manera positiva (Goldin, 2007, p. 290). *(Traducción)*

- *Intimidad matemática* (experiencia). Se refiere a estructuras de emociones, actitudes, creencias y valores que están asociados a una interacción profunda, intensa, altamente comprometida y vulnerable, al sentido propio de uno mismo durante una actividad matemática. Es decir, caracteriza el afecto que rodea a la relación personal de cada individuo con la matemática (Goldin, 2007, p. 291). *(Traducción)* Cuando se experimenta la intimidad matemática el estudiante se encuentra en un estado de concentración profunda y la tarea matemática cobra mayor intensidad.

Además de verificar que el diseño de cada actividad cumple con los principios, y se busca que tenga impacto afectivo en alguna de las estructuras que se presentan, es necesario estudiar las condiciones y restricciones para que el diseño sea adoptado y sobreviva a largo plazo, por lo que inspirados en el trabajo *“Participating in classroom Mathematical Practices”* de Cobb, Stephan, McClain y Gravemeijer (2001) tomaremos en cuenta las siguientes características:

- *Replicabilidad*: Aspectos que pueden repetirse potencialmente en otros contextos o situaciones. *Aquí se van a retomar las características de las actividades que se habían trabajado: material accesible y de bajo costo, multinivel, guía para el docente/estudiante, recursos digitales.*
- *Capacidad de generalización*: Implica que otros serán capaces de usar las actividades para promover aprendizaje en otros contextos. *Fundamento para la creación de la guía de implementación. El siguiente paso, será empezar a desarrollar comunidades de profesores que quieran adoptar estas actividades en sus aulas.*
- *Utilidad*: Los resultados obtenidos deben dejar claro lo que implica para la enseñanza. Este tipo de investigaciones son de utilidad para promover el desarrollo de comunidades de profesionales de la enseñanza. *Cada una de las actividades propuestas, están encaminadas a beneficiar o apoyar el cambio de percepción de los estudiantes sobre la matemática,*

queriendo incidir de forma que exista una mejor aceptación en el aula. De igual forma, estas actividades se vinculan con el currículo dentro del rubro actitudes hacia la matemática y otros ejes para garantizar su utilidad para el docente.

- *Diseño o andamiaje instruccional*: A través del discurso y de prácticas de instrucción en el aula, se planea que el mediador (o docente), pueda aprender con la práctica a tener cierto grado de control sobre la motivación y la frustración.
- *Fiabilidad*: Grado en que las inferencias y afirmaciones que resultan del análisis retrospectivo son razonables y justificables.

A partir de esto, se elaboró una rúbrica de evaluación (7.1.4), la cual ofrecerá una justificación con base en los resultados obtenidos.

3.1.3.2 Estructura general

Esta fue la propuesta inicial para la estructura general de las actividades y la administración del tiempo. Se puede tomar como una base, que se adapta según el desarrollo de las actividades y el contexto donde se llevan a cabo.

Figura 3-1: Estructura general de las actividades matemáticas. Elaboración propia.

La introducción, consiste en la introducción a la propuesta de trabajo de este tipo de actividades centrada en los estudiantes y la presentación de la actividad.

El desarrollo, consiste en el trabajo de los estudiantes, donde se llevarán a cabo las prácticas de monitoreo, selección y secuenciación.

Para que la última parte de cierre consiste en la exposición de estrategias y socialización de las mismas, y se concluye con la recapitulación de lo que se hizo y a las conclusiones que se llegaron.

3.1.4 Diseño de instrumentos

Como se mencionó en los antecedentes no se logró encontrar una investigación que persiguiera objetivos similares a este trabajo, por lo que no se tiene una base de resultados previos de donde partir. Recordar que lo que se quiere es diseñar actividades cuya intención es propiciar afectos conducentes a una mejor aceptación de la matemática, para ello se ideó presentar tres actividades con un fuerte componente lúdico. Para esta primera aproximación se eligieron dos técnicas para la recolección de datos, una de corte etnográfico y la otra por cuestionario.

3.1.4.1 Cuestionario

Se trabajó a partir de la matriz de operacionalización inspirado en el trabajo “Diseño de cuestionarios para recolección de datos” de Corral (2010).

Instrumento	Propósito del instrumento	Definición del constructo	Dimensión del constructo	Indicadores
Cuestionario	Conocer la percepción de los estudiantes mexicanos de primero de secundaria sobre la matemática	La percepción es el conjunto de experiencias de cada individuo, las cuales van moldeando el dominio afectivo. En particular, queremos conocer estos afectos	Percepción de la matemática	Utilidad
				Aprendizaje
				Interés

		que se tienen sobre la matemática.		Afectos

Tabla 3-1: Matriz de operacionalización del diseño del cuestionario. Inspirado en el trabajo de Corral (2010)

Se seleccionó el cuestionario para hacer un diagnóstico sobre las percepciones que los estudiantes tienen sobre la matemática, ya que ofrece un método estandarizado para recolectar tanto datos cuantitativos como cualitativos de los individuos. Y son una buena herramienta para investigaciones enfocadas en los detalles sobre las acciones y experiencias recientes de una persona; o de sus pensamientos, opiniones, intereses, intenciones o valores actuales (Jensen y Laurie 2016). Por esto, como el objetivo de nuestro instrumento es conocer la percepción de los estudiantes mexicanos de primero de secundaria sobre la matemática, y queremos tener una idea de la percepción global, el cuestionario es una opción pertinente.

Se seleccionaron preguntas abiertas, para tener una aproximación exploratoria, pues no se lograron encontrar trabajos sobre la percepción de las matemáticas en estudiantes de nivel secundaria en México. Se encontraron algunos referentes sobre actitudes hacia las matemáticas, pero por ahora se salen de nuestro campo de interés.

Este cuestionario cualitativo, estuvo inspirado en la tesis doctoral de Gómez Chacón (Gómez-Chacón 2000), donde ella hace un taller para la formación del profesorado para la educación emocional en matemáticas. Y se tomó como punto de partida el cuestionario diagnóstico que desarrolló para que los docentes sepan cual es la percepción de sus estudiantes sobre la matemática. El cuestionario se puede revisar en el Anexo 1 - Instrumentos.

3.1.4.2 Guía de observación

Se trabajó a partir de la matriz de operacionalización inspirado en el trabajo “Diseño de cuestionarios para recolección de datos” de Corral (2010).

Instrumento	Propósito del instrumento	Definición del constructo	Dimensión del constructo	Indicadores

Guía de observación	Evaluar el diseño de las actividades matemáticas	Elementos que deben considerarse para que una actividad impacte exitosamente en el dominio afectivo de los estudiantes.	Diseño	Material
				Contenido
				Instrucción
			Percepción	Utilidad
				Interés
				Aprendizaje
				Afectos
			Implementación	Monitoreo
				Selección
				Secuenciación
				Conexión
			Factibilidad	Frustración
				Motivación
				Participación

Tabla 3-2:Matriz de operacionalización del diseño de la guía de observación. Inspirado en el trabajo de Corral (2010)

Para lograr obtener la información de la experiencia de cada una de las actividades propuestas, una técnica que se usa es la etnográfica. A través del instrumento, guía de observación, cuyo principal objetivo es evaluar el diseño de las actividades de matemáticas, donde hay cuatro dimensiones de nuestro interés: diseño de la actividad, percepción sobre la matemática, implementación y la factibilidad. A partir del extracto revisado de “La experiencia etnográfica. Historia y cultura en los procesos educativos” de Rockwell (2009), esta investigación es de tipo interpretativo, pues gran parte del trabajo será inferir sobre las reacciones que tiene el grupo en general, y se harán observaciones individuales. Esta tesis, está de acuerdo con Rockwell (2009), al decir que no existe tal cosa como el significado o definición absoluta dentro de las prácticas, sino buenas aproximaciones que podemos crear como humanos. Por lo tanto, esta guía de observación será una aproximación de lo que realmente pasó durante la actividad, a partir de la interpretación de lo que se observó dentro de los procesos de intervención educativa. La guía de observación se puede revisar en el Anexo 1 - Instrumentos.

3.1.4.3 Encuesta

Se trabajó a partir de la matriz de operacionalización inspirado en el trabajo “Diseño de cuestionarios para recolección de datos” de Corral (2010).

<table>
<tr><th>Instrumento</th><th>Propósito del instrumento</th><th>Definición del constructo</th><th>Dimensión del constructo</th><th>Indicadores</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Encuesta</td><td rowspan="5">Evaluar el diseño de las actividades matemáticas</td><td rowspan="5">Elementos que deben considerarse para que una actividad impacte positivamente en el dominio afectivo de los estudiantes.</td><td rowspan="3">Diseño</td><td>Material</td></tr>
<tr><td>Contenido</td></tr>
<tr><td>Instrucción</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Factibilidad</td><td>Afectos</td></tr>
<tr><td>Participación</td></tr>
</table>

Tabla 3-3: Matriz de operacionalización del diseño de la encuesta. Inspirado en el trabajo de Corral (2010)

Se seleccionó una breve encuesta para poder tener información de cada una de las actividades de forma individual, con un método estandarizado para recolectar tanto datos cuantitativos como cualitativos de individuos. Y como se menciona en el cuestionario, son una buena herramienta para investigaciones enfocadas en los detalles sobre las acciones y experiencias recientes de una persona; o de sus pensamientos, opiniones, intereses, intenciones o valores actuales (Jensen & Laurie, 2016). Por esto, como el objetivo de nuestro instrumento es conocer y evaluar la experiencia de forma individual de cada estudiante, una breve encuesta fue el instrumento que se consideró pertinente.

Se seleccionaron preguntas estandarizadas para la dimensión de diseño y preguntas abiertas para la dimensión de factibilidad, y poder encontrar situaciones que quizás están sucediendo pero que no se tomaron en cuenta. La encuesta se puede revisar en el Anexo 1 - Instrumentos.

3.1.4.4 Rúbrica de evaluación

Se trabajó a partir de la matriz de operacionalización inspirado en el trabajo "Diseño de cuestionarios para recolección de datos" de Corral (2010).

Instrumento	Propósito del instrumento	Definición del constructo	Dimensión del constructo	Indicadores
Rúbrica de evaluación	Evaluar el diseño de las actividades matemáticas	Elementos que deben considerarse para que una actividad impacte positivamente en el dominio afectivo de los estudiantes.	Diseño didáctico	De lo concreto
				De la Necesidad
				De la estructura matemática
				De la autoevaluación
				Del espacio creado para el juego
				De la participación/agencia
			Diseño afectivo	Integridad matemática
				Identidad matemática propia

				Intimidad matemática
			Condiciones y restricciones	Replicabilidad
				Capacidad de generalización
				Utilidad
				Andamiaje instruccional
				Fiabilidad

Tabla 3-4: Matriz de operacionalización del diseño de la rúbrica de evaluación. Inspirado en el trabajo de Corral (2010)

Para lograr evaluar el diseño de las actividades matemáticas justificado con la información de la experiencia de cada una de las actividades propuestas, se recurrió a la técnica etnográfica, una vez más. A través del instrumento, rúbrica de evaluación, cuyo principal objetivo es evaluar el diseño de las actividades de matemáticas, donde hay tres dimensiones de nuestro interés: diseño didáctico, diseño afectivo y condiciones y restricciones de la actividad. Esta evaluación ayudará a reforzar, modificar o eliminar las características o principios de diseño que se encuentren pertinentes justificado a partir de las observaciones que se recolectaron en el trabajo de campo. La rúbrica de evaluación se puede revisar en el Anexo 1 - Instrumentos.

3.2 Experimentación en el aula

A continuación, se muestra cómo se distribuyeron las sesiones, la duración de éstas, el número de participantes, las actividades que se llevaron a cabo, así como los métodos de recolección de datos. En cada una de las intervenciones se trabajaron 5 sesiones, en un lapso aproximado de dos semanas. La primera y la última sesión fueron para aplicar el cuestionario de entrada y salida, respectivamente, y las tres sesiones intermedias para desarrollar las actividades que se proponen.

3.2.1 Piloto – Telesecundaria A

El piloto se llevó a cabo en un grupo de primer año de secundaria con 18 estudiantes, se eligió un grupo pequeño, para observar si algunos elementos de logística y de material funcionaban, antes de intentar con un grupo numeroso. También se aplicó el cuestionario de entrada a un grupo de tercer año de la misma institución para realizar ajustes.

Para esta sesión, se les pidió a tres personas que se dedican a la comunicación de la ciencia que impartieran las actividades. Mientras que dos personas más realizaban observaciones en cada sesión.

A cada uno de los mediadores, se les envío una copia de la última versión en su momento de la guía para el docente, se les pidió que se apegaran lo más que pudieran tanto a la estructura como al discurso de cada actividad. Durante el piloto, el docente permaneció en el aula, pero no participó.

Fecha	No. Participantes	Grado educativo	Mediador	Actividades realizadas	Recolección de datos
03/09/2019	15	Primero de secundaria	F1	Evaluación escrita	Cuestionario de entrada
03/09/2019	25	Tercero de secundaria	F1	Evaluación escrita	Cuestionario de entrada
10/09/2019	14	Primero de secundaria	F2	Actividad “Arreglo de cartas” Evaluación escrita	Grabación en vídeo Encuestas aplicadas a los estudiantes Notas de dos investigadoras
12/09/2019	17	Primero de secundaria	F3	Actividad “Rectángulos ”	Grabación en vídeo Notas de dos investigadoras

17/09/2019	16	Primero de secundaria	F4	Actividad "Carrera de Caballos" Evaluación escrita	Grabación en vídeo Encuestas aplicadas a los estudiantes Notas de dos investigadoras
20/09/2019	15	Primero de secundaria	F1	Evaluación escrita	Cuestionario de salida

Tabla 3-5: Sesiones del Piloto. Elaboración propia con la información del trabajo de campo.

3.2.2 Iteración 1 – Telesecundaria B

Uno de los objetivos de la investigación, es que las actividades propuestas se puedan implementar en las aulas mexicanas, las cuales pueden ser muy numerosas. Por esto, para esta iteración ya se contó con un grupo más grande, con 27 estudiantes.

Por la experiencia en la sesión piloto, que se analizará en la siguiente sección, donde se presenten los datos, se tomó la decisión, que era muy pronto para que otras personas intervinieran en la implementación de las actividades, pues surgieron varios aspectos que no se habían pensado bien. Entre los elementos que requerían ajustes fueron: instrucción en el aula para lograr discusiones matemáticas adecuadas, el tiempo y las metas no estaban bien planeadas, el discurso no era suficientemente fuerte, entre otras cosas. Por ello, se tomó la decisión, de que solo la autora trabajara la primera iteración para empezar los ajustes, antes de someterlo de nuevo a que otras personas impartieran las actividades.

Fecha	No. Participantes	Grado educativo	Mediador	Actividades realizadas	Recolección de datos
03/10/2019	25	Primero de secundaria	Mariana	Evaluación escrita	Cuestionario de entrada

07/10/2019	26	Primero de secundaria	F1	Actividad “Carrera de Caballos” Evaluación escrita	Grabación en vídeo Encuestas aplicadas a los estudiantes Notas de la investigadora
09/10/2019	25	Primero de secundaria	F1	Actividad “Rectángulos”	Grabación en vídeo Notas de la investigadora
11/10/2019	24	Primero de secundaria	F1	Actividad “Arreglo de cartas” Evaluación escrita	Grabación en vídeo Encuestas aplicadas a los estudiantes Notas de la investigadora
15/10/2019	25	Primero de secundaria	F1	Evaluación escrita	Cuestionario de salida

Tabla 3-6: Sesiones de la Iteración 1. Elaboración propia con la información del trabajo de campo

4 Resultados

4.1 Procesamiento de los datos

Tomando la perspectiva teórica de Angrosino (2007) y complementada con la de Jensen y Laurie (2016) sobre análisis de datos, se retomaron algunas directrices guía, que se adaptaron y moldearon a las necesidades de la investigación, la metodología y el contexto donde se realiza.

La estructura es:

- Organizar de la información en categorías.
- Agrupar y repasar la información recolectada.

- Ajustar categorías.
- Clasificar los datos en categorías ajustadas.
- Búsqueda de patrones
- Elaborar una rúbrica de evaluación para desarrollar el análisis.
- Buscar conexión con los conceptos teóricos.

En esta sección, se van a presentar los datos organizados y codificados, donde a partir de esta primera etapa del análisis se buscará hacer el ajuste adecuado a las categorías temáticas.

A partir de esto, se está tomando una postura inductiva, dada por la naturaleza de la metodología basada en el diseño, en automático se persigue una de sus principales características que es el desarrollo de modelos teóricos empíricamente fundamentados relativos a un dominio de aprendizaje específico (Molina et al., 2011)

A continuación, los datos que se lograron recolectar en diferentes momentos de la implementación en el aula.

4.1.1 Cuestionario

Las respuestas de los cuestionarios fueron codificadas y clasificadas en las categorías que iban emergiendo, intentando mantener la esencia de la respuesta en la categoría asignada. Hubo estudiantes cuya respuesta incluía dos categorías diferentes, por lo que no necesariamente el número de respuestas suma la totalidad de la población.

En cada una de las preguntas, se presentan primero dos nubes de palabras, donde el input fueron las respuestas de los estudiantes en los cuestionarios de entrada y salida, donde lo único que se modificó fue la ortografía y se eliminaron artículos, preposiciones y demás palabras que no aportaban información de interés. Se utilizó la herramienta en línea https://wordart.com/ La cual, a partir de la frecuencia de la palabra, le da un peso que se traduce al tamaño de la fuente. Por cuestiones estéticas, se le pidió que rellenara repitiendo las palabras en proporción también a la frecuencia. Estas gráficas de ninguna manera tienen rigor estadístico, solo es para darnos una noción de lo que realmente contestaron los estudiantes.

Segundo, se expone una tabla después de la codificación de cada una de las respuestas, y van emergiendo las categorías de la dimensión que se está explorando, en este instrumento es la percepción de las matemáticas.

Una vez que se tienen estas gráficas y tablas, se revisó que fueran congruentes una con otra, de no ser así, se revisó la codificación, para que lo fueran.

Ejemplo de codificación en el cuestionario:

Estudiante A.1.3.M.12 (ESTV, Grado que cursa, número asignado, sexo, edad)

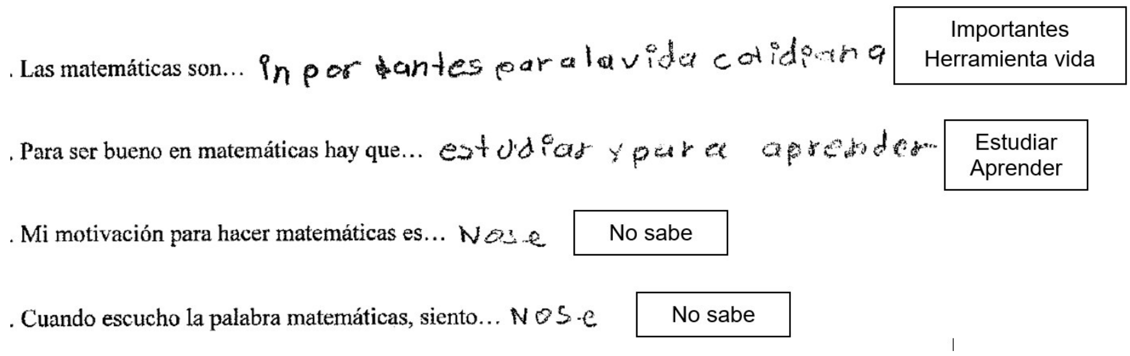


Figura 4-1:Ejemplo del instrumento cuestionario

4.1.2 Encuestas

Al finalizar cada una de las actividades, se les pidió a los estudiantes que respondieran una breve encuesta para saber superficialmente lo que opinaban de ciertos aspectos de diseño, y como pregunta abierta lo que les había gustado o no de la actividad.

Cada encuesta fue procesada en una hoja de cálculo, sistematizada y se expone la tabla del resultado en cada una de las sesiones.

4.1.3 Observación

Las observaciones realizadas se clasificaron en cuatro dimensiones: diseño, implementación, percepción y factibilidad.

Se hicieron dos tipos de observaciones: una con guía de observación en vivo y otra una observación no estructurada con el material de video, en cada una de las sesiones.

Las observaciones se codificaron de la siguiente forma:

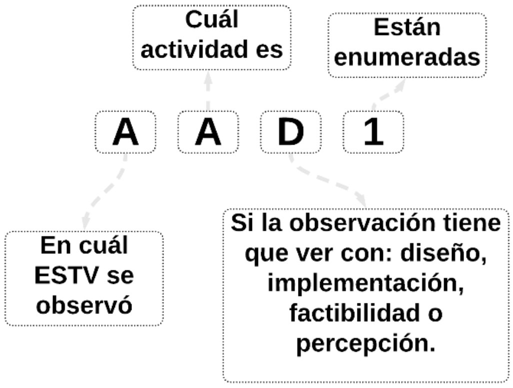


Figura 4-2: sistema de codificación. Elaboración propia.

La primera letra, determina en cuál Telesecundaria se llevó a cabo:

- A: Pilotaje en la ESTV A
- B: Iteración 1 en la ESTV B

La segunda letra, indica de cuál actividad se está hablando:

- A: Arreglo de 10 cartas
- R: Rectángulos
- C: Carrera de caballos

La tercera letra, clasifica las observaciones en los indicadores que se establecieron:

- D: Diseño
- I: Implementación
- P: Percepción
- F: Factibilidad

Y la última entrada, es un número, que sólo las numera.

Una vez que se tuvieron todas las observaciones codificadas y clasificadas de cada una de las sesiones, se procedió a ajustar las categorías de análisis, y realizar las conclusiones sobre lo que no funcionó, lo que necesita ajuste y lo que funcionó.

4.2 Presentación de los datos

Al ser la metodología basada en el diseño un proceso iterativo, la información que se recabó en el piloto, fue información valiosa para el proceso de rediseño y ajuste de las actividades, por lo que se presentan tanto el piloto como la iteración 1 en el mismo grado de importancia.

4.2.1 Piloto ESTV A

La ESTV A tiene una población de alrededor de 100 estudiantes de entre 12 y 16 años. Cuenta con 4 profesores, dos de primer año, uno de segundo y uno de tercero. La profesora de uno de los primeros también funge como directora de la institución. Cuenta con una secretaria que ayuda con la carga administrativa y está próxima a jubilarse.

Esta escuela ha sufrido de inestabilidad en la planta docente, la única que ha estado fija en los últimos 10 años es la directora. Esta situación ha derivado en un bajo rendimiento en los estudiantes, según las apreciaciones de la directora y los mismos estudiantes.

En cuanto a las instalaciones y mobiliario, la institución cuenta con 3 salones y una dirección para secundaria. Dentro del inmueble también se encuentra un salón para un Telebachillerato que opera por las tardes. Tienen una cancha de usos múltiples, un jardín amplio y bien cuidado por la asociación de padres de familia. Y lo más lindo, una vista excepcional hacia la sierra y la ciudad de Guanajuato.

En cuanto al equipo técnico, cada salón cuenta con una mesa, una silla y libros de texto para cada estudiante; un escritorio y una silla para el profesor; una computadora y una televisión con acceso a internet. También cuenta con varias computadoras portátiles que están disponibles si algún docente lo requiere.

Para agradecer que se prestaran las instalaciones y que permitieran la participación de los estudiantes en la presente investigación, la autora, impartió las tres actividades a todos los grupos, aunque solo se recolectaron datos de un grupo de primer año. Y a pesar de que no se hizo un registro sistemático de las sesiones, esta situación permitió darse una muy buena idea de las impresiones de los estudiantes con respecto a la matemática y de la investigadora hacia los estudiantes:

- El número de estudiantes son 18 en cada grupo de primero, 33 en el grupo de segundo y 27 en el grupo de tercer año. Lo que es congruente con la suposición inicial de que hay que pensar en actividades que funcionen en grupos numerosos.

- Todos los estudiantes quisieron participar de forma voluntaria en las actividades, incluso en cada uno de los salones, preguntaron que cuando se volvían a realizar actividades similares.
- En cada sesión se notó participación activa de los estudiantes.
- Se percibe una falta de comunicación con los docentes en general, situación que no permite una dinámica como la que se propone en las actividades, de discusión y argumentación de ideas.
- Dos de los cuatro profesores, en las sesiones quisieron demostrar que sabían y que su grupo estaba bien, aunque nunca se sugirió que fuera de otra forma o que se estuviera juzgando su práctica o conocimiento.

La presentación de los datos a detalle se encuentra en el Anexo 2 – Datos.

4.2.2 Iteración 1 ESTV B

La ESTV B tiene una población de alrededor de 180 estudiantes de entre 12 y 16 años. Cuenta con 6 profesores, dos de primer año, dos de segundo y dos de tercero. Además, se cuenta con una directora, una secretaria y una persona de limpieza.

La escuela se encuentra en una comunidad a las afueras de la ciudad de Guanajuato. Dentro de la entrevista que se tuvo con la directora para presentar el proyecto de investigación, ella expuso su preocupación por el bajo rendimiento de los estudiantes en el área de matemáticas y su agradecimiento a que esta institución fuera tomada en cuenta para la realización de esta serie de actividades. La directora, también mencionó que la institución era robada con regularidad, en el momento en que se llevaba el trabajo de campo, el timbre de la escuela acababa de ser robado. Lo que nos indica que la integración entre la comunidad y la secundaria no es la mejor.

En cuanto a las instalaciones y mobiliario, la institución cuenta con 6 salones y una dirección. Tienen una cancha de usos múltiples. Es una comunidad poco urbanizada, y la telesecundaria es una de las pocas construcciones que se encuentra completamente bardeada. Bardas que impiden ver el campo y la naturaleza que rodea a la institución.

En cuanto al equipo técnico, cada salón cuenta con una mesa, una silla y libros de texto para cada estudiante; un escritorio y una silla para el profesor; una computadora y una televisión con acceso a internet.

Para agradecer que se prestaran las instalaciones y que permitieran la participación de los estudiantes en la presente investigación, la autora, impartió las tres actividades a los dos grupos de primer año, aunque sólo se recolectaron datos de uno de ellos. Y a pesar de que no se hizo un registro sistemático de las sesiones con el otro grupo, esta situación permitió darse una muy idea de las impresiones de los estudiantes con respecto a las matemáticas y de la investigadora hacia los estudiantes:

- El número de estudiantes son 27 en cada grupo.
- Al menos en primer año, se nota una actitud de querer estudiar y aprender en la escuela.
- En cada sesión se notó participación activa de los estudiantes.
- El grupo en donde no se recolectaron datos, estaba mejor organizado y fue más fácil realizar las actividades, esto quizás tenga que ver con que el profesor ya había realizado actividades similares, después de tomar un curso de capacitación con la investigadora con anterioridad.

La presentación de los datos a detalle se encuentra en el Anexo 2 – Datos.

4.3 Análisis sobre la percepción de la matemática

El primer objetivo en este trabajo en investigación es explorar la percepción de los estudiantes mexicanos de primer año de secundaria sobre la matemática antes y después de la intervención educativa. Este objetivo se pensó más para ayudar a ajustar la siguiente iteración que en la actual. Se dividió en cuatro aspectos: definición/utilidad, aprendizaje, interés y afectos.

Al ser una primera aproximación, se lanzaron preguntas abiertas para explorar las posibles respuestas de los estudiantes sin alguna restricción. Enseguida, se notó que algunas preguntas fueron muy difíciles o no estaban bien formuladas. Aquí hay una línea de investigación muy interesante, pues aún no se han logrado encontrar trabajos de investigación que recaben la percepción de estudiantes mexicanos de secundaria sobre la matemática que nos permitan saber cuál es la mejor manera de empezar a redireccionar las propuestas de actividades que permitan empezar a mejorar la aceptación de la matemática dentro del aula. A continuación, se informan las conclusiones de los hallazgos de este primer ejercicio conocer mejor el problema que se enfrenta y en la siguiente iteración, poder hacer experimentos más enfocados:

4.3.1 Definición y utilidad

El primer aspecto que se pensó fue conocer sobre lo que los estudiantes piensan sobre el significado de la matemática. Para ello, la pregunta que se realizó fue ¿Qué son las matemáticas? Muy pronto, fue claro que se había cometido un error, pues es una pregunta sumamente compleja, la información que se recabó no fue de gran utilidad para los propósitos sobre mejorar la aceptación de la matemática dentro de las aulas. Esta pregunta se realizó a 15 estudiantes antes y después de la intervención, por lo que no es representativo, pero da una noción de lo que pueden pensar en este contexto.

Aquí se presentan las nubes de palabras de las respuestas abiertas del cuestionario de entrada, donde la pregunta fue: “Las matemáticas son…” y en el cuestionario de salida, donde la pregunta fue: “¿Qué son las matemáticas para ti?

Gráfica 4-1: ESTV A. Pregunta 1 - Entrada (izquierda) y Salida (derecha)

También se hizo el ejercicio de clasificar las respuestas, y las siguientes categorías emergieron:

Pregunta 1 - Definición			
Entrada		Salida	
Herramienta aprendizaje	3	Herramienta vida	8
Herramienta vida	3	Números	3
Importantes	3	Desarrollar inteligencia	1
Increíbles	2	Especiales	1
Interesantes	2	Herramienta aprendizaje	1
Aburridas	1	Aburridas	0
Desarrollar inteligencia	1	Importantes	0
Especiales	0	Increíbles	0
Números	0	Interesantes	0

Tabla 4-1: ESTV A - Pregunta 1. Definición

Dentro de este grupo, se puede interpretar a partir de sus respuestas que el significado que les dan a las matemáticas es un discurso que han heredado de sus profesores o padres, pues hay una tendencia sobre que son importantes para la vida, como se muestra en el cuestionario de entrada. Después de la intervención, se generó una tendencia a verlo más como una herramienta para la vida, que está en congruencia de lo que se quiere buscar con este trabajo de investigación. Sin embargo, hay un revés en cuanto que aparece la categoría de números, concepción que no se quiere reforzar con esta intervención. Por lo que se tienen que revisar las dos actividades en las que se hace un manejo de números y asegurarse que en el discurso que se propone, se destaque que las matemáticas no sólo son números.

Como ya se mencionó, esta pregunta resultó no dar mucha información sobre la percepción real que tienen de las matemáticas, y se sospecha fuertemente, aunque se tendrían que hacer más indagación en esta dirección, que los estudiantes repiten lo que han escuchado en su vida en repetidas ocasiones. Lo que podemos concluir, de esta breve exploración en cuanto al significado que le dan a la materia, es que la percepción y discurso de maestros y profesores probablemente se interioriza en los estudiantes, aunque ellos no sepan realmente por qué son importantes.

Para la primera iteración, se modificó la pregunta, buscando obtener información que fuera de mayor utilidad para los fines de esta investigación, y diera un punto de partida de que creen los estudiantes sobre la utilidad de la materia.

La nueva pregunta se redactó como: “Describe una situación donde estés haciendo matemáticas”, y se volvió a encontrar un error al utilizar *donde* en lugar de *en la cual*, pues la primera abre la posibilidad de que la respuesta sea un espacio geográfico más que una situación, que era lo que se quería.

Aquí se presentan las nubes de palabras de las respuestas abiertas de 25 estudiantes del cuestionario de entrada y salida: “Describe una situación donde estés haciendo matemáticas”.

Gráfica 4-2: ESTV B. Pregunta 1 - Entrada (izquierda) y Salida (derecha)

Después de procesar las respuestas, las siguientes categorías emergieron:

Pregunta 1 - Utilidad			
Entrada		Salida	
Realizar una compra	12	Realizar una compra	8
Clase de matemáticas	6	Clase de matemáticas	3
Música	1	Escuela	2
No sabe	1	No sabe	2
Realizar operaciones	1	Haciendo matemáticas	1
Relacionado con números	1	No contestó	1
Escuela	0	Otros	1
Haciendo matemáticas	0	Música	0
No contestó	0	Realizar operaciones	0
Otros	0	Relacionado con números	0

Tabla 4-2: ESTV B. Pregunta 1 – Utilidad

Dentro de este grupo, se puede interpretar a partir de sus respuestas que su percepción con respecto a la utilidad de las matemáticas es limitada a las transacciones monetarias o para su clase de matemáticas. En este rubro, se encuentra un área de oportunidad, que no se está explotando tal y cómo se encuentra la propuesta actual, pues no se modificó significativamente antes y después de la intervención. Un posible ajuste para la siguiente iteración es redireccionar el discurso de las actividades para enfatizar la utilidad/aplicación de la matemática en otros aspectos de la vida de los estudiantes y la sociedad en general. Y a largo plazo, se espera que al ampliar la visión que se tiene sobre el uso de esta materia en sus vidas, teniendo como consecuencia que se empiece a impactar de forma positiva en la aceptación de la matemática dentro del aula mexicana.

4.3.2 Aprendizaje

El segundo aspecto que se pensó fue conocer sobre lo que los estudiantes piensan sobre que se requiere para aprender y ser mejores en el quehacer matemático. Para ello, durante el piloto se realizaron las preguntas: en el cuestionario de entrada fue: “Para ser bueno en matemáticas hay que…” y en el cuestionario de salida fue: ¿Qué necesitas para ser mejor en hacer matemáticas? Esta pregunta se realizó a 15 estudiantes, por lo que no es representativo, pero da una noción de lo que pueden pensar en este contexto. Y durante la primera iteración, se realizó la misma pregunta, a 25 estudiantes, en los cuestionarios de entrada y salida: “¿Qué necesitas para ser bueno en hacer matemáticas?”.

Aquí se presentan las nubes de palabras de las respuestas abiertas:

Gráfica 4-3: ESTV A. Pregunta 2 - Entrada (izquierda) y Salida (derecha)

Gráfica 4-4: ESTV B. Pregunta 2 - Entrada (izquierda) y Salida (derecha)

Después de procesar las respuestas, las siguientes categorías emergieron:

Pregunta 2 - Aprendizaje			
Entrada		Salida	
Estudiar	7	Practicar	8
Aprender	3	Estudiar	5
Practicar	2	Recordar	1
Entender	1	Aprender	0
Poner atención	1	Entender	0
Repasar	1	Poner atención	0
Saber	1	Repasar	0
Tener inteligencia	1	Saber	0
Recordar	0	Tener inteligencia	0

Tabla 4-3: ESTV A. Pregunta 2. Aprendizaje

Pregunta 2 - Aprendizaje			
Entrada		Salida	
Estudiar	11	Estudiar	11
Aprender	3	Esfuerzo	2
Poner atención	3	Poner atención	2
Entender	2	Practicar	2
Repasar	2	Repasar	2
Esfuerzo	1	Apoyo	1
Interés	1	Aprender	1
Investigar	1	Pensar	1
No sabe	1	Entender	0
Participar en clase	1	Interés	0
Practicar	1	Investigar	0
Proponerselo	1	No sabe	0
Saber	1	Participar en clase	0
Apoyo	0	Proponerselo	0
Pensar	0	Saber	0

Tabla 4-4: ESTV B. Pregunta 2 – Aprendizaje

En ambos grupos, antes de la intervención, pensaban que lo que necesitaban para ser buenos en matemáticas era principalmente estudiar y aprender. Algo que destacó, es que, en cada uno de los grupos, sólo un estudiante hizo referencia a tener habilidad innata como inteligencia o saber. Lo cual nos indica que afortunadamente la tendencia en este aspecto es que los estudiantes creen que lo que se requiere para ser bueno en matemáticas es que, trabajando en ello, pueden mejorar, y que están conscientes que depende de ellos. En cuanto al cuestionario de salida, las respuestas sí mostraron una tendencia a agruparse principalmente en estudiar y practicar o poner esfuerzo en ello. Lo cual, nos indica que se mantuvo esta percepción que depende de cada uno, pero parece que se reforzó que hay que practicar en el primer grupo y estudiar y esfuerzo en el segundo. Ambas respuestas de los cuestionarios de salida son congruentes con el discurso que se manejó en las sesiones, donde una de las ideas principales que se busca transmitir es que, al enfrentarse a un problema, hay que ser perseverante y paciente.

En este aspecto, se interpreta que el discurso parece estar bien direccionado, al hacer énfasis en que, en el quehacer matemático, una de las características más importantes no rendirse y seguir intentando. Se tienen que realizar más iteraciones para poder reafirmar esto que se vislumbra con esta muestra.

4.3.3 Interés

El tercer aspecto que se pensó fue conocer sobre lo que los estudiantes piensan sobre su interés para estudiar matemáticas. Para ello, durante el piloto se realizaron las preguntas: en el cuestionario de entrada fue: “Mi motivación para hacer matemáticas es…” y en el cuestionario de salida fue: ¿Cuál es tu motivación para hacer matemáticas? Esta pregunta se realizó a 15 estudiantes, por lo que no es representativo, pero da una noción de lo que pueden pensar en este contexto. Y durante la primera iteración, se realizó la misma pregunta, a 25 estudiantes, en los cuestionarios de entrada y salida: “¿Cuál es tu motivación para hacer o estudiar matemáticas?”

Aquí se presentan las nubes de palabras de las respuestas abiertas:

Gráfica 4-5: ESTV A. Pregunta 3 - Entrada (izquierda) y Salida (derecha)

Gráfica 4-6: ESTV B. Pregunta 3 - Entrada (izquierda) y Salida (derecha)

Después de procesar las respuestas, las siguientes categorías emergieron:

Pregunta 3 - Interés			
Entrada		Salida	
Futuro	5	Futuro	2
No sabe	3	Ser mejor	2
Aprender	1	Aprender	1
Complejo	1	Entrenar	1
Confianza	1	Esforzarse	1
Desarrollar inteligencia	1	Estudiar	1
Estudiar	1	Felicidad	1
Entrenar	0	Nada	1
Esforzarse	0	Necesidad	1
Felicidad	0	Números	1
Nada	0	Practicar	1
Necesidad	0	Complejo	0
Números	0	Confianza	0
Practicar	0	Desarrollar inteligencia	0
Ser mejor	0	No sabe	0

Tabla 4-5: ESTV A. Pregunta 3. Interés

Pregunta 3 - Interés			
Entrada		Salida	
Calificación	4	Futuro	11
Enorgullecer a los padres	4	Recompensa	2
Evitar castigo	4	Enorgullecer a los padres	1
Futuro	3	Entender	1
Recompensa	3	No sabe	1
Obligación	2	Ser mejor	1
No sabe	1	Ver las matemáticas de forma diferente	1
Entender	0	Calificación	0
Ser mejor	0	Evitar castigo	0
Ver las matemáticas de forma diferente	0	Obligación	0

Tabla 4-6: ESTV B. Pregunta 3 – Interés

En esta pregunta, si hubo una diferencia entre los dos grupos a los que se les aplicó el cuestionario, se tendría que revisar con mayor profundidad el contexto donde se desenvuelven para saber las razones. Sin embargo, se pueden especular un camino por el cual los estudiantes pueden transitar en este aspecto.

Como punto de partida se toma el grupo B, donde en este grupo de estudiantes, este fue el indicador que más se modificó con la intervención. Antes de ésta, se nota una tendencia de una motivación extrínseca, la cual tenía que ver con evitar castigos, ganar recompensas, enorgullecer a sus padres o simplemente tener una buena calificación. Después de las sesiones, su motivación se modificó sustancialmente, a través del discurso que se manejó, lograron integrar que el saber matemáticas es importante para su futuro. El siguiente paso en este camino que se intuye, es que los estudiantes ya estén en este momento de que saben que es importante para su futuro, como pasó con el grupo A, donde antes de la intervención se nota una tendencia sobre que la motivación es con respecto a éste, desde acabar la secundaria, ir a la prepa, tener una carrera universitaria o tener un “buen trabajo”. Después de la intervención, los motivos para hacer matemáticas se diversificaron, lo cual se considera como una buena señal, pues los estudiantes ya no lo ven como un requisito para avanzar, sino como parte de su vida en el presente. Y no sólo eso, empiezan a aparecer respuestas que indican que su motivación es para ser mejor o ser feliz.

Por lo que se puede aventurar a crear una conjetura sobre la trayectoria, de tener una motivación meramente extrínseca, a que empiecen a ver que es una herramienta necesaria para avanzar en la educación y lo deseable es que interioricen el gusto por el quehacer matemático. En este camino, en ambos grupos se dieron pasos importantes en la dirección deseada, pues se dieron cuenta que parte de desarrollar estas habilidades matemáticas, es para su propio bien, y que lo necesitan para seguir avanzando en el sistema educativo, y mejor aún, para su desarrollo personal en el presente.

Tomando en cuenta el discurso de las actividades, donde se enfatiza el saber pensar y que pensar se siente bien, todo parece indicar que las actividades están yendo en una dirección que se desea que los estudiantes recorran, y a la larga, se mejore la aceptación de la matemática en las aulas.

Para futuros trabajos de investigación, se puede explorar esta conjetura, realizando investigaciones empíricas haciendo un acompañamiento a personas que son expuestas a este tipo de actividades matemáticas con este diseño, y confirmar o refutar si cambia su interés o motivación y cómo cambia.

4.3.4 Afectos

El cuarto y último aspecto que se pensó fue conocer sobre los afectos que los estudiantes tienen acerca de la matemática. Para ello, durante el piloto se realizaron las preguntas: en el cuestionario de entrada fue: “Cuando escucho la palabra matemáticas, siento…” y en el cuestionario de salida fue: ¿Qué sientes cuando escuchas la palabra matemáticas? Y durante la primera iteración, se realizó la misma pregunta en los cuestionarios de entrada y salida: “¿Qué sientes cuando escuchas la palabra matemáticas?”

Aquí se presentan las nubes de palabras de las respuestas abiertas:

Gráfica 4-7: ESTV A. Pregunta 4 - Entrada (izquierda) y Salida (derecha)

Gráfica 4-8: ESTV B. Pregunta 4 - Entrada (izquierda) y Salida (derecha)

Después de procesar las respuestas, las siguientes categorías emergieron:

Pregunta 4 - Afectos			
Entrada		Salida	
Felicidad	2	Felicidad	5
No sabe	2	Nerviosismo	5
Aburrimiento	1	Emoción	1
Bienestar	1	Enfado	1
Confusión	1	No contestó	1
Emoción	1	Sorpresa	1
Frustración	1	Tensión	1
Nada	1	Aburrimiento	0
Nerviosismo	1	Bienestar	0
Raro	1	Confusión	0
Enfado	0	Frustración	0
No contestó	0	Nada	0
Sorpresa	0	No sabe	0
Tensión	0	Raro	0

Tabla 4-7: ESTV A. Pregunta 4. Afectos

Pregunta 4 - Afectos			
Entrada		Salida	
Nerviosismo	5	Nerviosismo	5
Enojo	4	Felicidad	3
Estrés	3	Miedo	3
Aburrimient	3	Nada	3
Emoción	2	Frustración	2
Miedo	2	Bienestar	1
Felicidad	1	Emoción	1
Frustración	1	Estrés	1
Motivación	1	No contestó	1
Nada	1	Tensión	1
No sabe	1	Timidez	1
Bienestar	0	Enojo	0
No contestó	0	Aburrimient	0
Tensión	0	Motivación	0
Timidez	0	No sabe	0

Tabla 4-8: ESTV B. Pregunta 4 – Afectos

Lo primero que se notó es que los estudiantes no están acostumbrados a que se les pregunté por sus sentimientos, reflexionando al respecto, a partir de la experiencia de la autora, es congruente con que, en México, no hay una cultura y educación de manejo socio emocional. Por lo que es complejo pedirles a los estudiantes que reconozcan y comuniquen emociones y afectos.

Dado este punto de partida, se revisaron las respuestas de los estudiantes para empezar a darnos una burda idea de cómo se sienten con respecto a la palabra matemáticas.

Se notó que el grupo B fue ligeramente mejor para comunicar sus afectos, ya que en el grupo A, se obtuvieron respuestas en el cuestionario de entrada como: no sé y nada. Dejando estas respuestas de lado, en ambos grupos registramos afectos antes de la intervención que se esperaban: aburrimiento, confusión, frustración, nerviosismo, enojo, estrés y miedo. Y para nuestra grata sorpresa también hubo felicidad y emoción.

A partir de la teoría que se revisó, sabemos que los *afectos* como nerviosismo, confusión, estrés y frustración no necesariamente tienen una connotación negativa, pero se tienen que saber manejar para que la experiencia global de la actividad sea positiva.

En el cuestionario de salida, se reportaron más respuestas sobre sentir felicidad que el cuestionario de entrada en ambos grupos, lo cual nos indica que parece que las actividades que se proponen sí tienen potencial para lograr una mejor aceptación de la matemática dentro del salón de clases. En el segundo grupo, los dos afectos que desaparecieron fueron enojo y aburrimiento, que son justo los dos que no se quieren fomentar. Por otro lado, hubo un aumento en el nerviosismo, lo cual no es necesariamente negativo, pero se tienen que revisar investigaciones sobre la ansiedad matemática y como se puede manejar dentro del salón de clases, para que la experiencia de salida sea positiva.

A partir de la teoría de las estructuras afectivas (Goldin, 2007), las emociones son muy volátiles y lo que se busca es crear situaciones que generen afectos ”positivos”, que a la larga, si los estudiantes los experimentan constantemente, se podrá empezar a hablar sobre cambio de actitudes hacia el quehacer matemático. Estos resultados, aunque burdos, nos indican que la selección de actividades tiene el potencial de lograr una mejor aceptación matemática dentro del aula mexicana. Se tienen que hacer más investigaciones empíricas para saber si de verdad se está yendo en esta dirección, pero estos resultados son prometedores.

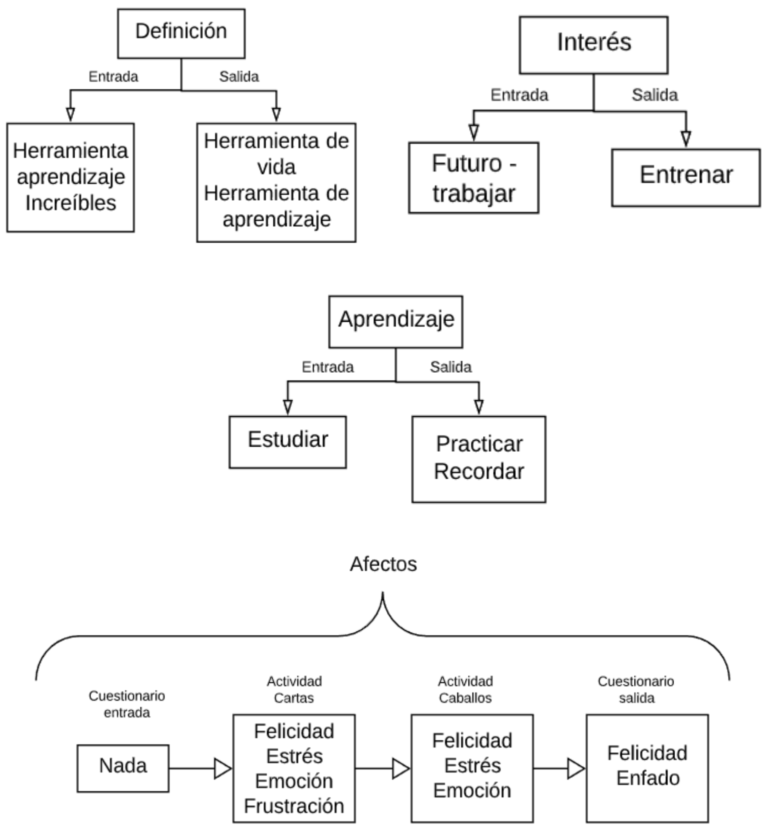


Figura 4-3: ESTV A. Individual V.1.4.M.11 - Caminos afectivos.

Esta estudiante llamó la atención por el recorrido que hizo en la parte afectiva. Ya que registró sentir nada con la palabra matemáticas. Luego de experimentar de primera mano retos matemáticos, donde experimentó frustración y estrés, pero también felicidad y emoción, terminó registrando en el cuestionario de salida que al escuchar la palabra matemáticas sentía felicidad y enfado.

Este tipo de caminos es de los que se quieren que experimenten los estudiantes, donde un grado de frustración es necesario para que la actividad realmente se considere un reto, y como se maneja o se trabaja, para que el desenlace sea una emoción y satisfacción de haber logrado superar el desafío. Esto es un ejemplo claro de que el modelo que proponen Nisbet y Williams(2009) sobre los ciclos enteramente positivos o negativos es un modelo muy limitado y que la realidad es más compleja, y se acerca más al modelo que plantea Goldin (2007) con los caminos afectivos.

4.4 Análisis de la actividad “Arreglo de 10 cartas”

Esta actividad consta de un rompecabezas de cartas, donde cada estudiante en este tipo de problemas, cada uno va a su ritmo, se puede ver la actividad a detalle en 3.1.2.1 Sentido numérico – Arreglo de 10 cartas.

A continuación, se realiza la evaluación del diseño a partir de la rúbrica que se trabajó, la cual se enfoca en tres aspectos: diseño didáctico, diseño afectivo y condiciones y restricciones:

4.4.1 Diseño didáctico

- *De lo concreto*

El modelo que se propone es la secuencia de fases por las que pasa una persona para la resolución de problemas, para esto, tendrá que desarrollar estrategias, seguir un plan y verificar su resultado. Se les enseña la solución deseada y los estudiantes tienen que encontrar un camino que tenga ese final.

El material que se eligió para esta actividad presenta un buen inicio para que los estudiantes empiecen a interesarse y manipular el modelo de forma adecuada.

AAF8 – Empiezan a realizar el reto enseguida, manipulando las tarjetas *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

BAF1 – Los estudiantes manipulan el material desde el primer momento *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

En el piloto se detectó que la demanda cognitiva del primer reto era muy elevada para una fracción importante del grupo.

AAD4 – Contenido: la complejidad de la primera versión del reto requiere que los estudiantes ya hayan entrenado su capacidad de concentración, paciencia y aprendizaje a partir del error. Las posibles estrategias, no fueron tan evidentes para algunos estudiantes. Una tercera parte de ellos no logró resolver el reto. Mientras que sólo uno llegó a intentar generalizar *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

AAE3 – Diseño: se tiene que revisar el grado de complejidad del reto, pues en las encuestas de salida, los participantes fue el segundo rubro peor evaluado de la actividad. Y se corroboró con la pregunta que fue lo que menos les gustó, pues cinco de doce indicaron que el reto o la dificultad. *(Encuesta, 10 de septiembre de 2019).*

Lo cual no permitía a los participantes tener un control suficiente sobre el modelo, cuya consecuencia fue que una tercera parte de los estudiantes no logrará llegar a una respuesta.

Para resolver esta situación, se optó por hacer una versión más simple del mismo reto. En lugar de hacerlo con 10 cartas, se propuso con 5 cartas, quedando el de 10 cartas como versión 2 de la actividad, sin embargo, se observó que, aunque esta nueva primera versión tuvo el nivel adecuado, la transición entre ambas versiones no es suave.

BAD2 – Se bajó la demanda cognitiva del primer reto, pero aún el salto entre el primer y segundo reto es muy grande, se tiene que trabajar para suavizar la transición *(Observación, 11 de octubre de 2019.)*

BAE3 – Para esta iteración, el desafío estuvo mejor evaluado por los asistentes, y en la pregunta donde informan lo que no les gustó, se reportan menos respuestas que tienen que ver sobre la complejidad del reto. Más aún, éstas empiezan a aparecer del lado donde se reporta lo que sí les gustó. *(Encuesta, 11 de octubre de 2019.)*

La actividad cumple sólo en parte el principio de lo concreto, al proponer un reto claro. En ambas iteraciones, los estudiantes no pudieron esperar a empezar a manipular el material.

Se tiene que seguir trabajando para hacer la transición más suave de la secuencia, y que un rango mayor de estudiantes pueda construir, modificar y extender el modelo que se propone. Al lograr esto, también impactará de forma directa el principio de participación/agencia y el camino afectivo que recorrerá cada estudiante.

En este aspecto, se queda pendiente para la siguiente iteración seguir suavizando las transiciones entre las versiones del reto, de forma que los estudiantes sean capaces de lograr tener una mejor interacción con el modelo.

- De la necesidad (intelectual)

Se busca que la actividad genere un interés intrínseco en los estudiantes, por lo que se eligió un reto que a primera vista pareciera mágico y que invite a intentar reproducir el modelo propuesto. Se logró observar emoción por el material físico y por el reto.

AAF3 – Se presentan exclamaciones de sorpresa y asombro al ver el reto *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

AAF7 – Muestran emoción al ver las cartas de póker *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

Una vez que los estudiantes entienden el problema, quedan cautivos, como se logró observar en la iteración uno.

BAF3 – Los estudiantes que quedaron cautivos, trabajaron, fracasaron y fracasaron sin darse por vencidos, y cuando triunfaron, se observó mucha felicidad y emoción en sus rostros. Esto es lo que se querría lograr en todos los estudiantes, aún se tiene que ajustar la demanda cognitiva de los primeros retos *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

Pero de la misma forma, si el mediador no es capaz de lograr que los estudiantes entiendan el problema, los estudiantes no muestran esta necesidad intelectual de querer resolverlo.

BAF2 – Al parecer, la mediadora no fue capaz de lograr que todos entendieran el reto propuesto durante su primer recorrido, lo que originó que no todos quedarán enganchados en la actividad, y hubo estudiantes muy dispersos *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

Si se logra despertar esta necesidad intelectual en los estudiantes, se observa que la actividad tiene el potencial de mantener el interés por este tipo de retos más allá de la sesión dentro del aula.

BAF6 – Tres estudiantes no salen a receso por esperar retroalimentación de la mediadora, y pedir más retos. Este es un indicio de que puede mantenerse el interés a largo plazo *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

BAI4 – El recorrido que la mediadora realizó para saber si todos entendieron, aunque fue sistemático y ordenado, no fue suficiente sólo preguntarles si habían entendido, pues conforme se fue desarrollando la actividad, estudiantes que habían asegurado entender, cuando se les pidió que explicaran el reto, no fueron capaces. Por lo que se puede concluir que las características para que el monitoreo (Stein et al., 2008b) sea exitoso, se requiere que sea sistemático y ordenado. Esto es necesario, pero no suficiente para que la actividad sea exitosa. Se tiene que agregar una forma de saber que de verdad entendieron sin tener que preguntar uno a uno *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

La actividad si provee de este impulso inicial, que logra que la mayoría de los estudiantes se muestren curiosos y quieran saber cómo se hace. Sin embargo, como en muchos problemas, lo que se piensa se entendió a primera vista, una vez que el participante se enfrenta directamente al reto, se da cuenta que no lo entendió por completo. Para no perder esta necesidad intelectual que se logra al inicio, se tienen que trabajar dos cosas para la siguiente iteración:

- Mejorar las preguntas de monitoreo durante el primer recorrido ordenado y sistemático del mediador, para asegurarse que en verdad están entendiendo el problema.
- Lograr mantener esta necesidad intelectual durante toda la sesión, está íntimamente ligada con el principio de lo concreto y el principio de la participación/agencia, lograr suavizar la demanda cognitiva entre cada versión del reto, se conjetura que reforzará esta necesidad.

Esta actividad, cumple parcialmente el principio de la necesidad (intelectual), pero se tiene que trabajar para que impacte en un número mayor de estudiantes y se logré mantener, al menos durante la sesión.

- *De la estructura matemática*

En esta actividad no es claro cuáles ideas fundamentales subyacen, dado que lo que se persigue es impactar en el dominio afectivo, no se le dio la prioridad al cognitivo. Sin embargo, lo que quiere trabajar son las diferentes estrategias de resolución de problemas basadas en el método de Polya, donde sí podemos encontrar patrones y regularidades que surgen en la implementación de esta actividad:

AAI3 – La primera estrategia en emerger es la de prueba y error *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

AAI4 – La segunda estrategia en emerger es resolver un caso más simple (del 1 al 5) *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

A partir de estas respuestas, se va formando el repositorio para la guía del docente, lo cual fortalece la anticipación (Stein et al., 2008b) de los posibles escenarios que se puedan presentar en cada sesión, lo cual permite guiar de la mejor forma posible a los estudiantes para lograr resolver el reto. También aporta a que los estudiantes vayan conociendo y adaptando esta metodología de trabajo, que más que buscar un aprendizaje matemático bien delimitado, se enfoca a que sean conscientes de su proceso de pensar, reflexionen sobre sus decisiones para llegar a la solución deseada, y tengan espacios donde puedan aprender del error.

Se tiene presente que no se tiene muy claro el proceso cognitivo por el que están pasando los estudiantes en esta actividad:

BAI6 – No es evidente el proceso de pensamiento de los estudiantes *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

Para poder mejorar este aspecto, será necesario diseñar un instrumento que nos permita observar este proceso, y ver cuales estructuras matemáticas emergen del trabajo en campo, para así poder darle una dirección mucho más delimitada en cuando al aspecto cognitivo de la actividad. Para los objetivos de esta investigación, esta actividad cumple de manera aceptable el principio de estructura matemática.

- *De la autoevaluación*

En un principio, se pensó que esta actividad no cumplía con este principio, pues se observó que la necesidad de retroalimentación inmediata que necesitaban los estudiantes y la capacidad del mediador de darla no era de la misma magnitud, y al no recibirla, los estudiantes se empezaron a frustrar:

AAF11 – Cuando los estudiantes empiezan a avanzar en su solución, se emocionan y quieren retroalimentación inmediata, entre más estudiantes sean, más difícil será cubrir esta necesidad *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

AAF12 – Al no recibir retroalimentación, los estudiantes se empiezan a frustrar y empiezan a pedir salir a los sanitarios *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

Para afrontar esto, se intentó lo siguiente durante la iteración uno:

BAD4 – Dado a lo observado en el piloto, en esta sesión se optó por trabajo colaborativo, pero no es claro que funcionó mejor. En esta ocasión se cambiaron dos variables: de trabajo individual a colaborativo y de 14 a 24 estudiantes, Se sugiere hacer más iteraciones con 25 o más estudiantes, con trabajo individual, colaborativo y mixto (es decir una parte que sea trabajo individual y otra parte colaborativa) *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

El aumento en el número de participantes cambió la dinámica sustancialmente. Sin embargo, la actividad cumple el principio de autoevaluación, pues el mismo reto indica a los estudiantes si su propuesta está o no funcionando. Pero entonces surge la pregunta: ¿por qué requieren de esta retroalimentación inmediata si el desafío la provee? Una posible respuesta es que se intuye una fuerte relación entre autoevaluación y la estructura afectiva que tiene que ver con la confianza de las habilidades o competencias matemáticas de los estudiantes. Al ser una propuesta de trabajo que está completamente centrada en los estudiantes, y al no estar acostumbrados a este tipo de dinámicas, al principio que se empiece a trabajar con esta metodología, se requerirá dar hasta cierto punto la retroalimentación que demandan, pero al mismo tiempo, empezar a propiciar que empiecen a confiar en sus propuestas y desarrollar esta confianza matemática, de la cual se hablará a mayor profundidad en la siguiente sección en el diseño afectivo.

- Del espacio creado para el juego

En una primera impresión, parece que los estudiantes entienden fácilmente el reto, pues se obtuvieron reacciones como las siguientes:

AAF4 – Cuando [la mediadora] se intenta explicar el reto por tercera vez de manera general, los estudiantes se notan desesperados y ya quieren empezar *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

Pero la realidad es que una vez que lo intentan, se dan cuenta que no entendieron bien, por lo que es una parte que depende mucho del mediador lograr que la mayoría participe activamente. En el piloto se observó:

AAI5 – La mediadora empieza un recorrido desorganizado y antes de asegurarse de que todos hayan entendido el problema, empieza a escuchar estrategias *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

A partir de esto, se decidió, hacer recorridos sistemáticos y ordenados, donde el primer recorrido iba tener el único objetivo de asegurarse que todos entendieran. Se pensó que con preguntar a los estudiantes: ¿tienes alguna duda con entender el problema? ¿entendiste el problema?, sería suficiente, pero se observó lo siguiente:

BAI4 – El recorrido que la mediadora realizó para saber si todos entendieron, aunque fue sistemático y ordenado, no fue suficiente con solo preguntarles si habían entendido, pues conforme se fue desarrollando la actividad, estudiantes que habían asegurado entender, cuando se les pidió que explicaran el reto, no fueron capaces. Por lo que se puede concluir que las características para que el monitoreo (Stein et al., 2008b) sea exitoso, se requiere que sea sistemático y ordenado. Esto es necesario, pero no suficiente para que la actividad sea exitosa. Se tiene que agregar una forma de saber que de verdad entendieron sin tener que preguntar uno a uno. *(Observación, 11 de octubre de 2019)*

No es algo que pasa con todos los estudiantes, pero con suficientes para que se tenga que ajustar. Por otro lado, algo que funcionó muy bien fueron los espacios de retroalimentación que se lograron, aunque no fueron suficientes:

AAI8 – La mediadora escucha cada una de las estrategias y los invita a reflexionar sobre su estrategia de solución *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

El principio se cumple parcialmente, se tiene que hacer ajustes en las indicaciones iniciales para aumentar el porcentaje de estudiantes que logran entender el problema inicialmente, y mejorar las oportunidades para revisar sus procesos de resolución, que va íntimamente ligado con su capacidad de autoevaluación.

- De la participación/agencia

En busca de que cada uno de los estudiantes puedan participar, como discutimos en el principio de lo concreto y de la necesidad, la demanda cognitiva de la versión uno del reto quedó alta para una fracción importante de los estudiantes. Para la primera iteración se hizo un ajuste, donde la primera versión quedó accesible para todos los estudiantes que participaron en esta sesión, pero se tiene que seguir trabajando en suavizar la transición con respecto a la demanda cognitiva entre la versión uno y dos.

Una de las riquezas de este reto, se basa en que para empezar a intentar resolverlo no es necesario tener conocimientos complejos de matemáticas, solo es necesario saber contar del 1 al 10 y poder manipular las cartas. De las primeras estrategias que emergieron naturalmente fueron: prueba y error y resolver un caso más simple, como revisamos en el principio de la estructura matemática.

En la primera iteración, se tuvo la participación de un estudiante con una discapacidad cognitiva, y se trabajó de la siguiente forma:

BAD3 – Con el estudiante con discapacidad cognitiva, se le guió deliberadamente con la estrategia uno [que se propone en la guía para el docente], no se sabe si es una buena decisión desde el punto de vista pedagógico o es mejor pensar en otras estrategias para que la actividad sea accesible para un rango más amplio de estudiantes. *(Observación, 11 de octubre de 2019)*

Se logró ajustar la actividad a las necesidades de este estudiante, sin embargo, se debe hacer una revisión sobre las incertidumbres que surgieron a partir de este suceso. Pero, se logró observar que la actividad es en primera instancia flexible para adaptarse.

La actividad cumplió este principio al menos en las dos iteraciones realizadas.

4.4.2 Diseño afectivo

Este trabajo quiere lograr impactar en el dominio afectivo de tal forma que se logre propiciar afectos conducentes a una mejor aceptación de la matemática en los estudiantes mexicanos de primero de secundaria. Se ha decidido enfocar los resultados en las tres estructuras esenciales que propone Goldin (2004).

- Integridad matemática

Durante las dos sesiones de la actividad, los estudiantes mostraron interés y con ganas de descubrir cómo es que este reto en particular funciona. Mucho de esto se debe al trabajo de monitoreo del guía o el docente:

AAI7 – La mediadora, empieza a dar pistas para que los estudiantes avancen:

  - ¿Por qué no lo haces sólo con 3 cartas y luego con 5?
  - Induce a la estrategia de intercambiar cartas
  - ¿Llevas un registro de lo que has hecho?
  - ¿Te vas a acordar del orden o mejor lo anotas?

  (Observación, 10 de septiembre de 2019)

En la segunda sesión, se logró observar lo siguiente:

BAF5 – En el cierre, cuando se revisaron las estrategias, los estudiantes estuvieron interesados y participativos *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

BAF6 – Tres estudiantes no salen a receso por esperar retroalimentación de la mediadora, y pedir más retos. Este es un indicio de que puede mantenerse el interés a largo plazo *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

Lo cual nos indica, que esta actividad logra impactar en la integridad matemática de algunos estudiantes. Al querer buscar cómo es que funciona la solución y en particular, los tres estudiantes que no salieron al receso empezaron a querer saber más sobre este tipo de problemas. Si retomamos el principio de lo concreto, ellos tres si logran llegar a modificar y extender el modelo que se les presentó. Sería ideal que un porcentaje mayor de estudiantes llegara a querer generalizar, pero es complejo lograrlo en 90 minutos.

- Identidad matemática propia

En cuanto a cómo se perciben, se ve de forma global en la sección 2.2, donde se lleva a cabo el análisis de la percepción de la matemática, pero si se revisan sólo los datos que se recolectaron durante esta actividad. Como se esperaba, al inicio se observó lo siguiente:

AAF1 – Se mostraron bastante tímidos al principio *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

Pero conforme se va desarrollando la actividad, empiezan a interactuar más con el reto, se nota que van tomando confianza en su quehacer matemático:

AAF6 – Muestran interés en el problema y empiezan a reformularlo en sus propias palabras *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

AAF10 – Los estudiantes ríen y trabajan, empiezan a comparar resultados y estrategias *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

BAI7 – En el cierre, varios estudiantes querían compartir su estrategia, pero el tiempo no fue suficiente. La discusión estuvo centrada en la mediadora y no en los estudiantes. *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

BAF3 – Los estudiantes que quedaron cautivos, trabajaron, fracasaron y fracasaron sin darse por vencidos, y cuando triunfaron, se observó mucha felicidad y emoción en sus rostros. Esto es lo que se querría lograr en todos los estudiantes, aún se tiene que ajustar la complejidad de los primeros retos. *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

En congruencia con los afectos que se buscan despertar con esta actividad, se puede ver que, si tiene el potencial de lograr empezar a desarrollar o fortalecer una confianza matemática a través de actividades lúdicas, eso se corrobora con la información que se recolectó en la encuesta al finalizar la actividad con los dos grupos:

AAE5 – Afectos: Se registraron emociones que se buscan despertar en este taller, y en cuanto a este sentido, la parte socio emocional, parece que se está yendo en la dirección que se quería, pues los estudiantes reportaron sentir: felicidad, emoción, sorpresa, estrés, frustración y curiosidad. *(Encuesta, 10 de septiembre de 2019).*

BAE5 – Afectos: al igual que en el piloto, se registraron emociones que se busca despertar en los estudiantes, tales como: emoción, felicidad, bienestar, bonito; mientras que emergen otras que nos indican que, en efecto, la actividad fue un reto para ellos, pero que estas emociones se tienen que manejar de forma adecuada: desesperación, estrés, nerviosismo; y se reporta una que no se quiere despertar y con la que se debe tener sensibilidad suficiente para aprender a regular: furia. *(Encuesta, 11 de octubre de 2019).*

Como se informó en la sección anterior 4.4.1 Diseño didáctico, para lograr manejar de una mejor forma las emociones clave que nos indican que la actividad en verdad está siendo un reto, pero que la experiencia termine siendo positiva para los estudiantes, la desesperación, estrés, nerviosismo, frustración se tienen que ir regulando tanto graduando mejor la complejidad del reto, haciendo transiciones más suaves, como lograr invitarlos a cada vez ser más autónomos y usar los principios de autoevaluación que se busca que cada una de las actividades tenga.

De este análisis, podemos concluir que la actividad si tiene el potencial de impactar en la identidad matemática de los estudiantes, pero será un proceso a mediano y largo plazo, para que realmente sea significativo.

- Intimidad matemática

En esta estructura, que tiene que ver directamente con la relación socio emocional que se está llevando a cabo entre los estudiantes y las matemáticas a través de su participación en la actividad. Para lograr empezar a cambiar percepciones y mejorar la aceptación de la matemática, se debe tener mucho cuidado en cómo se maneja la frustración dentro de la actividad. En el piloto se observó lo siguiente:

AAF9 – Se quedan en silencio y trabajando *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

Lo cual indica que, en esta sesión, se logró que los estudiantes tuvieran un momento donde todos quedaron absortos en la actividad, pensando e intentando resolver, es decir haciendo matemáticas. Que es justo lo que se busca.

Mientras que, en la primera iteración, con esta actividad no se logró el mismo fenómeno:

BAI3 – En comparación con la actividad de rectángulos, no hubo momentos de silencio grupal, aquí el comportamiento del grupo fue diverso, los había totalmente abstraídos en el reto y los había sin ningún interés, por lo que se tienen que pensar en ajustes necesarios para captar el interés *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

Pero se considera que, si se sigue trabajando con esta dinámica, los estudiantes pueden empezar a entrenar su capacidad de concentración, pues también se observó que es una habilidad que se tiene que estar desarrollando o entrenando constantemente:

BAF4 – Algunos estudiantes se empiezan a quejar de que ya les duele la cabeza, esto muestra que no están acostumbrados a estar concentrados pensando por más de 20 o 30 minutos. Quizás esta actividad necesita actividades menos complejas para empezar a entrenarlos en concentrarse y pensar *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

Este tipo de reacciones, solo se observaron en esta actividad, cuya demanda cognitiva si es considerablemente mayor a las otras dos actividades que se implementaron.

Por otro lado, los estudiantes que se lograron enganchar no descansaron hasta lograr resolver el reto, y mostraron un umbral a la frustración bastante alto.

BAF3 – En cambio, los estudiantes que quedaron cautivos, trabajaron, fracasaron y fracasaron sin darse por vencidos, y cuando triunfaron, se observó mucha felicidad y emoción en sus rostros. Esto es lo que se querría lograr en todos los estudiantes, aún se tiene que ajustar la complejidad de los primeros retos *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

Es natural este tipo de situaciones, porque tenemos un grupo diverso, y hay que buscar más retos que logren enganchar de esta manera a la mayor parte de los estudiantes. Esta actividad puede impactar en esta estructura, pero se tiene que trabajar de forma gradual y sistemática para que más estudiantes desarrollen un buen manejo de frustración, aumenten su paciencia y perseverancia, de forma que la experiencia resulte positiva. Y a largo plazo, exista una mejor aceptación de la matemática dentro del salón de clases.

4.4.3 Condiciones y restricciones

Esta sección de la evaluación se enfoca en los alcances y limitaciones de cada una de las actividades.

- Replicabilidad

Material. La sugerencia es usar cartas de baraja inglesa, pues en muchas de las ocasiones, este factor impacta directamente en el interés de los estudiantes, por la asociación que se tiene con el juego y el azar, pero en realidad se pueden construir con cartón o cartoncillo y lápiz o plumones. Se espera que, en cualquier contexto, las escuelas cuenten con este material.

Costo. Si se compran las barajas, cada una alcanza para 4 estudiantes, el costo dependerá del número de estudiantes. Pero si no se tiene presupuesto, se construye el material y el costo es mínimo.

Tecnología. La actividad no depende de recursos tecnológicos, por lo que, con respecto a esto, es accesible a todos los contextos.

Grupos numerosos. Este punto se tiene que trabajar más, para que los estudiantes sean capaces de autoevaluarse, y sean más independientes en sus procesos de resolución de problemas, como se vio en el principio de Autoevaluación.

Capacidad de adaptación a diferentes niveles de conocimiento. Como se vio en el principio de participación/agencia, esta actividad logra adaptarse a diferentes situaciones. Sin embargo, aún se tiene que trabajar en suavizar los cambios en cuanto a la demanda cognitiva de una versión a otra.

- Capacidad de generalización

Guía de trabajo para el docente. Después del trabajo de campo, se hicieron ajustes para la guía del docente con lo observado. No se ha hecho un piloto con docentes, pero en teoría está escrita para que cualquiera que esté interesado, pueda replicar las actividades, sin tener una especialización en matemáticas.

Recursos digitales. Aun no se cuenta con recursos digitales, por ahora el único apoyo que se brinda es por medio del correo electrónico y la página en la red social Facebook “Telesecundarias México – Recursos, discusión y apoyo”

- Utilidad

Esta actividad tiene como propósito lograr impactar en el dominio afectivo de los estudiantes de forma que se tenga una mejor aceptación de la matemática dentro del salón de clases. Lo que se intentó en estas sesiones fueron:

- AAP3 – La pregunta *¿qué son las matemáticas?* fue muy difícil *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*
- AAP4 – El mediador, habla sobre el método de Polya para la resolución de problemas, pero no estuvo bien integrado al discurso, hay que reformular *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*
- AAP5 – Significado: se resalta que una manera como se pueden concebir las matemáticas es como la resolución de problemas *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*
- AAP6 – Utilidad. El mediador hace énfasis en que las matemáticas son herramientas para la resolución de problemas *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*
- AAP7 – Utilidad. El mediador, a través de un ejemplo, intenta conectar la utilidad de las matemáticas, en particular el saber clasificar, con la cotidianidad de los estudiantes, con el problema de organizar su cuarto *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*
- AAP8 – Afectos. La mediadora en el cierre hace énfasis en que reflexionen sobre lo que sintieron cuando avanzaban o resolvieron el problema *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*
- BAP1 – Aprendizaje. La mediadora habló sobre que pensar, es una cuestión de entrenamiento, por ende, el hacer matemáticas también. *(Observación, 11 de octubre de 2019).*
- BAP2 – Aprendizaje. En el cierre, también se habló sobre el hecho que entre más problemas resuelvas, tendrás más estrategias para futuros problemas *(Observación, 11 de octubre de 2019).*
- BAP3 – Significado. En el cierre, la mediadora enfatizó el hecho de que estuvieron pensando durante gran parte de la sesión, es normal que les haya dolido la cabeza, pues es como si estuvieran entrenando un músculo. Aquí se podría hablar de neuro plasticidad *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

- BAP4 – Significado. Una fuerte componente de "hacer matemáticas" es resolver problemas, con los conocimientos que posean y con las estrategias que se les ocurran a partir de su experiencia o inventar nuevas, cada uno puede hacer su propio camino a la solución y está perfecto *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

Parece que la dirección natural que emerge en esta actividad es hablar sobre la relación entre matemáticas y la resolución de problemas, el hecho que para ser bueno en matemáticas es cuestión de entrenamiento e indagar sobre los afectos, antes, durante y después de experimentar de primera mano el quehacer matemático. Para la siguiente iteración, se puede integrar mejor el discurso, y dar ejemplos concretos que vayan en esta dirección, pero que al mismo tiempo tengan una relación estrecha con la actividad.

Esta actividad fue la de mayor demanda cognitiva de las tres que se propusieron, y aunque no se logró que todos los estudiantes se quedaran inmersos, la fracción que lo hizo se pudo observar que estaban experimentando esta sensación de frustración, curiosidad, emoción, felicidad, cansancio, enojo, perseverancia que una persona experimenta cuando está resolviendo un problema. Queda pendiente seguir trabajando en las transiciones para lograr un mayor éxito con los estudiantes.

- Andamiaje instruccional

Esta condición tiene más importancia de lo que se creyó antes del trabajo de campo, pues juega un papel fundamental para que la actividad sea o no exitosa. Al querer que sea una actividad centrada en el estudiante, se tiene que trabajar una metodología de trabajo diferente a un modelo tradicionalista o de corte expositivo, lo cual puede ser complejo, incluso para las personas que se dedican a impartir actividades de este tipo. Las características generales se revisan a detalle en la sección del Análisis global de la intervención (4.7), pero a continuación se revisa lo que emergió y requiere ajuste para esta actividad en particular.

Dentro de lo que se observó en las dos sesiones, las recomendaciones que emergieron para incorporar en la guía para el docente son:

Introducción

En el piloto, se observó lo siguiente:

AAI2 – Es suficiente con explicar el reto 2 veces *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

AAF2 – La introducción duró demasiado, por lo que los estudiantes se notaron aburridos, ansiosos y con ganas de ya pasar a la actividad *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

Por lo cual se tomaron medidas con respecto a la duración de la introducción, quitando la indagación sobre la percepción y los afectos de los estudiantes sobre la matemática, y el reto sólo se explicó dos veces. Durante la primera iteración, con estos cambios adoptados, se observó:

BAF2 – Al parecer, la mediadora no fue capaz de lograr que todos entendieran durante su primer recorrido, lo que originó que no todos quedarán enganchados en la actividad, y hubo estudiantes muy dispersos. *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

Ajustes que se tienen que hacer para la siguiente iteración:

- Se tiene que recuperar la indagación inicial, para que el docente vaya llevando un registro sobre si la percepción y los afectos de los estudiantes van cambiando y cómo, pero manteniendo esta indagación corta.
- A pesar de que, en el piloto, se observó que con dos veces de explicación era suficiente, al implementarlo en un grupo considerablemente más grande, la dinámica se modificó. El tiempo entre dos momentos de retroalimentación al mismo estudiante crecen proporcionalmente al número de estudiantes en el grupo, se optó por el trabajo colaborativo, pero se siguió implementando retroalimentación individual y descuidada. Pues para saber si un estudiante entendía, la mediadora creyó suficiente preguntar uno a uno y no lo fue. Para esto, se tiene que aprovechar mejor que sea un trabajo colaborativo y que las preguntas de monitoreo se modifiquen en esta dirección. Por ejemplo, por equipo, van a explicar en sus

propias palabras en que consiste el reto, y escribirle la solución a su abuelita.

Anticipación

En cuanto a las estrategias que se anticiparon, estás resultaron suficientes:

AAI3 – La primera estrategia en emerger es la de prueba y error *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

AAI4 – La segunda estrategia que surge es resolver un caso más simple (del 1 al 5) *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

La guía contiene 4 estrategias, de las cuales, durante estas dos sesiones emergieron 3 de ellas o una mezcla de éstas. Por lo que, por ahora, esta sección en la guía no necesita ajuste.

Monitoreo

En general, en las tres actividades, esta es la parte crucial de la actividad, pues del monitoreo depende ganar/mantener el interés y la participación de la mayor cantidad de estudiantes.

AAE4 – Un punto a destacar en esta sesión, es que tres estudiantes reportaron que lo que más les gustó fue la atención recibida. Independientemente del contenido o la dinámica que se propuso *(Encuesta, 10 de septiembre de 2019).*

Este aspecto, aunque se tenía pensado, antes del trabajo de campo, no se había comprendido hasta qué punto es esencial para el éxito. Se observaron dos aspectos centrales en esta práctica: los recorridos y las preguntas de monitoreo, a continuación, se revisa a detalle lo que se observó.

Los recorridos

En el piloto, no se tenía tan presente esta práctica, por lo que se observó lo siguiente:

AAI5 – La mediadora empieza un recorrido desorganizado y antes de asegurarse de que todos hayan entendido el problema, empieza a escuchar estrategias *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

Como sólo se trabajó con 14 estudiantes, no hubo consecuencias graves, pero fue claro para la investigadora que esto podría evolucionar en un problema cuando se cambiará a un grupo numeroso, se intentó anticipar y se propuso solucionarlo, volviendo la actividad colaborativa. Una vez que se realizaron los ajustes necesarios, se observó:

BAI2 – Se trabajó por equipos, pero no resultó como se esperaba, se deduce que puede ser por varios factores: el monitoreo no fue adecuado, la demanda cognitiva del reto es alta, el número de integrantes por equipo no fue óptimo, era viernes y los estudiantes se observaron cansados. *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

Se cree que la actividad no funcionó por el monitoreo, pues:

BAI4 – El recorrido que la mediadora realizó para saber si todos entendieron, aunque fue sistemático y ordenado, no fue suficiente con sólo preguntarles si habían entendido, pues conforme se fue desarrollando la actividad, estudiantes que habían asegurado entender, cuando se les pidió que explicaran el reto, no fueron capaces. Por lo que se puede concluir que las características para que el monitoreo (Stein et al., 2008b) sea exitoso, se requiere que sea sistemático y ordenado. Esto es necesario, pero no suficiente para que la actividad sea exitosa. Se tiene que agregar una forma de saber que de verdad entendieron sin tener que preguntar uno a uno.

Y se intuye lo siguiente:

BAI5 – Se tienen que hacer al menos 3 recorridos, uno para cerciorarse que entendieron el problema, otro para escuchar estrategias, otro para escuchar soluciones, seleccionarlas y secuenciarlas. *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

Ajustes que se tienen que hacer para la siguiente iteración:

- Se tiene que hacer consiente el propósito del monitoreo y el objetivo de cada uno de los recorridos. La propuesta es hacer tres recorridos ordenados y sistemáticos. Donde hay que elegir un orden de tal forma de tener un momento con cada uno de los equipos a lo largo de cada uno de los recorridos, sin saltos de uno a otro y dando retroalimentación a todos los equipos.

- En caso de tener un grupo numeroso, se recomienda explicar esta manera de trabajar, donde ellos tienen que resolver sus dudas en equipo, y esperar a que sea su turno con el mediador, esto también ayuda a desarrollar su confianza matemática y autonomía.
- El primer recorrido, su objetivo ideal es que todos los estudiantes hayan entendido el reto. Ingenuamente, durante la primera iteración, se creyó suficientes preguntas uno a uno si habían entendido. Pues escuchar la reformulación en palabras propias de cada uno de los 24 estudiantes iba a ser poco práctico. Como se vio en la parte de la introducción, se tiene que aprovechar que están en equipo.
- El segundo recorrido, su objetivo ideal es para escuchar las estrategias que los estudiantes están trabajando, para ello será tener buenas preguntas de monitoreo, que veremos un poco más adelante. Y este recorrido nos permitirá iniciar la parte de secuenciación (Stein et al., 2008b).
- El tercer recorrido, permite escuchar hasta donde llegaron los estudiantes, cuales estrategias desarrollaron, terminar la parte de secuenciación y prepararse para la discusión y la práctica de conexión.

Las preguntas

La guía para el docente, cada actividad tiene una sección que se llama, preguntas de monitoreo, por lo que cada iteración nos ayuda a ajustar, modificar o eliminar preguntas que ayuden al estudiante a reflexionar sobre su proceso de resolución de problemas, mantener el interés y manejar la frustración. Durante estas dos sesiones, se observó lo siguiente:

AAI6 – La mediadora realiza el monitoreo uno a uno:

- ¿Cómo vas?
- ¿Tienes algún problema para entender el reto?
- ¿Se entendió el problema?
- ¿Me puedes decir lo que se tiene que hacer?

- ¿Por qué las acomodaste así?
- ¿Por qué crees que funciona?
- ¿Te salió a la primera? ¿Cómo fuiste haciendo los cambios? *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

AAI8 – La mediadora escucha cada una de las estrategias y los invita a reflexionar sobre su estrategia de solución *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

Hasta aquí, la mediadora no influye en ninguna forma en los procesos de los estudiantes. Y cumple con el objetivo de las preguntas de monitoreo, sin embargo, un poco más adelante del taller, se tuvo registro de lo siguiente:

AAI7 – La mediadora, empieza a dar pistas para que los estudiantes avancen:

- ¿Por qué no lo haces sólo con 3 cartas y luego con 5?
- Induce a la estrategia de intercambiar cartas
- ¿Llevas un registro de lo que has hecho?
- ¿Te vas a acordar del orden o mejor lo anotas? *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

Al momento de ver que el tiempo está transcurriendo y hay estudiantes que no van a la velocidad suficiente para acabar el reto antes del tiempo de la sesión, la mediadora empieza a influir en las estrategias o sugerir las estrategias. De aquí emerge una pregunta que ha estado latente en esta investigación desde que se realizó el trabajo de campo: ¿Es mejor que el estudiante dé respuesta al desafío, aunque sea inducido o es mejor que llegue hasta donde pueda, pero sin influencia del mediador? ¿Qué será mejor para su confianza matemática y su identidad propia matemática (Goldin, 2007)? Y hasta ahora, aún no podemos contestarnos, se tiene que hacer una revisión teórica sobre estos aspectos e iteraciones donde “sólo” se mueva esa variable, para ver si hay algún cambio significativo en estas dos dimensiones.

Discusión

Idealmente, al final de cada actividad hay una discusión de exponer las diferentes estrategias que emergieron y hablar sobre cómo se relacionan entre ellas. Esta parte sólo se logró llegar en el piloto, donde se observó:

AAI9 – Los estudiantes no están acostumbrados a esta forma de trabajo, por lo que ninguno quiere pasar al frente y exponer sus ideas *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

En un principio, sin revisar el material de vídeo, se pensó que había sido falta de tiempo, pero en realidad fue que los estudiantes no querían pasar a exponer sus estrategias, lo cual puede indicar varias cosas: poca confianza en su habilidad para comunicar, poca confianza matemática con su solución, no estar acostumbrado a esta metodología de trabajo, miedo a equivocarse, la pubertad. Pero sería irresponsable dar una interpretación sin más información, pues para lograr entender mejor las complejas relaciones sociales/afectivas grupal e individual, se tendría que dedicar una investigación aparte, donde se pueda indagar a mayor profundidad cómo es que están interaccionando. Por ahora, sólo se puede decir que estos afectos existen, que fueron observados y que queda como una línea de investigación que se puede perseguir propiciando este tipo de escenarios.

Cierre

Por último, está el cierre de cada una de las actividades. Que al menos para esta guía, se tiene que enfocar en la percepción de la matemática. En la iteración uno, se tuvo la siguiente situación:

BAI7 – En el cierre, varios estudiantes querían compartir su estrategia, pero el tiempo no fue suficiente. La discusión estuvo centrada en la mediadora y no en los estudiantes. *(Observación, 11 de octubre de 2019).*

Se tuvo que hacer rápido y sin dejar que los estudiantes expusieran sus ideas. Se espera que el docente tenga mucha mayor flexibilidad en este aspecto, ya que puede tener más de una sesión de 90 minutos con los estudiantes. Esta información se reafirma con lo que reportaron los mismos estudiantes en las encuestas de salida:

AAE2 – Implementación: se tiene que hacer una revisión al tiempo que se propone, dado que, en las encuestas de salida, es el rubro que peor evaluado fue *(Encuesta, 10 de septiembre de 2019).*

BAE2 – Implementación: en esta ocasión, se intentó ajustarse al plan cronológico propuesto en la sección 3.1.4, pero, aun así, parece que no fue suficiente lograr todas las etapas que se pretendían. Por lo que se tendrá que hacer una reflexión más profunda sobre los objetivos que se persiguen y a partir de ahí tomar una decisión sobre si reducir el contenido o ampliar las sesiones *(Encuesta, 11 de octubre de 2019).*

Esta decisión, estará íntimamente relacionada con la reflexión que se haga con respecto a lo que se discutió sobre si es mejor que avancen el reto o que vayan a su propio ritmo.

Ajustes que se tienen que hacer para la siguiente iteración:

Al recuperar la parte de indagación de la introducción, se tiene que conectar con el cierre, y hablar sobre la percepción de los estudiantes sobre la matemática y cómo fue la experiencia que tuvieron con respecto a la actividad. Hacerlos conscientes de que estuvieron pensando, hablar sobre la frustración y la perseverancia.

- Fiabilidad

Esta actividad aún tiene varios aspectos que requieren de ajustes:

BAE4 – Implementación, en esta sesión, algunos estudiantes reportan como regular la organización, la presentación y el dominio del tema, se infiere que esto pueda ser debido a que el monitoreo no se hizo de una forma adecuada. Pues la dinámica del grupo sí cambió considerablemente al ser un número mayor de participantes. Para ello, se tendrán que realizar más iteraciones *(Encuesta, 11 de octubre de 2019).*

Pero en términos generales, se retoma información de las encuestas de salida en las dos implementaciones:

AAE1 – La actividad fue bien evaluada por los estudiantes, pues todos indicaron que volverían a participar en una actividad similar en la encuesta de salida *(Encuesta, 10 de septiembre de 2019).*

BAE1 – La actividad fue bien evaluada por los estudiantes, pues 22 de 24 participantes indicaron que volverían a participar *(Encuesta, 11 de octubre de 2019).*

En esta actividad, se logró justificar a partir de las observaciones las decisiones que se tomaron, se lograron reconocer errores y ajustar puntos concretos.

4.5 Análisis de la actividad de "Rectángulos"

Esta actividad consta de dos partes, por lo que cada uno de los principios se irá revisando cada una de ellas. La primera parte es la de poliminós y la segunda la del rompecabezas rectángulos, se puede ver a detalle en 3.1.2.2 Geometría – Rectángulos.

A continuación, se realiza la evaluación del diseño a partir del instrumento que se diseñó, el cual se enfoca en tres aspectos: diseño didáctico, diseño afectivo y condiciones y restricciones.

4.5.1 Diseño didáctico

- De lo concreto

En realidad, esta actividad propone dos modelos diferentes, que se relacionan de forma natural, pues uno se usa de piezas en el otro. Durante el piloto se observó lo siguiente:

ARD1 – Contenido: no tiene un objetivo claro ni con respecto al contenido matemático ni con respecto a los afectos que se quieren trabajar *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Esta actividad se eligió, principalmente por su impacto en el dominio afectivo de los estudiantes que se abordó en la sección del análisis de la percepción de la matemática (2.2), y por su capacidad de adaptación para diversos públicos. Y aunque se sabía que impactaba de forma emocional a las personas en cuanto a su quehacer matemático, no se había logrado identificar como. Tampoco, se tenía claro el contenido matemático especifico que se trabajaba, o si se lograba un aprendizaje y de qué tipo.

Parte 1. Poliminós.

El primer modelo tiene que ver con contar figuras hechas de un número dado de cuadrados, pegados con ciertas restricciones. Durante el piloto, se pudo observar lo siguiente:

ARF3 – Durante el desafío de la primera parte, los estudiantes de forma natural empezaron a comparar sus resultados, y mostraban sorpresa cuando encontraban uno nuevo. *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Es un modelo fácil de entender en que consiste, sin embargo:

ARD2 – Contenido: la primera actividad necesita un nivel de abstracción que no todos los estudiantes tienen aún, por lo que hay que pensar en una manera de trabajarlo a partir de material concreto *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Y a pesar de conocer esto, por situaciones de tiempo no se logró tener una opción lista para la primera iteración:

BRD2 – Dentro de la primera parte, no se realizó algo para ayudar a aquellos que su nivel de abstracción no les permita comparar dos poliminós diferentes. Pero sí se tiene que dar esta opción. En esta ocasión se tuvo a un estudiante con discapacidad cognitiva, que un ejercicio un poco más concreto, le hubiera ayudado. *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BRE3 – Para esta iteración, se tienen algunas respuestas que nos hablan de que no les gustó el desafío y que no les salió el reto. Para ello, se tiene que profundizar si están hablando de la primera o segunda parte para realizar los ajustes pertinentes. *(Encuesta, 09 de octubre de 2019).*

En esta parte de la actividad, se tiene que trabajar con material concreto opcional, para los estudiantes que lo requieran, y así permitir a un número mayor de estudiantes tener mayor claridad y poder manipular, construir y tener un mejor control del modelo que se propone.

Parte 2. Rectángulos.

El material que se eligió para esta actividad invita a los participantes a interactuar naturalmente con el segundo modelo, el cual está relacionado con los movimientos en el plano. Es muy similar al que se usa en el tetris, y se implementó de forma física con material hecho de foamy, el cual, quizás los docentes no podrán reproducir con facilidad, este punto se verá a detalle esta parte en la sección 4.5.3 Condiciones y restriccione.

En general se observó una buena participación de los estudiantes:

BRF3 – Los estudiantes fueron muy entusiastas y participativos en las dos partes de la actividad. *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Pero es necesario trabajar en hacer más evidente el modelo que se está presentando. Cumple con la manipulación y construcción de este, pero hace falta trabajar como se puede hacer evidente el trabajo de los estudiantes:

ARD3 – Preparación. No se contempló tener una manera de registrar el trabajo de los estudiantes y saber si estaban logrando realmente resolver los retos, se tiene que pensar en un instrumento que lo permita *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BRD4 – Se necesita pensar en una manera de saber si los estudiantes están resolviendo bien los retos *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Se requiere desarrollar alguna forma de hacer evidente el pensamiento de los estudiantes, para tener una mejor idea del nivel del control sobre el modelo que tienen. La actividad tiene un gran potencial para lograr cumplir con este principio, pero se tiene que seguir trabajando en hacer ambos modelos más claros. Hacer mejoras para poder analizar cómo los estudiantes están realizando sus procesos cognitivos. Por ahora, la actividad cumple parcialmente.

- De la necesidad (intelectual)

Se busca que los estudiantes encuentran la necesidad intelectual a partir del componente de juego y sea intrínseco, al ir resolviendo los retos, se intentó realizar una relación entre esta actividad y el conocido juego tetris:

ARI6 – Usar de referencia el tetris no funcionó en esta sesión, son muy jóvenes y no conocen el juego *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

BRI11 – En esta sesión, la referencia con el tetris sí funcionó, la mayoría de los estudiantes conocían el juego *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

En una sesión funcionó, fue más fácil exponer la dinámica de las actividades y las soluciones a donde se quería llegar, sin embargo, en el piloto, no fue así, por lo que se tienen que buscar otras formas de hacer esta relación.

En cuanto a la necesidad intelectual, se logró que los estudiantes se engancharan en ambas sesiones:

ARF3 – Durante el desafío de la primera parte, los estudiantes de forma natural empezaron a comparar sus resultados, y mostraban sorpresa cuando encontraban uno nuevo *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

BRF3 – Los estudiantes fueron muy entusiastas y participativos en las dos partes de la actividad *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

En general, está actividad produce este enganche de necesidad de, primero encontrar los poliminós y después de resolver los retos. Se trabaja con elementos que, en este nivel, ya conocen y son familiares. Esta necesidad se mantuvo estable a lo largo del taller:

BRI5 – Los estudiantes mostraron una necesidad de saber a qué tienen que llegar, se mostraron ansiosos cuando no se les dijo y tuvieron que continuar buscando respuestas en la primera parte *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BRF1 – Durante la primera parte de la actividad, hubo momentos de silencio en los que pensar en el problema prevalecía y en general, se observó disposición al trabajo, lo cual indica que el desafío es apropiado para los estudiantes y es accesible para un rango amplio de ellos, de igual forma esta actividad logra que los estudiantes entren en un estado de intimidad matemática, es decir, un alto nivel de concentración que los aísla de lo que ocurre a su alrededor *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Por otro lado, en la primera sesión, los estudiantes quisieron cambiar la naturaleza de la necesidad de resolver los retos de la segunda parte:

ARI7 – Se tiene que cuidar que los estudiantes no hagan de los retos de la segunda parte una competencia, pues lo que se busca es que cada uno vaya a su propio ritmo según su grado de entrenamiento *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

ARF5 – Algunos estudiantes propusieron en reiteradas ocasiones hacer una competencia, lo cual estresaba a unos, tanto que mentían sobre su progreso. Es importante que, durante el monitoreo, se logre suprimir esto *(Observación, 10 de septiembre de 2019).*

Es una situación que tiene que cambiar, pues al ser una actividad individual, donde cada estudiante tiene su material para trabajar, no se quiere que se impacte en el dominio afectivo de forma negativa, hacerlo una competencia puede mermar en la confianza de unos. Aquí el papel del mediador será clave para lograr que está situación se mantenga contenida y desechada en caso de presentarse.

La actividad proporciona el interés que logra por ser un juego de fácil comprensión y manipulación, aspectos que están íntimamente ligados con los principios de participación/agencia y del espacio creado para el juego, que se revisan más adelante.

- De la estructura matemática

En esta actividad no se tienen claras las ideas fundamentales que subyacen, y esto se notó en las sesiones:

ARD1 – Contenido: no tiene un objetivo claro ni con respecto al contenido matemático ni con respecto a los afectos que se quieren trabajar *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Sin embargo, durante las dos iteraciones, emergieron de forma natural dos contenidos matemáticos, durante la primera sección:

ARI5 – Se tiene que proponer estrategia para buscar y encontrar la solución del reto de la primera parte *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BRI9 – En la primera parte, no se dio una estrategia para pensar ese problema, se tiene que revisar para cerrar esa parte de la actividad *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Es un problema particular de estrategia de búsqueda, donde casi todos los estudiantes utilizan la estrategia de prueba y error, pero se tiene que lograr hacer una discusión de cómo se puede mejorar o intentar otro tipo de estrategias para resolver este primer reto.

Y en la segunda parte, emergió:

BRD1 – La estructura matemática se centró en las transformaciones rígidas sobre el plano, parece ser un camino plausible. Sólo se tendría que incorporar al discurso algunos ejemplos de cómo tener esta habilidad de pensamiento espacial te puede ayudar en lo cotidiano. *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BRP4 – Aprendizaje. En el cierre, se les hizo conscientes de la importancia de que estuvieron entrenando su habilidad de movimientos sobre el plano: rotación, reflexión y traslación. Y se habló sobre que en general, entre más entrenen, mejores se van a volver. *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Por lo que la propuesta natural sería que la estructura matemática se centre en las trasformaciones rígidas, de forma que se vaya introduciendo el lenguaje matemático y se entrenen las habilidades espaciales de los estudiantes durante esta actividad. Será la base de la red de posibles temas que se pueden abordar. Esta actividad aún no cumple con el principio de la estructura matemática, pero ya se encontró un posible camino.

- De la autoevaluación

Este principio resulta clave para que estas actividades centradas en los estudiantes logren desarrollarse en grupos numerosos. Esta actividad está compuesta por dos tipos de desafíos, que a continuación se verán individualmente:

El primer tipo de desafío tiene que ver con lograr encontrar los 12 pentominós que existen. Una vez que los estudiantes entienden cómo se construyen los poliminós, es claro saber cuándo construyes uno de ellos. Su capacidad para saber si es uno nuevo o no, dependerá de su nivel de entrenamiento espacial con respecto a las transformaciones en el plano.

En esta sesión se observó, la falta material de apoyo para aquellos estudiantes que aún no tienen ese nivel de abstracción para poder diferenciar dos poliminós o para saber que son iguales:

ARD2 – Contenido: la primera actividad necesita un nivel de abstracción que no todos los estudiantes tienen aún, por lo que hay que pensar en una manera de trabajarlo a partir de material concreto *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BRD2 – Dentro de la primera parte, no se realizó algo para ayudar a aquellos que su nivel de abstracción no les permita comparar dos poliminós diferentes. Pero sí se tiene que dar esta opción. En esta ocasión se tuvo a un estudiante con discapacidad cognitiva, que un ejercicio un poco más concreto, le hubiera ayudado *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Para lograr cumplir al 100% con este principio, es necesario proporcionar a los estudiantes que lo requieran este material de apoyo.

Para los que ya están más entrenados en los movimientos sobre el plano, se observó que, si no estaban seguros de sus resultados, empezaban a retroalimentarse entre pares:

ARF3 – Durante el desafío de la primera parte, los estudiantes de forma natural empezaron a comparar sus resultados, y mostraron sorpresa cuando encontraban uno nuevo. *(Observación, 12 de septiembre de 2019)*

Aunque, es necesario que el mediador logré verificar que en efecto encontraron los doce pentominós, se trabaja de forma colaborativa naturalmente y se discute la solución en el pizarrón.

No se les dijo el número total de pentominós que existen, lo que produjo cierta ansiedad entre los estudiantes:

BRI5 – Los estudiantes mostraron una necesidad de saber a qué tienen que llegar, se mostraron ansiosos cuando no se les dijo y tuvieron que continuar buscando respuestas en la primera parte. *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Es parte del entrenamiento de autorregulación de emociones que se busca, pues muchas veces, cuando se enfrenta un problema, no se conoce el resultado al cual se quiere llegar.

Para el segundo tipo de desafío, que corresponde al rompecabezas “Rectángulos”, la actividad sí cumple con el principio de autoevaluación, pues a este nivel, parece que todos los estudiantes tienen claro cuando una figura es un rectángulo y cuando no lo es.

BRI4 – En la segunda parte de la actividad, en el contenido matemático, no se dio la definición de rectángulo, no es claro que sea necesario, pues muestran que intuitivamente lo saben y las reglas del juego funcionan bien. *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

A partir de la experiencia dentro de las aulas mexicanas y buscando estrategias que permitan la implementación de las actividades en grupos numerosos, se notó que a pesar de que las actividades cuentan con los criterios necesarios para que los estudiantes puedan discernir entre una buena respuesta y una respuesta incompleta a los desafíos, se presentan las siguientes situaciones constantemente:

BRF2 – Durante esta actividad, al igual que las sesiones anteriores, los estudiantes requieren de mucha atención y retroalimentación sobre lo que hacen, se tiene que trabajar en promover su independencia y su confianza matemática *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Que, en un principio, confundimos con el diseño de la actividad, pero es más bien una cuestión cultural de cómo se trabaja en el contexto mexicano. Ahondaremos más en esta dirección en la sección 4.5.2 Diseño afectivo

- Del espacio creado para el juego

El desafío de la primera sección les cuesta un poco entender bien las restricciones para formar los poliminós:

BRI3 – En la primera parte de la actividad, en el contenido matemático, es importante recordar la definición de cuadrado. Las reglas del juego funcionan bien, de los errores que fueron reiterados por parte de los estudiantes son los siguientes:

  - Usaban un número de cuadrados diferentes de los que se indicaban. (*Se recomendó pensarlo como área).*
  - Piensan que ya encontraron todos los poliminós. *(Es fácil saber cuándo ya acabaron o no, sólo hay que preguntar cuántos encontraron).*
  - Siguen pegando por vértices o fracciones de lado. *(Se tienen que dejar escritas las reglas con los ejemplos para que no caigan en este error). (Observación, 09 de octubre de 2019).*

Realizando de forma adecuada el monitoreo, se ubican a los estudiantes que están teniendo problemas con asimilar y se soluciona, ya sea con las estrategias que se anticiparon o repitiendo una vez más las restricciones.

Durante la iteración uno se detectó un escenario que no se anticipó y que se tiene que trabajar:

BRD2 – Dentro de la primera parte, no se realizó algo para ayudar a aquellos que su nivel de abstracción no les permita comparar dos poliminós diferentes. Pero sí se tiene que dar esta opción. En esta ocasión se tuvo a un estudiante con discapacidad cognitiva, que un ejercicio un poco más concreto, le hubiera ayudado. *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Si el estudiante no tiene este nivel de abstracción, no puede revisar su proceso de resolución.

El segundo desafío, las reglas son más fáciles de procesar, y el trabajo de anticipación ayuda para solventar los posibles escenarios:

BRI4 – En la segunda parte de la actividad, en el contenido matemático, no se dio la definición de rectángulo, no es claro que sea necesario, pues muestran que intuitivamente lo saben y las reglas del juego funcionan bien. *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BRI7 – En la segunda parte, los retos son alcanzables, y los estudiantes que no tienen muy entrenado su pensamiento espacial, se pueden empezar a frustrar. Las preguntas de monitoreo y ayuda funcionan bien. Es importante que el mediador dé frases de aliento y que vea los errores como parte del proceso de aprendizaje, para abonar a la confianza matemática de los estudiantes *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

ARF6 – Hubo varios estudiantes frustrados, se les sugirió una estrategia y lograron avanzar *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Por lo que se considera que al menos el segundo desafío si cumple con el principio del espacio creado para el juego.

Esta actividad se planeó como una actividad individual, pero dado que el número de estudiantes es grande y se registró que los estudiantes buscan el trabajo en equipo:

BRI1 – Los estudiantes preguntan si van a trabajar en equipo reiteradamente. Esta actividad se pensó para el trabajo individual, pero dado a la cantidad de estudiantes con los que se tiene que trabajar y la retroalimentación que necesitan por cómo se les ha enseñado a trabajar. Quizás no sea una mala idea reestructurar todas las actividades para que sean en trabajo colaborativo *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

No es una mala idea, reestructurar para que así sea, y de esta forma estar motivando la retroalimentación entre pares e independencia en sus procesos de pensamiento matemático.

- De la participación/agencia

Durante el piloto, se presentaron varias situaciones que violaron este principio, donde las actividades estuvieron centradas en la mediadora y no en los estudiantes, como el objetivo que se plantea en todo este trabajo:

ARI1 – Al realizar las preguntas de indagación, es necesario esperar a que los estudiantes contesten. *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ARI2 – La introducción duró casi la mitad de la actividad, se debe tener una mejor administración del tiempo. En consecuencia, la mitad de la actividad estuvo centrada en la mediadora, cuando lo que se busca es que las actividades estén centradas en los estudiantes, para lograr el principio de participación/agencia. *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ARF1 – La introducción duró demasiado, por lo que los chicos se notaron aburridos y desesperados, con ganas de ya pasar a la actividad *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Estas observaciones se tomaron en cuenta para la primera iteración, donde se cuidó en que no volviera a centrarse la actividad en la mediadora. Y buscar que los estudiantes pudieran tener la experiencia que se buscaba. La introducción se eliminó, la cual se revisará más adelante, si fue o no una buena decisión y se buscó que los estudiantes pudieran tener más tiempo para trabajar los desafíos.

Lo anterior, aunque no es parte del diseño tal cual, si no de la implementación, si no se cuida, puede no cumplir con los principios de diseño de la actividad, por lo cual se tiene que integrar de alguna manera todo en la guía para el docente.

En cuanto al diseño de la actividad, como se revisó en el principio de lo concreto y de la autoevaluación, en el desafío de la primera sección se requiere un nivel de abstracción que no todos los participantes tienen:

ARD2 – Contenido: la primera actividad necesita un nivel de abstracción que no todos los estudiantes tienen aún, por lo que hay que pensar en una manera de trabajarlo a partir de material concreto. *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BRD2 – Dentro de la primera parte, no se realizó algo para ayudar a aquellos que su nivel de abstracción no les permita comparar dos poliminós diferentes. Pero sí se tiene que dar esta opción. En esta ocasión se tuvo a un estudiante con discapacidad cognitiva, que un ejercicio un poco más concreto, le hubiera ayudado *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Se tiene que proveer de material concreto a los estudiantes que lo requieran, para asegurar que la actividad es accesible para estudiantes con un nivel de abstracción espacial en desarrollo. Fuera de este punto, el resto de la actividad funciona bien y se tiene potencial de adaptación a distintos escenarios:

BRF1 – Durante la primera parte de la actividad, hubo momentos de silencio en los que pensar en el problema prevalecía y en general, se observó disposición al trabajo, lo cual indica que el desafío es apropiado para los estudiantes y es accesible para un rango amplio de ellos, de igual forma esta actividad logra que los estudiantes entren en un estado de intimidad matemática, es decir, un alto nivel de concentración que los aísla de lo que ocurre a su alrededor. *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

En cuando a la sección dos, los retos son alcanzables y todo parece indicar que el diseño funciona, se tendrá que hacer evaluación ya con los estudiantes para comparar datos de diferentes fuentes y saber si realmente está pasando lo que se interpreta en este trabajo.

BRI7 – En la segunda parte, los retos son alcanzables, y los estudiantes que no tienen muy entrenado su pensamiento espacial, se pueden empezar a frustrar.

Las preguntas de monitoreo y ayuda funcionan bien. Es importante que el mediador dé frases de aliento y que vea los errores como parte del proceso de aprendizaje, para abonar a la confianza matemática de los estudiantes *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Un aspecto que se tiene que cuidar en la sección dos, es que desde el piloto se observó que el número de retos podía quedarse corto para nivel secundaria y se tenía que realizar un ajuste, pero no se realizó para la iteración uno y volvió a emerger:

ARD4 – El número de retos pudo ser poco para nivel secundaria *Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BRD5 – Los 20 retos de la parte dos son insuficientes para algunos estudiantes, se tiene que pensar en llevar más retos o una actividad tres para los que acaben *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Para poder asegurar que todos los participantes estarán trabajando todo el tiempo que duré la actividad, es necesario pensar en preparar más retos para la fracción que así lo requiera, y así poder ampliar la escala de demanda cognitiva que los grupos de este nivel requieren.

Por otro lado, al tener al estudiante con restricciones cognitivas, se trabajó la anticipación de escenarios y se logró tener material adecuado para que pudiera participar:

BRI10 – Para estudiantes con restricciones cognitivas, en cuanto al material de los retos de la segunda parte, se sugiere que los colores de las piezas y las tarjetas sean congruentes, pues si aún no desarrolla el reconocimiento de figuras, probablemente el de colores sí lo domine. También es importante, pedir ayuda a sus compañeros, pues esta vez, necesitaba más atención que la que el mediador puede dar. Compañeros a su alrededor, estuvieron al pendiente de él, solo se requiere que el grupo en general entienda la diferencia entre ayudar y hacer *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

La actividad cumple parcialmente el principio de la participación/agencia, se tiene que terminar de ajustar para los extremos de la escala de la demanda cognitiva.

4.5.2 Diseño afectivo

Este trabajo quiere lograr impactar en el dominio afectivo de tal forma que se logre propiciar afectos conducentes a una mejor aceptación de la matemática en los estudiantes mexicanos de primero de secundaria. Se ha decidido enfocar los resultados en las tres estructuras esenciales que propone Goldin (2004).

Un aspecto importante que se tiene que trabajar en esta y el resto de las actividades es clarificar es cómo es que se quiere cambiar la percepción de la matemática o cuales habilidades emocionales se quieren entrenar, pues al no estar familiarizados con esta área de investigación, no se había tomado en cuenta.

ARD1 – Contenido: no tiene un objetivo claro ni con respecto al contenido matemático ni con respecto a los afectos que se quieren trabajar *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BRD3 – Se tiene que pensar en cuales habilidades emocionales se va a centrar la actividad, para incorporarla en el discurso, y que sea el hilo conductor de la actividad *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Ahora que se conoce mejor el panorama de lo que se ha hecho, aunque aún no encontramos investigaciones que persigan objetivos similares a esta tesis, ya se puede empezar a intuir cómo es que se tienen que plantear los objetivos con respecto al dominio afectivo. Y que se intentará dar una propuesta en la guía para el docente, a partir de lo que se observó en estas dos iteraciones:

- Integridad matemática

Durante las dos sesiones de la actividad, los estudiantes participaron y mostraron interés en realizar los desafíos que se les plantearon:

BRF3 – Los estudiantes fueron muy entusiastas y participativos en las dos partes de la actividad. *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Durante el primer desafío, los estudiantes disfrutaron de la búsqueda de poliminós y se emocionaban cuando encontraban uno nuevo. Cuando se les pidió empezar a pasar al pizarrón a pintar la solución, la participación se desbordó, pues querían pasar más de los poliminós que se tenían que pintar:

ARF3 – Durante el desafío de la primera parte, los estudiantes de forma natural empezaron a comparar sus resultados, y mostraban sorpresa cuando encontraban uno nuevo. *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ARF4 – Los estudiantes se mostraron atentos, participativos y emocionados cuando se revisó la solución del desafío de los poliminós. Y se mostraron decepcionados al no poder encontrar el último pentominó.

Una situación a la que no se le había prestado atención, es que se presenta cierta ansiedad de los estudiantes cuando no saben a qué tienen que llegar:

BRI5 – Los estudiantes mostraron una necesidad de saber a qué tienen que llegar, se mostraron ansiosos cuando no se les dijo y tuvieron que continuar buscando respuestas en la primera parte.

Están tan acostumbrados a que les digan la respuesta deseada, que cuando se les plantea un problema donde no saben, empieza a generar incomodidad. Quizás se tiene que pensar en algunas actividades que vayan en esta dirección y que muestren a los estudiantes, que en muchos de los problemas que se enfrentaran en la vida, es más del tipo que no sabes cuál es la respuesta correcta o a lo que quieres llegar, y que se tiene que trabajar con las herramientas y habilidades que se tengan para llegar a la mejor respuesta posible, pensando un poco en actividades detonadoras de modelos.

Y en el cierre, aunque no se ha escrito bien el contenido matemático, si se logró integrar en el discurso de la segunda sesión las transformaciones en el plano:

BRP4 – Aprendizaje. En el cierre, se les hizo conscientes sobre que estuvieron entrenando su habilidad de movimientos sobre el plano: rotación, reflexión y traslación. Y se habló sobre que en general, entre más entrenen, mejores se van a volver *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Se tiene que pulir y presentar ejemplos donde los estudiantes puedan ver aplicadas estas transformaciones. La actividad logra impactar en la integridad matemática de los estudiantes, pues a través de los principios de diseño didáctico, logra despertar el interés, la necesidad intelectual y permite la participación de gran parte de los estudiantes. En consecuencia, los participantes, si quieren conocer el resultado y las diferentes estrategias para lograr llegar a él.

- Identidad matemática propia

En cuanto a cómo se perciben con respecto a la matemática, se ve de forma global en la sección 4.3 Análisis sobre la percepción de la matemática, pero aquí se revisan solo datos que se recolectaron en esta actividad de los dos grupos.

En la implementación de esta actividad se notaron varias escenas que nos dan información sobre la confianza que tienen los estudiantes en ellos mismos sobre sus habilidades con respecto a la matemática. Algo que se notó en el piloto fue:

ARF2 – Tienen pena o prefieren no pasar al pizarrón, cuando se buscan voluntarios. *(Observación, 12 de septiembre de 2019)*

Esta situación puede tener diferentes causas, pero por lo que se observó en los grupos en general, parece que es algo cultural y de cómo se ha ido educando a los estudiantes mexicanos a la hora de participar dentro de clase. Aunque se tendrían que revisar o realizar investigaciones al respecto, dentro de la escuela, no es bien visto dar respuestas erróneas, por lo que no fortalecen su seguridad y confianza al realizar procesos de razonamiento matemático. En esta ocasión particular, la mediadora no realizó el monitoreo de forma sistemática, por lo que no se aseguró que todos los participantes entendieran y tuvieran la confianza suficiente para pasar al pizarrón.

A partir de esto, en la iteración uno, se cuidó de forma particular, no mermar en la confianza de los estudiantes, y no obligar de ningún modo a pasar al frente o explicar sus soluciones:

BRI8 – Es importante no obligar a los estudiantes a participar frente al resto de sus compañeros, pues pueden no tener aún la seguridad en ellos o en sus procesos de pensar, por lo que se tienen que generar una forma de ver su trabajo tratando de enfatizar las cualidades de su trabajo y la oportunidad de revisar debilidades para no destruir su confianza *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Esto derivó que, de forma natural, los estudiantes empezaron a participar una vez que otros estudiantes fueron pasando, y fueron afianzando sus soluciones al ver las soluciones de sus compañeros, a tal grado que hubo un exceso de participación en ambas sesiones.

Como consecuencia de esta falta de confianza en los estudiantes, requieren constantemente de la aprobación o validación de sus procesos por parte del mediador:

BRF2 – Durante esta actividad, al igual que las sesiones anteriores, los estudiantes requieren de mucha atención y retroalimentación sobre lo que hacen, se tiene que trabajar en promover su independencia y su confianza matemática *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Para trabajar en esta dirección, se optó por desde el inicio, dejar en claro que tienen que trabajar solos e ir confiando en sus procesos, confiando en que la actividad cumple el principio de autoevaluación:

BRI2 – La cantidad de estudiantes cambia por completo la dinámica, se optó por decirles lo siguiente para evitar que la frustración escale al no recibir retroalimentación inmediata:

- Confíen en sus procesos de resolución de problemas, que compartan sus soluciones con sus pares.
- La actividad les dará criterios que les permitirán saber cuándo tienen una buena propuesta de solución y cuando no.
- El facilitador hará recorridos sistemáticos para que puedan discutir sus ideas, y hay que esperar su turno.

(Observación, 09 de octubre de 2019).

Con esta información al inicio, la dinámica de la actividad funcionó y empezó a fluir de una forma diferente. Algo que se notó, es que esta forma de trabajo requiere tiempo, paciencia y constancia por parte de los profesores, y por los pequeños indicios de estas sesiones, parece que esta metodología de trabajo sí tiene el potencial de impactar en la identidad matemática propia de los estudiantes, mejorando su confianza y motivación con respecto a la matemática.

Un aspecto de importancia es el papel del mediador, pues como se ha dicho, durante el monitoreo, se va manejando hasta cierto grado la frustración que puede surgir durante las actividades:

BRI7 – En la segunda parte, los retos son alcanzables, y los estudiantes que no tienen muy entrenado su pensamiento espacial, se pueden empezar a frustrar. Las preguntas de monitoreo y ayuda funcionan bien. Es importante que el mediador dé frases de aliento y que vea los errores como parte del proceso de aprendizaje, para abonar a la confianza matemática de los estudiantes *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

En particular, en esta actividad emergió en uno de los grupos durante el segundo desafío la siguiente situación:

ARI7 – Se tiene que cuidar que los estudiantes no hagan de los retos de la segunda parte una competencia, pues lo que se busca es que cada uno vaya a su propio ritmo según su grado de entrenamiento *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ARF5 – Algunos estudiantes propusieron en reiteradas ocasiones hacer una competencia, lo cual estresaba a unos, tanto que mentían sobre su progreso. Es importante que, durante el monitoreo, se logre suprimir esto *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Que no sería una situación que se tuviera que cuidar si ya es un grupo entrenado y con confianza matemática, sin embargo, en esta ocasión, como era el primer acercamiento, sí se notaron estudiantes que se estresaban o mentían sobre su progreso por cuestiones de aprobación social. Por lo que se recomienda que, en las primeras aproximaciones a esta forma de trabajo, evitar estas competencias.

Por otro lado, hay indicios de que esta actividad sí puede impactar en la identidad matemática propia:

ARF9 – Algunos estudiantes expresan que estuvieron pensando mucho, se les observó orgullosos y felices *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BRF3 – Los estudiantes fueron muy entusiastas y participativos en las dos partes de la actividad *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BRF5 – Se observaron muchos gestos de triunfo, emoción y felicidad por parte de los estudiantes cuando lograban resolver alguno de los retos *(Observación, 09 de octubre de 2019),*

En particular, el segundo desafío, está muy bien graduado con respecto a la demanda cognitiva, lo que permite que los estudiantes vayan construyendo o fortaleciendo esta confianza matemática en ellos mismos.

Durante la primera iteración, durante la actividad los estudiantes tuvieron que confirmar que de verdad estaban haciendo matemáticas:

BRP1 – Significado. Un par de estudiantes durante estas actividades preguntaron si estaban haciendo matemáticas, a lo que la mediadora contestó que sí, que eran problemas matemáticos, en particular de geometría *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Esto da una idea de que en su día a día, no se trabaja la materia de matemáticas de esta forma, por lo que reafirma la pertinencia de esta propuesta.

Sin duda, aún se tiene que ajustar y refinar tanto el diseño como el discurso, pero algo importante resaltar es que, con estas dos iteraciones, van emergiendo naturalmente tanto el contenido matemático como el afectivo:

BRP2 - Significado. En el cierre, se propició un diálogo para asegurarse de que estuvieran conscientes que durante la sesión estuvieron haciendo matemáticas, al estar pensando y resolviendo retos. Tratando de transmitir un significado de la matemática como un espacio para pensar *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BRP3 – Significado. En el cierre, se habló sobre la generalización del desafío planteado en la primera parte, para abordar el hecho de que las matemáticas están vivas, que hay problemas sin resolver *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BRP5 – Utilidad. En el cierre, se habló sobre la necesidad de entrenar el pensamiento espacial para aplicarlo en situaciones de orientación, pero se necesitan más ejemplos y retos que sean cercanos a su cotidianidad *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BRE4 – Afectos: se registraron emociones que se busca despertar en los estudiantes, tales como; felicidad, emoción, bienestar, alegría, confianza, placer; mientras que emergen otras que nos indican que en efecto la actividad fue un reto para ellos, pero que estás emociones se tienen que manejar de forma adecuada: desesperación, estrés y frustración. *(Encuesta, 09 de octubre de 2019).*

En el cierre de esta actividad se abordaron tres temas de importancia: ver la matemática como un proceso y no como un resultado, que las matemáticas no están acabadas y que aún hay problemas que resolver, y que para ser mejor en matemáticas se necesita entrenar. También es evidente que es necesario crear o hacer una selección de ejemplos, que estén relacionados con el contenido de cada una de las actividades, para poder llegar de una mejor manera a los estudiantes y poder anclar las ideas en los participantes.

- Intimidad matemática

En esta estructura, que tiene que ver directamente con la relación socio emocional que se está llevando a cabo entre los estudiantes y las matemáticas a través de su participación en la actividad. Para lograr empezar a cambiar percepciones y a mediano/largo plazo, mejorar la aceptación de la matemática dentro de las aulas, hay que tener mucho cuidado que las actividades no generen emociones “negativas”, pues lo que se quiere fomentar son experiencias que impacten positivamente. En el piloto, hubo una situación que violó el principio de participación centrada en el estudiante, generando justo estas emociones que se quieren evitar:

ARF1 – La introducción duró demasiado, por lo que los chicos se notaron aburridos y desesperados, con ganas de ya pasar a la actividad *(Observación, 12 de septiembre de 2019)*

Durante la primera iteración, se suprimió por completo la introducción, se fue de un extremo al otro, y aún se tienen que realizar ajustes para encontrar un punto medio.

Ambos desafíos logran impactar en esta estructura afectiva:

BRF1 – Durante la primera parte de la actividad, hubo momentos de silencio en los que pensar en el problema prevalecía y en general, se observó disposición al trabajo, lo cual indica que el desafío es apropiado para los estudiantes y es accesible para un rango amplio de ellos, de igual forma esta actividad logra que los estudiantes entren en un estado de intimidad matemática, es decir, un alto nivel de concentración que los aísla de lo que ocurre a su alrededor *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

ARF7 – Durante la segunda parte de la actividad, hay momentos de silencio, donde se observa a todos los estudiantes trabajando y pensando *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

ARF3 – Durante el desafío de la primera parte, los estudiantes de forma natural empezaron a comparar sus resultados, y mostraban sorpresa cuando encontraban uno nuevo *(Observación, 12 de septiembre de 2019)*

A pesar de que se tiene presente que se tiene que trabajar para graduar mejor la demanda cognitiva, esta actividad tiene el potencial de lograr que los estudiantes entren en un estado de intimidad matemática, donde quedan absortos en el problema, desarrollando su capacidad de concentración y resolución de problemas. Así mismo, de forma natural, aunque la actividad está pensada para trabajarla de forma individual, naturalmente empezaron a comunicar sus ideas y realizar retroalimentación entre pares. Lo cual da una idea de cómo se puede ajustar para grupos numerosos, y reafirma que el trabajo colaborativo y retroalimentación entre los mismos estudiantes es un camino viable.

Sin duda, para que la experiencia sea globalmente positiva, el mediador tiene que hacer un buen monitoreo y manejo de la frustración:

ARF6 – Hubo varios estudiantes frustrados, se les sugirió una estrategia y lograron avanzar *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BRI7 – En la segunda parte, los retos son alcanzables, y los estudiantes que no tienen muy entrenado su pensamiento espacial, se pueden empezar a frustrar. Las preguntas de monitoreo y ayuda funcionan bien. Es importante que el mediador dé frases de aliento y que vea los errores como parte del proceso de aprendizaje, para abonar a la confianza matemática de los estudiantes *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

La anticipación fue buena, y las preguntas que se sugieren en la guía para el docente son adecuadas, cumplen sus propósitos de dar luz a los procesos de los estudiantes sin darles la respuesta. Algo que se tiene que rescatar, es que a veces, lo único que los estudiantes necesitan son frases de aliento, para que logren acabar.

Una situación muy peculiar se observó durante el primer desafío del segundo grupo:

BRI5 – Los estudiantes mostraron una necesidad de saber a qué tienen que llegar, se mostraron ansiosos cuando no se les dijo y tuvieron que continuar buscando respuestas en la primera parte *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Al parecer, les causa ansiedad no saber a qué se quiere llegar. Y en el mundo fuera del aula, así son la mayoría de los problemas, por lo que quizás sea buena idea pensar en actividades más hacia esta dirección, como actividades detonadoras de modelos, donde los enfrenten a situaciones más cercanas al “mundo real” y empiecen a trabajar esta ansiedad, que será una constante fuera de la escuela.

Por último, una evidencia de que la actividad gustó:

ARF8 – Hubo exclamaciones de desaprobación por parte de los estudiantes, cuando les notificaron que la actividad estaba a punto de terminar *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Situación que reafirma, que las actividades con un fuerte componente lúdico o de juego, sí parecen ser una buena elección para empezar a trabajar este cambio de percepción y así mejorar la aceptación de la matemática dentro de los salones mexicano.

4.5.3 Condiciones y restricciones

Esta sección de la evaluación se enfoca en los alcances y limitaciones de cada una de las actividades.

- Replicabilidad

Material. Es un aspecto que se tiene aún que probar, pues las sesiones que se realizaron, se usó material de foamy, que no es tan práctico ni de fácil acceso para todas las personas. Y aún se tiene que ajustar la parte de proveer de material concreto para los estudiantes que lo requieran del primer desafío.

ARD5 – Se tiene que probar con las piezas de cartoncillo, pues es el material que se propone en la guía para el docente *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BRD6 – Se tiene que probar con las piezas de cartoncillo *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Sin embargo, en la guía para el docente, ya se cuenta con plantillas recortables para poder implementar la actividad.

Costo. Sí se quieren hacer las piezas de un material más duradero, el costo dependerá del material que se elija. Si no se cuenta con presupuesto, el costo dependerá de imprimir y recortar las planillas, que es mínimo.

Tecnología. La actividad no depende de recursos tecnológicos, por lo que, con respecto a esto, es accesible a todos los contextos.

Grupos numerosos. Esta actividad en un principio estaba pensada para que se trabajara de forma individual, pero una vez en campo, se puede repensar para hacerlo de forma colaborativa, y que el monitoreo sea más fácil para el docente cuando el grupo es numeroso. Dado que la actividad cumple razonablemente bien el principio de autoevaluación, esta actividad es apta para grupos de 25 estudiantes o más.

Capacidad de adaptación a diferentes niveles de conocimiento. Como revisamos en diversos principios del diseño didáctico, es necesario ajustar el material del primer desafío, para lograr que más estudiantes puedan participar de la mejor forma posible durante la actividad. Por otra parte, en el segundo desafío, se observó que 20 retos quedan cortos para algunos estudiantes del nivel secundaria. Por lo que se tiene que hacer un ajuste ya sea en el número de retos o a la graduación de la complejidad:

ARD4 – El número de retos pudo ser poco para nivel secundaria *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BRD5 – Los 20 retos de la parte dos son insuficientes para algunos estudiantes, se tiene que pensar en llevar más retos o una actividad tres para los que acaben *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Fuera de estos ajustes, en general, la actividad es capaz de adaptarse a diferentes niveles, más que de conocimiento, de entrenamiento del pensamiento espacial.

- Capacidad de generalización

Guía de trabajo para el docente. Después del trabajo de campo, se hicieron ajustes para la guía del docente con lo observado. No se ha hecho un piloto con docentes, pero en teoría está escrita para que cualquiera que esté interesado, pueda replicar las actividades, sin tener una especialización en matemáticas

Recursos digitales. Aun no se cuenta con recursos digitales, por ahora el único apoyo que se brinda es por medio del correo electrónico y la página en la red social Facebook “Telesecundarias México – Recursos, discusión y apoyo”

- Utilidad

Esta actividad tiene como principal propósito impactar en el dominio afectivo de los estudiantes de forma que se tenga una mejor aceptación de la matemática dentro de las aulas mexicanas. Lo que se observó durante las sesiones con respecto al dominio emocional fue lo siguiente:

Con respecto a las percepciones de la matemática:

  - ARP2– Significado. La mediadora, durante la introducción, habla sobre que las matemáticas están vivas, hay matemáticas nuevas cada día y hay muchos problemas no resueltos, como el de la primera parte *(Observación, 12 de septiembre de 2019)*.
  - ARP3 – Significado. La mediadora, durante la introducción, habla sobre cómo los matemáticos se dedican a resolver problemas *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*
  - ARP4 – Utilidad. La mediadora dio varios ejemplos de cómo las matemáticas se aplican en la vida cotidiana *(Observación, 12 de septiembre de 2019)*.

- BRP1 – Significado. Un par de estudiantes durante estas actividades preguntaron si estaban haciendo matemáticas, a lo que la mediadora contestó que sí, que eran problemas matemáticos, en particular de geometría *(Observación, 09 de octubre de 2019).*
- BRP2 - Significado. En el cierre, se propició un diálogo para asegurarse de que estuvieran conscientes que durante la sesión estuvieron haciendo matemáticas, al estar pensando y resolviendo retos. Tratando de transmitir un significado de la matemática como un espacio para pensar *(Observación, 09 de octubre de 2019).*
- BRP3 – Significado. En el cierre, se habló sobre la generalización del desafío planteado en la primera parte, para abordar el hecho de que las matemáticas están vivas, que hay problemas sin resolver *(Observación, 09 de octubre de 2019).*
- BRP4 – Aprendizaje. En el cierre, se les hizo conscientes sobre que estuvieron entrenando su habilidad de movimientos sobre el plano: rotación, reflexión y traslación. Y se habló sobre que en general, entre más entrenen, mejores se van a volver *(Observación, 09 de octubre de 2019).*
- ARF10 – En el cierre, se les invita a ser conscientes sobre qué estuvieron pensando. Los estudiantes dicen que se divirtieron y que las matemáticas son más de lo que pensaban *(Observación, 12 de septiembre de 2019.*
- BRP5 – Utilidad. En el cierre, se habló sobre la necesidad de entrenar el pensamiento espacial para aplicarlo en situaciones de orientación, pero se necesitan más ejemplos y retos que sean cercanos a su cotidianidad *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

De forma natural, integrado al discurso de la actividad, se abordaron ciertos temas relacionados sobre el significado, utilidad y qué se requiere para ser mejor, en dirección a empezar este cambio de percepción que se tiene de la matemática en general. Estos momentos son lo que ayudaron a empezar mover tendencias en el cuestionario de entrada y salida.

Por otro lado, también hubo momentos dentro de las sesiones donde de manera implícita se trabajó el aspecto emocional al enfrentarse a los desafíos:

- ARF4 – Los estudiantes se mostraron atentos, participativos y emocionados cuando se revisó la solución del desafío de los poliminós. Y se mostraron decepcionados al no poder encontrar el último pentominó *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*
- ARF6 – Hubo varios estudiantes frustrados, se les sugirió una estrategia y lograron avanzar *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*
- ARF8 – Hubo exclamaciones de desaprobación por parte de los estudiantes, cuando les notificaron que la actividad estaba a punto de terminar *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*
- ARF9 – Algunos estudiantes expresan que estuvieron pensando mucho, se les observó orgullosos y felices *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*
- BRI2 – La cantidad de estudiantes cambia por completo la dinámica, se optó por decirles lo siguiente para evitar que la frustración escale al no recibir retroalimentación inmediata:
    - Confíen en sus procesos de resolución de problemas, que compartan sus soluciones con sus pares.
    - La actividad les dará criterios que les permitirán saber cuándo tienen una buena propuesta de solución y cuando no.
    - El facilitador hará recorridos sistemáticos para que puedan discutir sus ideas, y hay que esperar su turno.

  (Observación, 09 de octubre de 2019).
- *(Observación, 09 de octubre de 2019).*
- BRF1 – Durante la primera parte de la actividad, hubo momentos de silencio en los que pensar en el problema prevalecía y en general, se observó disposición al trabajo, lo cual indica que el desafío es apropiado para los estudiantes y es accesible para un rango amplio de ellos, de igual forma esta actividad logra que los estudiantes entren en un estado de intimidad matemática, es decir, un alto nivel de concentración que los aísla de lo que ocurre a su alrededor *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Como se vio en la sección del diseño afectivo, y como se verá en el andamiaje instruccional, el monitoreo es clave para poder tener cierto manejo de la frustración que el desafío pueda generar en los estudiantes. Esta frustración es necesaria para poder avanzar y superarse en cualquier situación donde se estén entrenando habilidades, destrezas o competencias. Lo que se rescata es que esta actividad sí tiene el potencial de enganchar y poner a trabajar a los estudiantes en el quehacer matemático. Sí proporciona una experiencia retadora y puede ser usada para empezar a desarrollar la confianza matemática y la autonomía de los participantes.

Por otro lado, aún hay cosas que se tienen que ajustar:

- BRD1 – La estructura matemática se centró en las transformaciones rígidas sobre el plano, parece ser un camino plausible. Sólo se tendría que incorporar al discurso algunos ejemplos de cómo tener esta habilidad de pensamiento espacial te puede ayudar en lo cotidiano *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Ahora que se tiene una mejor idea de que elementos se tienen que considerar, será mucho más fácil dar dirección al discurso en cuanto a los objetivos afectivos y cognitivos, de forma que se pueden empezar a integrar ejemplos concretos y más cercanos a la edad de los estudiantes, para que puedan empezar a cambiar las percepciones de una mejor forma.

- Andamiaje instruccional

Esta condición tiene más importancia de lo que se creyó antes del trabajo de campo, pues juega un papel fundamental para que la actividad sea o no exitosa. Al querer que sea una actividad centrada en el estudiante, se tiene que trabajar una metodología diferente a un modelo tradicionalista, lo cual puede ser complejo, incluso para las personas que se dedican a impartir actividades de este tipo. Las características generales se revisan a detalle en la sección 4.7Análisis global, pero a continuación se revisa lo que emergió y requiere ajuste para esta actividad en particular.

A partir de las observaciones, los ajustes que emergieron para incorporar en la guía para el docente son las siguientes:

Introducción.

Durante el piloto, la mediadora no logró mantener la actividad centrada en el estudiante durante esta sección:

ARI1 – Al realizar las preguntas de indagación, es necesario esperar a que los estudiantes contesten *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ARI2 – La introducción duró casi la mitad de la actividad, se debe tener una mejor administración del tiempo. En consecuencia, la mitad de la actividad estuvo centrada en la mediadora, cuando lo que se busca es que las actividades estén centradas en los estudiantes, para lograr el principio de participación/agencia *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ARF1 – La introducción duró demasiado, por lo que los chicos se notaron aburridos y desesperados, con ganas de ya pasar a la actividad *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Por lo cual no se logró cumplir totalmente el principio de participación/agencia, por ello se tomaron medidas con respecto a la estructura cronológica de la implementación, quitando prácticamente esta sección, aunque al final no fue la mejor decisión.

Ajustes que se tiene que hacer para la siguiente iteración:

- Se tiene que reformular la parte de introducción, sin perder una exploración inicial, no tanto sobre el contenido matemático, sino sobre las percepciones de los estudiantes con respecto a la matemática.

Anticipación

En cuanto a los escenarios que se pensaron que podían presentarse, los puntos que emergieron que se tienen que trabajar:

ARD2 – Contenido: la primera actividad necesita un nivel de abstracción que no todos los estudiantes tienen aún, por lo que hay que pensar en una manera de trabajarlo a partir de material concreto *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Como ya se mencionó en reiteradas ocasiones, se tiene que trabajar en este material, que permita a los estudiantes que no han llegado a este nivel de abstracción entender mejor el modelo que se les propone.

ARF4 – Los estudiantes se mostraron atentos, participativos y emocionados cuando se revisó la solución del desafío de los poliminós. Y se mostraron decepcionados al no poder encontrar el último pentominó *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Preparar una estrategia de búsqueda para el desafío uno pues, aunque se hace a prueba y error, es importante darle un poco de rigor matemático, al menos para que los participantes vean una posible manera de formalizar su proceso de pensamiento.

BRD5 – Los 20 retos de la parte dos son insuficientes para algunos estudiantes, se tiene que pensar en llevar más retos o una actividad tres para los que acaben antes del tiempo establecido *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Por último, se tiene que ajustar el número de retos, para que todos los estudiantes puedan participar de forma activa durante toda la actividad.

Monitoreo

En general, en las tres actividades, esta es la parte crucial de la actividad, esta práctica de monitoreo es donde el mediador podrá ayudar a manejar la motivación y frustración de los participantes. Este aspecto, aunque se tenía pensado, antes del trabajo de campo, no se había comprendido hasta qué punto es esencial para el éxito. Se observaron dos aspectos centrales en esta práctica: los recorridos y las preguntas de monitoreo, a continuación, se revisa a detalle lo que se observó.

Los recorridos

Durante el piloto, no se tenía presente la importancia de esta práctica, por lo que se presentaron las siguientes situaciones:

ARI3 – No se realizó de forma adecuada el monitoreo constante para saber si los estudiantes habían comprendido bien los retos *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ARI4 – Lo poco que se hizo de recorridos, fueron sin cubrir a la totalidad de los estudiantes y fue desorganizado. La mediadora se mantuvo principalmente interactuando con los estudiantes que estaban en las butacas más cercanas al pizarrón *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Como este grupo fue reducido, no tuvo grandes repercusiones con el desarrollo de la actividad, pero sí ayudó para confirmar la importancia de que se haga consciente. Por lo que se tomaron medidas al respecto para la siguiente iteración:

BRI2 – La cantidad de estudiantes cambia por completo la dinámica, se optó por decirles lo siguiente para evitar que la frustración escale al no recibir retroalimentación inmediata:

- Confíen en sus procesos de resolución de problemas, que compartan sus soluciones con sus pares.
- La actividad les dará criterios que les permitirán saber cuándo tienen una buena propuesta de solución y cuando no.
- El facilitador hará recorridos sistemáticos para que puedan discutir sus ideas, y hay que esperar su turno.

(Observación, 09 de octubre de 2019).

BRF2 – Durante esta actividad, al igual que las sesiones anteriores, los estudiantes requieren de mucha atención y retroalimentación sobre lo que hacen, se tiene que trabajar en promover su independencia y su confianza matemática *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BRI6 – El monitoreo sistemático y en orden, es esencial para el éxito de esta actividad. El mediador tiene que hacer uso del lenguaje matemático con el material *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Desde esta perspectiva, se reafirma que este método de trabajo no va a funcionar de un día para otro, sin embargo, a partir de lo que se trabajó en campo, parece viable que, con ciertos ajustes durante la implementación, los estudiantes se irán adaptando y empezarán a desarrollar o reforzar su confianza en el quehacer matemático, y aunado a un diseño que les permita evaluarse, podrán empezar a ser más independientes. Por otro lado, queda pendiente de realizar pruebas con el trabajo colaborativo con esta actividad, aunque no se pensó, emergió con el segundo grupo:

BRI1 – Los estudiantes preguntan si van a trabajar en equipo reiteradamente. Esta actividad se pensó para el trabajo individual, pero debido a la cantidad de estudiantes con los que se tiene que trabajar y la retroalimentación que necesitan por cómo se les ha enseñado a trabajar. Quizás no sea una mala idea reestructurar todas las actividades para que sean en trabajo colaborativo *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Para grupos numerosos, parece una buena alternativa, para hacer la ruta de recorridos más dinámica.

Las preguntas u orientaciones.

La guía para el docente, cada actividad tiene una sección que se llama, preguntas de monitoreo, por lo que cada iteración nos ayuda a ajustar, modificar o eliminar preguntas que ayuden al estudiante a reflexionar sobre su proceso de resolución de problemas, mantener el interés y manejar la frustración. Durante estas dos sesiones, se observó lo siguiente:

No se tiene contemplado un instrumento que le permita al mediador saber si los estudiantes están realizando de forma satisfactoria los retos:

BRD4 – Se necesita pensar en una manera de saber si los chicos están resolviendo bien los retos *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Aunque el principio de autoevaluación para el desafío dos se cumple, cuando aún no se conoce a los estudiantes, estos pueden mentir para ser aceptados socialmente o esperar validación por parte del docente.

Por otro lado, se va a incorporar esta orientación didáctica que se presentó con el segundo grupo:

BRI10 – Para estudiantes con restricciones cognitivas, en cuanto al material de los retos de la segunda parte, se sugiere que los colores de las piezas y las tarjetas sean congruentes, pues si aún no desarrolla el reconocimiento de figuras, probablemente el de colores sí lo domine. También es importante, pedir ayuda a sus compañeros, pues esta vez, necesitaba más atención que la que el mediador puede dar. Compañeros a su alrededor, estuvieron al pendiente de él, solo se requiere que el grupo en general entienda la diferencia entre ayudar y hacer *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Lo anterior ayudó a integrar sin mayor dificultad a un estudiante que tenía alguna restricción cognitiva.

Para la presentación de la actividad, se usó la referencia del juego tetris:

ARI6 – Usar de referencia el tetris no funcionó en esta sesión, son muy jóvenes y no conocen el juego *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BRI11 – En esta sesión, la referencia con el tetris sí funcionó, la mayoría de los estudiantes conocían el juego *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Se mantendrá en la guía, pues parece que aún no se pierde del todo ese punto de referencia en las nuevas generaciones.

Por último, al parecer las preguntas y estrategias que se proponen en la guía para el docente han sido suficientes para manejar las situaciones de frustración que emergen durante la actividad.

ARF6 – Hubo varios estudiantes frustrados, se les sugirió una estrategia y lograron avanzar *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BRI7 – En la segunda parte, los retos son alcanzables, y los estudiantes que no tienen muy entrenado su pensamiento espacial, se pueden empezar a frustrar. Las preguntas de monitoreo y ayuda funcionan bien. Es importante que el mediador dé frases de aliento y que vea los errores como parte del proceso de aprendizaje, para abonar a la confianza matemática de los estudiantes *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Es importante destacar el papel del mediador, en cuanto a su actitud durante la implementación. A veces lo único que necesitan los estudiantes no son preguntas de monitoreo o alguna pista para avanzar, sino frases de aliento que los ayuden a no rendirse ante la frustración y que alguien crea que lo pueden lograr.

Cierre

Por último, el cierre de esta actividad hubo diferencias entre las dos implementaciones:

ARI8 – Por la administración del tiempo, no hubo espacio para una discusión y cierre *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ARF10 – En el cierre, se les invita a ser conscientes sobre qué estuvieron pensando. Los estudiantes dicen que se divirtieron y que las matemáticas son más de lo que pensaban *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Durante el piloto, no hubo una discusión o un cierre tal cual, por el mal manejo del tiempo de la mediadora. Solo logró decir rápidamente al final en un minuto sobre que matemáticas se trata más sobre procesos de resolución de problemas.

Para la segunda sesión, no hubo una discusión tal cual, pero se retomaron ciertos aspectos en los que se quiere hacer énfasis:

BRP2 - Significado. En el cierre, se propició un diálogo para asegurarse de que estuvieran conscientes que durante la sesión estuvieron haciendo matemáticas, al estar pensando y resolviendo retos. Tratando de transmitir un significado de la matemática como un espacio para pensar *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BRP4 – Aprendizaje. En el cierre, se promovió que fueran conscientes que estuvieron entrenando su habilidad de movimientos sobre el plano: rotación, reflexión y traslación. Y se habló sobre, que en general, entre más entrenen, mejores se van a volver *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Se retomó este significado de la matemática que se propone, que es el principal objetivo de todas estas actividades. Quizás se tendría que hacer un mejor ejercicio de cierre, donde se abra a la discusión de aspectos particulares con respecto a la percepción, pero para esto, para la siguiente iteración se tiene que reformular la introducción y con ello, ajustar esta última parte.

- Fiabilidad

Esta actividad aún tiene varios aspectos que requieren de ajustes:

BRE2 – Implementación: en esta sesión, los dos rubros peor evaluados fueron el tiempo y el dominio del tema. En general, parece ser que las actividades son muy ambiciosas con respecto a los objetivos que se quieren alcanzar en 90 minutos. Por ello, se tiene que hacer una reflexión profunda para todas las actividades propuestas. En cuanto al dominio, quizás el discurso tiene que estar mejor integrado para lograr que los estudiantes se sientan más cómodos con la actividad y sus procesos de pensamiento *(Encuesta, 09 de octubre de 2019).*

Pero en términos generales, se retoma información de las encuestas de salida en la primera iteración, que por un error humano no hubo en el piloto:

BRE1 – En términos generales, la actividad fue bien evaluada por los estudiantes, pues 23 de 25 participantes indicaron que volverían a participar *(Encuesta, 09 de octubre de 2019)*

En esta actividad, se logró justificar a partir de las observaciones las decisiones que se tomaron, se lograron reconocer errores y ajustar puntos concretos. Todo esto se ve reflejado en la guía para el docente.

4.6 Análisis de la actividad "Carrera de caballos"

Esta actividad consta de un juego de dados, que tiene tres versiones, donde los estudiantes irán desarrollando nociones de probabilidad, se puede ver la actividad a detalle en la sección 3.1.2.3 Probabilidad y estadística – Carrera de caballos.

A continuación, se realiza la evaluación del diseño a partir del instrumento que se diseñó, el cual se enfoca en tres aspectos: diseño didáctico, diseño afectivo y condiciones y restricciones.

4.6.1 Diseño didáctico

- De lo concreto

A pesar de no tener bien delimitado el contenido matemático en el cual se quiere hacer énfasis (ver el principio de estructura matemática), el modelo que se está presentando, un fenómeno aleatorio, se observó que tiene el potencial para que los estudiantes empiecen a construir nociones de probabilidad:

ACD2 – Se observa que, para la mayoría de los estudiantes, era la primera vez que realizaba experimentos aleatorios, por lo que quizás, el contenido matemático se deba dejar exploratorio y sin entrar en muchos detalles, para ir desarrollando solo nociones *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

En el pilotó, se observó lo siguiente:

ACD3 – En esta sesión, el mediador empezó primero con teoría y luego el experimento, tiene que ser al revés, para darles oportunidad de desarrollar una idea intuitiva y después dar forma a lo que estuvieron observando *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Un error común cuando se quiere impartir contenido matemático, si se piensa en las clases tradicionales, muchas veces, primero se da la teoría o el algoritmo de cómo funciona y luego se presentan los ejemplos o aplicaciones. Se cometió el mismo error en esta sesión, lo cual no permitió a los estudiantes explorar, observar y analizar primero los experimentos, y una vez que los participantes tuvieron la experiencia, ahora sí, aterrizar y formalizar algunas de las ideas que emergieron. Para la primera iteración, se rectificó en este aspecto:

BCD10 – Fue un acierto no dar teoría e ir concluyendo a partir de la observación y experimentación que hicieron los estudiantes *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

En efecto, tiene mucho más sentido, dejar que los estudiantes hagan estos primeros ejercicios, y vayan desarrollando sus propias intuiciones, y a partir de ahí, trabajar sobre las ideas que van emergiendo.

Por otro lado, la actividad aún no cuenta con un instrumento que permita hacer evidente el pensamiento o los procesos que están llevando a cabo los estudiantes:

ACD6 – Se tienen que pensar en hojas de trabajo ya sea de forma individual o grupal, para ver cómo están pensando los estudiantes y ver qué nivel tienen. Una buena pregunta sería: ¿cuál es el mínimo número de lanzamientos que se tienen que hacer para que un número gane? O, ¿cuál es el máximo número de lanzamientos que tendría el juego más largo? *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BCD3 – Se necesitan hojas de trabajo o algún instrumento de registro, para que se pueda hacer evidente lo que están pensando los estudiantes. Ahora se pueden pensar en elaborar preguntas que empiezan a dar nociones del proceso cognitivo y emocional que está experimentando el estudiante *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Este aspecto, aunque se observó desde el piloto, por cuestiones de tiempo, no se logró hacer una propuesta, queda pendiente para la siguiente iteración.

Aunado a el punto anterior, para lograr responder a la pregunta de que, si la actividad permite refinar el modelo, se tendría que pensar en no hacer las tres versiones del juego en una sola sesión, y dejar que se vayan afianzando y desarrollando las nociones sobre probabilidad de los estudiantes en más sesiones o solo jugando una versión:

ACD10 – Falta que jueguen otra vez después de hacer las cuentas, para saber si modificaron su forma de apostar *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BCD5 – Por cuestiones de tiempo, solo se juega una vez cada versión, ¿se debería de jugar más veces? ¿hacer más sesiones? *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Se tendrá que hacer una sección, donde se presenten propuestas para el profesor de como extender estas actividades y darles formalidad matemática a las ideas que emerjan, como diferencia entre la probabilidad teórica y práctica, la ley de los grandes números.

Por otro lado, se observó que la actividad si tiene el potencial para extender el modelo:

ACF6 – Al final, los estudiantes empiezan a proponer escenarios hipotéticos y discutir sobre las posibles formas de cómo funcionarían *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Y esto se logrará hacer mejor, si al final el mediador logra crear un espacio de socialización de ideas y guiar la discusión en esa dirección. En caso de que no sea posible, una variante puede ser:

BCD9 – Después de leer sobre los principios de diseño de actividades detonadoras de modelos (Lesh y Doerr, 2003), se puede hacer una historia, donde ellos tienen que escribir una carta a alguien que tenga que apostar en la versión tres y aconsejarle cual sería lo más conveniente y porqué *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Lo cual permitirá hacer evidente si los estudiantes se apropiaron del modelo, y son capaces de modificarlo y aplicarlo a una situación en particular, así como seguir desarrollando la habilidad de comunicación de ideas matemáticas.

- De la necesidad (intelectual)

En cada una de las actividades se busca que se genere un interés intrínseco en los estudiantes, esta actividad al tener un fuerte componente de juego es natural, y se logró observar en las dos sesiones:

ACF1 – Por la naturaleza del juego, que tiene que ver con apuestas, hay motivación intrínseca, que no se tiene que trabajar *(Observación, 12 de septiembre de 2019*).

BCF1 – Se confirma que esta actividad tiene una motivación intrínseca, que como mencionamos en la sección de diseño, sólo se tiene que trabajar el marco para direccionarla hacia donde se quiera trabajar con el grupo *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

En un principio, se pensó que se tenía que dar una motivación extra, al ofrecer premio a los ganadores, que se hizo en el piloto, pero se experimentó en la primera iteración suprimirlos, lo que nos confirma que la motivación y necesidad de participar, parece ser totalmente intelectual:

BCF6 – Los estudiantes mostraron interés, motivación y buen manejo de la frustración. En esta actividad usaba premios para los ganadores, en esta ocasión no se mencionaron y no se registró un cambio en la participación *(Observación, 09 de octubre de 2019)*.

Por lo que podemos conjeturar, que no es necesario, que la actividad en sí ya es una motivación suficiente.

Por otro lado, durante el piloto se notó que esta actividad en efecto era la más fácil de implementar:

ACI1 – De las tres actividades que se proponen, esta fue la más fácil de implementar por su fuerte componente de juego. La motivación se propicia de manera natural *(Observación, 12 de septiembre de 2019)*

ACF5 – En general esta actividad fue la que mejor funcionó, pues tiene la motivación y el contenido matemático sin esfuerzo. A los estudiantes les gustó, participaron y por sus respuestas iniciales a las finales, si hubo un aprendizaje sobre estos experimentos y la probabilidad en diferentes escenarios *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Por lo que se pensó que el orden de las actividades era importante, y que esta observación, hizo que se reflexionará sobre el proceso por el cual están pasando los estudiantes cuando se quiere que empiecen a adoptar esta metodología de trabajo. Se ahondará más en este punto en el análisis global (sección 4.7).

En conclusión, esta actividad cumple con el principio de generar una necesidad intelectual, que logra hacer participar a los estudiantes y comprometerse con la actividad.

- De la estructura matemática

En esta actividad no es claro cuáles son las ideas fundamentales que subyacen, dado que el principal objetivo de esta investigación es impactar en el dominio afectivo, pero sí se tiene que trabajar. Con las dos implementaciones, se vislumbró que estructuras matemáticas pueden emerger de forma natural en la implementación de esta actividad en particular:

ACD1 – Contenido: esta actividad aborda tópicos de probabilidad y estadística, que generalmente, junto con la geometría, son los contenidos que los docentes sacrifican dentro del trabajo en el aula. Por lo que no es sorprendente, que la intuición que se observó en esta sesión fuera poca. Los conceptos o ideas que se mencionaron: evento, espacio muestral, probabilidad, fracciones, equiprobables, probabilidad uniforme *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ACD8 – El contenido también puede ir sobre predicción, experimento y comparación *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BCD4 – De los conceptos que se abordaron y sobre los que se puede trabajar para generar el discurso son: noción del concepto de probabilidad, eventos equiprobables, probabilidad uniforme *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Es claro que se tiene que delimitar el contenido matemático en el cual se quiere hacer énfasis, pues la actividad es muy rica en la nociones, conceptos y temas que se pueden abordar.

De los cambios que se implementaron de una sesión a otra, fue suprimir teoría y trabajar con las ideas que fueron surgiendo, a partir de las preguntas de monitoreo que emergieron, se pueden tomar como base para hacer esta delimitación en cuanto a contenido matemático:

BCI5 – Al terminar cada una de las versiones, surgieron las siguientes preguntas de monitoreo:

- ¿Cuántos lanzamientos hicieron?
- ¿Cuál número ganó?
- ¿Creen que fue pura suerte?
- ¿Creen que haya un número más probable que otro? Es decir, ¿tiene la misma posibilidad que salga un dos o un cinco?

Se hizo una reflexión alrededor de estas preguntas después de cada uno de los experimentos, y de manera intuitiva a través de la experimentación, los estudiantes entendieron conceptos de equiprobable y no equiprobable *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

El principio de estructura matemática existe, pero se tiene que trabajar para que sea claro y esté bien aterrizado. Se sugiere que se ajuste a desarrollar el significado de que algo sea probable, y cuando es equiprobable y cuando no equiprobable.

- De la autoevaluación

Este principio es fundamental para lograr que las actividades propuestas sean viables para su implementación dentro de las aulas mexicanas. Esta actividad cumple este principio, pues al ser una actividad colaborativa, entre pares reciben retroalimentación y coevaluación, que suman a la autoevaluación de cada estudiante en su participación:

ACI3 – Cuando las actividades son por equipo, es más fácil para el mediador hacer el monitoreo y dar retroalimentación *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Sin embargo, en esta actividad, en la versión tres del juego, cada equipo en lugar de jugar uno contra otro, al jugar en conjunto contra otros equipos, se suscitó lo siguiente:

ACD9 – Con el tablero tres, se empieza a hacer trampa, al cambiar la dinámica individual a por equipo. Se tiene que cambiar la versión, la forma de trabajo o el material para evitar esta situación.

Por lo que se realizaron algunos ajustes, para evitar la situación:

BCD8 – Dado que, en el piloto, en la versión tres de la actividad los estudiantes se quejaron de que algunos equipos hicieron trampa, en esta ocasión, se decidió usar el pizarrón para llevar un registro, lo cual solucionó el problema, pero se volvió tardado *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BCF5 – En la versión tres, la dinámica cambia en el grupo, por ello se originó la trampa en el piloto, pero en esta ocasión, se controló y funcionó muy bien *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Esta situación, no es claro que en realidad sea una evidencia de que la actividad no cumple el principio de autoevaluación, pero se tiene que pensar que funcione para las aulas mexicanas, el ajuste funcionó, pero se vuelve tardado. Se sigue trabajando en encontrar otra forma de solucionar esta situación.

- Del espacio creado para el juego

Durante el piloto, no se observó que los participantes tuvieran problema en entender las reglas del juego. En la primera iteración no ocurrió así:

BCD2 – En este grupo, hubo una confusión general para entender cuál era la dinámica del juego. Pues se confundían con el número que avanzaba y las posiciones que se avanzan. Se puede pensar en hacer una versión cero, donde no se involucren números, por ejemplo, un dado con 6 colores. Esto también alineado a que, de alguna manera, se está reforzando la preconcepción de que las matemáticas son números y operaciones, ¿se quiere eso? *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Esto se logró disipar con el uso de ejemplos concretos:

BCI3 – Una acción que ayudó a la comprensión de las actividades fue el dar ejemplos concretos de cómo funciona: “si yo lanzó el dado y sale un 6, las ficha que está ubicada en la casilla 6, avanza una posición; si lanzó el dado y sale un 4, las ficha que está ubicada en la casilla 4, avanza una posición. Y así van a continuar hasta que la ficha de alguna de las casillas llegue a la meta” *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Por lo que se infiere, es posible terminar de aclarar las instrucciones de forma relativamente fácil para los estudiantes que así lo requieran.

Para esta actividad, no se requieren prerrequisitos, más que saber contar. Las conclusiones, dependerán del nivel de entrenamiento sobre probabilidad que tengan los estudiantes. Relativo a este punto, se observó:

ACD2 – Para la mayoría de los estudiantes, era la primera vez que realizaba experimentos aleatorios, por lo que quizás, el contenido matemático se deba dejar exploratorio y sin entrar en muchos detalles, para ir desarrollando sólo nociones *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Por lo que se debe tener cuidado en no hacer suposiciones sobre el conocimiento sobre estas nociones de probabilidad, y la siguiente propuesta, se va a enfocar en sólo empezar a crear nociones al respecto, sin intentar formalizar, al menos en esta primera aproximación. Se tiene que aprovechar el ímpetu que provoca en los estudiantes:

ACF1 – Por la naturaleza del juego, que tiene que ver con apuestas, hay motivación intrínseca, que no se tiene que trabajar *(Observación, 12 de septiembre de 2019)*

Hay que recordar que el objetivo de estas actividades es lograr una mejor aceptación de la matemática dentro de las aulas mexicanas, por lo que, se quiere mantener como una experiencia positiva globalmente, sin querer ser muy ambiciosos en cuanto a contenido, por lo que se corrobora la siguiente decisión que se tomó:

BCD10 – Fue un acierto no dar teoría e ir concluyendo a partir de la observación y experimentación que hicieron los estudiantes *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Sin embargo, aún se tiene que acotar y definir mejor, cual contenido y que tanto se quiere comunicar en esta actividad. La cual está pensada para trabajarse de forma colaborativa, sin embargo, como vimos en el principio de autoevaluación, se tiene la siguiente situación:

BCF5 – En la versión tres, la dinámica cambia en el grupo, por ello se originó la trampa en el piloto, pero en esta ocasión, se controló y funcionó muy bien *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

El principio se cumple, sólo se tienen que agregar los ejemplos concretos para que se consolide la claridad de las reglas.

- De la participación/agencia

En busca de que cada uno de los estudiantes puedan participar, la demanda cognitiva de esta actividad es baja y los conocimientos previos que se necesitan son casi nulos:

ACD7 – Es muy accesible a todos, pues no importa su nivel de entrenamiento, todos pueden jugar. Hacen una segunda vuelta algunos equipos del tablero dos *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Durante el piloto, se cometió un error al empezar a hablar de la teoría, antes de que realizarán el experimento:

ACD3 – En esta sesión, el mediador empezó primero con teoría y luego el experimento, tiene que ser al revés, para darles oportunidad de desarrollar una idea intuitiva y después dar forma a lo que estuvieron observando *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Situación que puede impactar en la confianza matemática, sin embargo, se corrigió en la primera iteración.

De igual forma, en el piloto, se usaron fracciones para explicar ciertos conceptos:

ACD4 – En algún momento se requieren fracciones para hacer las cuentas, se tiene que cuidar el discurso para no sacar de la discusión a los estudiantes que no tengan un dominio suficiente de éstas.

En teoría, en ese nivel, todos los estudiantes deberían de tener un buen manejo de los números racionales, sin embargo, la realidad no es esa en muchos de los casos, por lo que se tiene que comunicar de forma intuitiva, para no dejar fuera a los estudiantes que no han logrado dominar este tema.

También se tuvo a un estudiante con alguna discapacidad cognitiva:

BCD7 – En esta sesión se tuvo a un estudiante con discapacidad cognitiva, no se supo de su diagnóstico. En cuanto la accesibilidad de la actividad, no se tuvo que hacer ninguna adaptación para él, aunque hacia las operaciones a menor velocidad que sus compañeros, tenía un equipo que lo apoyaba y era paciente para que él solo lo lograra *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

En esta situación, se observa que los estudiantes ya tienen desarrollada una empatía con este estudiante, y se reforzó con el discurso de la mediadora al enfatizar que son un equipo, que todos piensan a ritmos diferentes y que se tienen que ayudar unos a otros. Por lo cual, con la paciencia y empatía de su equipo de trabajo, el estudiante logró realizar la actividad sin tener que hacer ninguna adaptación.

Se puede concluir, que esta actividad cumple cabalmente el principio de participación/agencia:

ACF2 – Todos los estudiantes participaron, tanto en el juego, como en las sesiones de reflexión sobre los experimentos *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BCF2 – En cuanto a la participación, de igual forma, todos los estudiantes tuvieron acceso a la actividad y participaron. De nuevo, tiene que ver con el fuerte componente lúdico y la demanda mínima de conocimientos previos *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

4.6.2 Diseño afectivo

Este trabajo quiere lograr impactar en el dominio afectivo de tal forma que se logre propiciar afectos conducentes a una mejor aceptación de la matemática en los estudiantes mexicanos de primero de secundaria. Se ha decidido enfocar los resultados en las tres estructuras esenciales que propone Goldin (2004).

- Integridad matemática

Durante las dos sesiones de la actividad, los estudiantes participaron y mostraron interés en participar en las tres versiones del juego que se les presentaron. En cuanto a su postura con respecto a la actividad, al no ser la principal prioridad el contenido cognitivo, no se logró apreciar si los estudiantes realmente estaban jugando por encontrar patrones o discutir resultados. Pero se cree pertinente, sugerir al docente a realizar sesiones repetidas, para que los estudiantes vayan desarrollando su intuición y vayan encontrando los patrones dentro de los experimentos aleatorios:

ACD10 – Falta que jueguen otra vez después de hacer las cuentas, para saber si modificaron su forma de apostar *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BCD5 – Por cuestiones de tiempo, sólo se juega una vez cada versión, ¿se debería de jugar más veces? ¿hacer más sesiones? *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Sin embargo, cuando sí se permitió jugar a algunos equipos por segunda vez, parece que los estudiantes, aunque no es claro sí juegan para conocer el resultado, sí se puede apreciar que están desarrollando cierta intuición:

BCD6 – Cuando se permitió a los estudiantes jugar una segunda vez sobre la versión dos, después de hacer la reflexión sobre los resultados del primer experimento, los estudiantes empezaron a pelear por apostar al número uno, quizás aquí en la hoja de trabajo, se podría poner una pregunta después de la explicación, ¿por cuál caballo apostarían y por qué? *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Por otro lado, como se vio en el principio De lo concreto, los estudiantes empiezan a refinar el modelo que se les propone:

ACF6 – Al final, los estudiantes empiezan a proponer escenarios hipotéticos y discutir sobre las posibles formas de cómo funcionarían *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Lo cual indica que esta actividad tiene el potencial de impactar en el desarrollo de la integridad matemática de los estudiantes, pues están jugando y yendo ya un paso más allá, para saber por qué y cómo funciona.

Lo que se observó se mantiene en congruencia sobre lo que la teoría acerca del juego como recurso en el aula dice, de despertar el interés cognitivo a través de él, y más adelante, después de la repetición, lograr extender las actividades y darles la formalidad matemática a las ideas que emerjan.

De estas dos iteraciones, se sugiere que, para la próxima, se considere poner atención en cómo se quiere direccionar esta motivación que se tiene naturalmente, y una propuesta interesante para saber que tanto se está impactando dentro de la Integridad Matemática, es tomar el tema de las apuestas y ver que tanto se comprometieron a entender el por qué.

BCD9 – Después de leer sobre los principios de diseño de actividades detonadoras de modelos, se puede hacer una historia, donde ellos tienen que escribir una carta a alguien que tenga que apostar en la versión tres y aconsejarle cual sería lo más conveniente y porqué *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Este tipo de redacción ayudaría a vislumbrar cual fue el proceso de pensamiento de los estudiantes y a qué conclusiones llegaron después de realizar los experimentos.

- Identidad matemática propia

Se empieza a vislumbrar que puede existir una relación entre el principio de participación/agencia con la estructura de identidad matemática propia. Se puede conjeturar, que en cuanto mayor es el rango de estudiantes que tiene acceso a la actividad, como esta, debido a su fuerte componente lúdico, parece tener un impacto en esta estructura de forma positiva:

ACD7 – Es muy accesible a todos, pues no importa su nivel de entrenamiento, todos pueden jugar. Hacen una segunda vuelta algunos equipos del tablero dos *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BCF2 – En cuanto a la participación, de igual forma, todos los estudiantes tuvieron acceso a la actividad y participaron. De nuevo, tiene que ver con el fuerte componente lúdico y la demanda mínima de conocimientos previos *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Poder participar de lleno en la actividad es un requisito necesario, pero no suficiente. Sin embargo, nos da al menos un escenario donde ya se puede empezar a crear, desarrollar o fortalecer la confianza matemática en los estudiantes. Se tiene que poner atención en el discurso, pues de ello dependerá si la experiencia terminará siendo negativa o positiva para algunos estudiantes. Por ejemplo, en el piloto, hubo momentos en que el mediador pudo haber incidido en cómo sería la experiencia para algunos estudiantes:

ACD4 – En algún momento se requieren fracciones para hacer las cuentas, se tiene que cuidar el discurso para no sacar de la discusión a los estudiantes que no tengan un dominio suficiente de éstas *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

En esta situación, sí hab Además de tener en cuenta la importancia del dominio afectivo de los estudiantes al hacer matemáticas, y los momentos clave para orquestar una clase generadora de discusiones productivas que serán fundamentadas para apoyar al profesor.ía estudiantes que no dominaban el concepto de fracciones o ya tenían un bloqueo emocional hacia ellas, probablemente en esta parte los estudiantes empezaron a perder confianza en ellos mismos e interés en la actividad. Por lo que será importante, para su uso en el salón de clases, que los docentes adapten el discurso a los conocimientos de sus estudiantes. Por otro lado, tenemos acciones del mediador durante el desarrollo de la actividad que fortalecen la confianza en los estudiantes y les incita a seguir adelante:

ACI4 – Algunas de las acciones del mediador ayudan a que los estudiantes vayan desarrollando su confianza, por ejemplo: les dice constantemente que no deben tener miedo a equivocarse, que, si se equivocan, no pasa nada *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Estas acciones, están en sintonía con la teoría de mentalidad en crecimiento, aunque no se tuvo en cuenta conscientemente para el diseño inicial de las actividades.

Ahora sólo son especulaciones sobre lo que pasó en los procesos afectivos y cognitivos de los estudiantes, una futura investigación podría ser: realizar observaciones individuales con el objetivo de registrar caminos afectivos, tomando en cuenta los momentos donde estas dos situaciones ocurren y ver cómo impacta a los estudiantes.

Esta estructura afectiva, también parece tener una relación fuerte con la motivación o falta de ella, que hace que los estudiantes quieran o no participar en la actividad que se propone. Por lo que, también está relacionada con el principio de la necesidad (intelectual) y en este caso, se construyó para que se generará un vínculo con el principio de Del espacio creado para el juego.

Como vimos en los dos principios mencionados, tenemos una motivación intrínseca, que se infiere es producto por el fuerte componente de juego, y que, en este caso particular, son apuestas, donde el componente de azar, como humanos, siempre nos ha llamado la atención:

ACI1 – De las tres actividades que se proponen, esta fue la más fácil de implementar por su fuerte componente de juego. La motivación fue natural *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ACF1 – Por la naturaleza del juego, que tiene que ver con apuestas, hay motivación intrínseca, que no se tiene que trabajar *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ACD5 – Un tema que salió por la naturaleza del juego es las apuestas, una manera de manejarlo sin que se salga de control, es hablar un poco sobre la historia de cómo nació la probabilidad y conectarlo con la lotería. Así, poder concluir de las desventajas de las apuestas *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Algo que se quiere destacar, es que, en la primera iteración, se eliminaron los premios, en este caso dulces, que se ponían en juego durante las carreras, para dar una motivación extrínseca y quisieran jugar:

BCF6 – Los estudiantes mostraron interés, motivación y buen manejo de la frustración. En esta actividad usaba premios para los ganadores, en esta ocasión no se mencionaron y no se registró un cambio en la participación (Observación, 09 de octubre de 2019).

Este experimento, resultó que, en esta sesión, no se notó que hubiera un cambio en el nivel de motivación o participación por parte de los estudiantes. Por lo que podemos conjeturar, que en efecto la motivación va más allá de poder ganar algo, y más sobre querer vivir la experiencia del juego.

Otro aspecto importante que se logró observar en ambas sesiones fue que esta actividad ayuda a entrenar la autorregulación de emociones, resolución de conflictos, empatía y respeto por los compañeros, manejo de la frustración, es decir, es una actividad rica en entrenamiento socio emocional, en particular lo que tiene que ver con esta estructura:

ACF3 – Hay cambios en las emociones constantes, pues al ganar o perder, van de mucha felicidad a mucha decepción o tristeza. Y también se observó enojo y frustración, pero dentro del mismo equipo lograron resolver sus conflictos, pues el mediador no tuvo que intervenir ni una sola vez para este tipo de cuestiones *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ACF4 – El juego y las apuestas, hacen que las emociones se puedan observar mejor, y en esta actividad, si se quiere profundizar en el estudio del manejo de emociones de forma individual, sería una excelente actividad para empezar *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BCF3 – En esta actividad, notamos que a los estudiantes les cuesta regular sus emociones cuando ganan o pierden, muchos gritan. Es parte del juego, no sé si se pueden tomar medidas al respecto, para no importunar a otros salones por el ruido *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BCF4 – Una situación que emergió y no estaba contemplada, fueron los conflictos internos en cada uno de los grupos. En estas dos iteraciones, se les dejó que ellos encontraran soluciones. Se considera que es un buen ejercicio de regulación de emociones y que descubran o entrenen sus estrategias de resolución de conflictos. Como son considerablemente más estudiantes, el ruido se incrementó de forma significativa *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Podemos concluir, que esta actividad tiene un gran potencial para impactar en la estructura afectiva de la identidad matemática propia. Claro que lograr que la experiencia sea globalmente positiva, como se ha indicado en reiteradas ocasiones, que el mediador jugará un papel importante. Ahora, se retoman los registros de preguntas guía que hizo el mediador para saber cómo los estudiantes perciben las matemáticas.

Desafortunadamente, como se mencionó en las dos actividades anteriores, se perdió información en la iteración uno, al suprimir casi por completo el discurso de introducción.

BCD1 – Se suprimió el discurso inicial en todas las actividades, por miedo a caer en la predicación y predisponer a los estudiantes a la percepción que queremos que tengan, sin dar espacio a que la desarrollen ellos mismos. En consecuencia, también se suprimió el recabar información sobre distintos aspectos de percepción sobre la matemática. *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Antes de empezar con lo observado, se propone para los ajustes pensar en un hilo conductor, que introduzca la actividad sin que sea en afán de predicar sobre la matemática. Se transitó de un extremo a otro, y se tiene que encontrar un punto intermedio. En este caso se puede dar una breve introducción sobre la historia de la probabilidad y las apuestas, contar una historia, hacer una pregunta que deje pensando a los participantes y al final, volver a hacer la pregunta, pero ahora con el conocimiento matemático.

A continuación, se analiza lo del piloto y lo que se logró apreciar en la iteración uno durante las actividades referente a la percepción de los estudiantes:

ACP1 – Afectos. El mediador, durante la introducción, pregunta: ¿A quién no le gustan? nadie levanta la mano. ¿A quién si le gustan? Se aprecian al menos 12 estudiantes que levantan la mano *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ACP4 – Afectos. El mediador, durante la introducción, pregunta: ¿qué sienten cuando escuchan la palabra matemáticas? Los estudiantes respondieron: problemas, miedo, felicidad, angustia (porque no me sé las tablas), frustración, emoción *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Hay que tomar en cuenta que durante esta sesión participaron 16 estudiantes y para el grupo piloto, esta fue la tercera y última actividad que experimentaron. Por lo que se observa ya un gran porcentaje de aceptación (aunque no sea fiable), y los estudiantes empiezan a responder de alguna forma más sincera sobre cómo se sienten con respecto a la palabra matemáticas. Un punto que rescatar de los afectos que se registran de lo que sienten los estudiantes, es la ausencia de la palabras difícil y aburrido. Con estas respuestas, es un terreno favorable con el cual se puede trabajar, pues todos estos afectos no necesariamente tienen una connotación negativa, pero se tiene que lograr regular. En las encuestas de salida, se pudo corroborar que se están despertando afectos que se buscan para que la experiencia sea positiva globalmente:

ACE4 – Afectos: Se registraron emociones que se buscan despertar en este taller, y en cuanto a este sentido, la parte socio emocional, parece que se está yendo en la dirección que se quería, pues los estudiantes reportaron sentir: curiosidad, emoción, felicidad, sorpresa y estrés *(Encuesta, 12 de septiembre de 2019).*

BCE4 – Afectos: respecto al ámbito socioemocional, se aprecia un movimiento de avance, dado que los estudiantes informaron que sintieron: estrés, cansancio, desesperación; y se registró una que se tiene que manejar para que no desemboque ese camino afectivo en una experiencia negativa: enojo *(Encuesta, 09 de octubre de 2019).*

Un aspecto que se tiene que repensar para esta actividad en particular, es que de alguna manera se está reforzando la existencia de operaciones y números en las matemáticas. Que, en un principio, justo se quería evitar:

BCD2 – En este grupo, hubo una confusión general para entender cuál era la dinámica del juego. Pues se confundían con el número que avanzaba y las posiciones que se avanzan. Se puede pensar en hacer una versión cero, donde no se involucren números, por ejemplo, un dado con 6 colores. Esto también alineado a que de alguna manera se está reforzando la preconcepción de que las matemáticas son números y operaciones, ¿se quiere eso? *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Pero ahora, haciendo la retrospección, ¿no es mejor integrar las dos visiones? Es decir, más que querer cambiar, intentar extender la concepción que ya tienen, como un mensaje de: ¡sí, las matemáticas son todo esto que dicen, pero no sólo eso, hay más! Se tiene que ahondar en este punto, y socializar la reflexión con colegas para saber cómo realizar este ajuste.

En la misma dirección del punto anterior, el mediador si intentó hacer esta integración sobre herramientas, ideas, conceptos matemáticos, pero faltó un último paso para lograr aterrizar y hacer accesible esta idea:

ACP6 – Utilidad. El mediador, cuando está haciendo la transición de la introducción a la presentación de la actividad, habla sobre como él concibe los conocimientos adquiridos en la escuela como operaciones, fracciones, etc. como herramientas que te ayudan a resolver problemas, pero no da ejemplos concretos. Sí menciona que la actividad de hoy se trata de una herramienta llamada probabilidad *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Por lo que, con la recomendación del hilo conductor, anclado quizás a la historia de la rama, se tiene que terminar de fortalecer con ejemplos más concretos y contextualizados para el público objetivo con el cual se trabaja.

Al final, un mensaje importante que parece que se comunica con esta actividad es:

BCD11 – Durante el cierre, se preguntó: ¿qué tiene que ver esto con matemáticas? La conclusión fue: “hasta para apostar se necesita pensar” *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BCP2 – Desde el discurso, sólo en el cierre se mencionó que los experimentos que se hicieron son matemáticos. Y se abordó la utilidad y significado, al decir que hasta para apostar se tiene que pensar *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Lo cual refuerza, que, en efecto, las matemáticas están en todos lados.

- Intimidad matemática

En esta estructura, que tiene que ver directamente con los afectos que la experiencia está teniendo sobre los estudiantes. Para lograr empezar a cambiar percepciones y mejorar la aceptación de la matemática, se debe tener mucho cuidado en cómo se maneja la frustración dentro de la actividad. Como se abordó en el punto anterior, esta actividad ayuda mucho a la autorregulación de emociones, y en ocasiones esto será un proceso ruidoso:

BCF3 – En esta actividad, notamos que a los estudiantes les cuesta regular sus emociones cuando ganan o pierden, muchos gritan. Es parte del juego, no sé si se pueden tomar medidas al respecto, para no importunar a otros salones por el ruido *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BCF4 – Una situación que emergió y no estaba contemplada, fueron los conflictos internos en cada uno de los grupos. En estas dos iteraciones, se les dejó que ellos encontraran soluciones. Se considera que es un buen ejercicio de regulación de emociones y que descubran o entrenen sus estrategias de resolución de conflictos. Como son considerablemente más estudiantes, el ruido sí creció de forma significativa *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Pero se infiere que exista este ruido, que no es un ruido ajeno a la actividad, lo cual nos indica que los estudiantes sí logran quedar inmersos en la tarea que se les asigna, por lo tanto, esta actividad sí tiene el potencial de impactar en la estructura de intimidad matemática, pues los estudiantes, quedan absortos en la tarea, tanto que quizás olvidan que están trabajando.

En general, se puede concluir que esta actividad, por lo observado en ambas sesiones, sí tiene la capacidad de globalmente ser considerada como una experiencia positiva y, en consecuencia, impactar de forma positiva en la intimidad matemática de forma individual y grupal:

ACI1 – De las tres actividades que se proponen, esta fue la más fácil de implementar por su fuerte componente de juego. La motivación fue natural *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ACF2 – Todos los estudiantes participaron, tanto en el juego, como en las sesiones de reflexión sobre los experimentos *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BCF1 – Se confirma que esta actividad tiene una motivación intrínseca, que como mencionamos en la sección de diseño, solo se tiene que trabajar el marco para direccionarla hacia donde se quiera trabajar con el grupo *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

4.6.3 Condiciones y restricciones

Esta sección de la evaluación se enfoca en los alcances y limitaciones de cada una de las actividades.

- Replicabilidad

Material. Para realizar esta actividad los materiales son fáciles de conseguir, o se puede adaptar a casi cualquier entorno. Se requiere tener tres tableros, que se pueden imprimir de las planillas del “Guía para profesor” o se pueden pintar en cualquier hoja, en el pizarrón o incluso en alguna área de recreo de la escuela. En cuanto a las fichas, puede ser cualquier objeto, desde frijoles, tapas o cualquier cosa que se los ocurra que puedan cumplir con llevar el registro. Los dados, pueden ser construidos mediante papiroflexia modular, pero generalmente las escuelas tienen ese material disponible.

Costo. Si se quiere hacer material que se pueda reutilizar y duradero, el costo dependerá del material del cual se quiera construir. Si no se cuenta con presupuesto, se puede usar la versión de sólo papel y lápiz/plumón, donde el costo es mínimo.

Tecnología. La actividad no depende de recursos tecnológicos, por lo que se puede adaptar a todos los contextos.

Grupos numerosos. Esta actividad está pensada para que se implemente de forma colaborativa y tiene un fuerte componente de juego, y cumple con el principio de autoevaluación, por lo que la necesidad de retroalimentación es menor, comparada con las otras dos actividades y el monitoreo, al estar en equipos, también no es una actividad compleja. Lo que sí se observó, es que el ruido es un elemento que se tiene que tomar en cuenta para su implementación.

Capacidad de adaptación a diferentes niveles de conocimiento. Al ser un experimento aleatorio centrado en el juego, cumple con el principio de participación/agencia, es decir, los conocimientos previos para poder acceder son mínimos, incluso, cuando se tuvo la situación de que uno de los estudiantes tiene una discapacidad cognitiva:

BCD7 – En esta sesión se tuvo a un estudiante con barreras para el aprendizaje, no se supo de su diagnóstico. En cuanto la accesibilidad de la actividad, no se tuvo que hacer ninguna adaptación para él, aunque hacia las operaciones a menor velocidad que sus compañeros, tenía un equipo que lo apoyaba y era paciente para que él solo lo lograra *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

No se tuvo que hacer ninguna adaptación, hasta ahora, parece indicar que posee una gran adaptación a diferentes niveles de conocimiento.

- Capacidad de generalización

Guía de trabajo para el docente. Después del trabajo de campo, se hicieron ajustes para la guía del docente con lo observado. No se ha hecho un piloto con docentes, pero en teoría está escrita para que cualquiera que esté interesado, pueda replicar las actividades, sin tener una especialización en matemáticas

Recursos digitales. Aun no se cuenta con recursos digitales, por ahora el único apoyo que se brinda es por medio del correo electrónico y la página en la red social Facebook “Telesecundarias México – Recursos, discusión y apoyo”

- Utilidad

Esta actividad tiene como propósito impactar en el dominio afectivo de los estudiantes de forma que se tenga una mejor aceptación de la matemática dentro del salón de clases. Como se expone tanto en el diseño didáctico, como en el afectivo, al menos en las dos sesiones que se llevaron a cabo, parece indicar que sí se cumple con el objetivo que se persigue.

La rama de las matemáticas que aborda esta actividad, aunque está considerada en los planes de estudio del Sistema de Educación Mexicano, por lo que ha observado la investigadora a partir de su experiencia, es un contenido que se trabaja poco, y no es raro que esta experiencia sea de las primeras veces que los estudiantes experimentan con fenómenos aleatorios, lo cual ayuda a los elementos de la sorpresa y curiosidad:

ACD2 – Se observa que, para la mayoría de los estudiantes, era la primera vez que realizaba experimentos aleatorios, por lo que quizás, el contenido matemático se deba dejar exploratorio y sin entrar en muchos detalles, para ir desarrollando sólo nociones *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ACD5 – Un tema que salió por la naturaleza del juego es las apuestas, una manera de manejarlo sin que se salga de control, es hablar un poco sobre la historia de cómo nació la probabilidad y conectarlo con la lotería. Así, poder concluir con algunas de las desventajas de las apuestas *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Por otro lado, como se vio en el diseño afectivo, es una actividad que ayuda a crear o entrenar la autorregulación emocional, tanto individual como en conjunto. Durante estas sesiones se pudo observar que, dentro del aula, se experimentó: decepción, felicidad, enojo, tristeza, frustración:

ACF3 – Hay cambios constantes en las emociones, pues al ganar o perder, van de mucha felicidad a mucha decepción o tristeza. También, se observó enojo y frustración, pero dentro del mismo equipo lograron resolver sus conflictos, pues el mediador no tuvo que intervenir ni una sola vez para este tipo de cuestiones *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ACF4 – El juego y las apuestas, hacen que las emociones se puedan observar mejor, y en esta actividad, si se quiere profundizar en el estudio del manejo de emociones de forma individual, sería una excelente opción para empezar *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Se requiere del apoyo del mediador, cuando es necesario para poder guiar las discusiones y el manejo de la frustración:

ACP1 – Afectos. El mediador, durante la introducción, pregunta: ¿A quién no le gustan [las matemáticas]? nadie levanta la mano. ¿A quién sí le gustan? Se aprecian al menos 12 estudiantes que levantan la mano *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

ACP2 – Durante la introducción, el mediador los hace reflexionar sobre el tiempo que llevan estudiando matemáticas, y los hace conscientes de que ha sido más de la mitad de su vida *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BCD11 – Durante el cierre, se preguntó: ¿qué tiene que ver esto con matemáticas? La conclusión fue: “hasta para apostar se necesita pensar” *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BCF4 – Una situación que emergió y no estaba contemplada, fueron los conflictos internos en cada uno de los grupos. En estas dos iteraciones, se les dejó que ellos encontraran soluciones. Se considera que es un buen ejercicio de regulación de emociones y que descubran o entrenen sus estrategias de resolución de conflictos. Como son considerablemente más estudiantes, el ruido sí creció de forma significativa *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

BCP2 – Desde el discurso, sólo en el cierre se mencionó que los experimentos que se hicieron son matemáticos. Y se abordó la utilidad y significado, al decir que hasta para apostar se tiene que pensar *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

De lo observado en las dos sesiones de esta actividad, se puede decir que cuenta con el potencial de:

- Generar interés y curiosidad por el juego.
- Desarrollar o fortalecer la confianza en ellos mismos durante su quehacer matemático.
- Autorregular sus emociones, entrenando sus estrategias de resolución de conflictos, enfrentando la frustración y su actitud hacia ella.

En conjunto, esta actividad es útil para que, sí se empiece a trabajar el terreno, de una forma distinta, para el desarrollo socioemocional que se experimenta en el proceso de resolución de problemas.

- Andamiaje instruccional

Esta condición tiene más importancia de lo que se creyó antes del trabajo de campo, pues juega un papel fundamental para que la actividad sea o no exitosa. Al querer que sea una actividad centrada en el estudiante, se tiene que trabajar una metodología de trabajo diferente a un modelo expositivo, lo cual puede ser complejo, incluso para las personas que se dedican a impartir actividades de este tipo. Las características generales se revisan a detalle en la sección 4.7 Análisis global, pero a continuación, se revisa lo que emergió y requiere ajuste para esta actividad en particular.

Dentro de lo que se observó en las dos sesiones, las recomendaciones que emergieron para incorporar en la guía para el docente son:

Introducción

Durante el piloto se observó lo siguiente:

ACD3 – En esta sesión, el mediador empezó primero con teoría y luego el experimento, tiene que ser al revés, para darles oportunidad de desarrollar una idea intuitiva y después dar forma a lo que estuvieron observando *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Un ajuste que se hizo para la primera iteración, fue hacerlo al revés, como marcan las teorías de Dienes (1960) y Piaget (1977), sobre ir de lo concreto a lo abstracto, donde se tiene que ir más bien de la experimentación en dirección a formalizar matemáticamente:

BCD10 – Fue un acierto no dar teoría e ir concluyendo a partir de la observación y experimentación que hicieron los estudiantes *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Aun se tienen que hacer ajuste en cuanto al contenido matemático, como se vio en el diseño didáctico. Pero para ser congruentes con las teorías que dan soporte teórico a la pertinencia del uso de material lúdico, este ajuste fue pertinente.

Por otro lado, en el inicio, se suprimió la indagación sobre los afectos que tienes los estudiantes con respecto a la matemática:

BCD1 – Se suprimió el discurso inicial en todas las actividades, por miedo a caer en la predicación y predisponer a los estudiantes a la percepción que queremos que tengan, sin dar espacio a que la desarrollen ellos mismos. En consecuencia, también se suprimió el recabar información sobre distintos aspectos de percepción sobre la matemática.

Esta situación, se presentó en las tres actividades, y no se puede ir de un extremo a otro. Por lo que, para la siguiente iteración, se proponen los siguientes ajustes:

- Se tiene que recuperar la indagación inicial, aunque sea breve, para ayudar al docente a llevar un registro sobre si la percepción y los afectos de los estudiantes van cambiando y cómo.

Anticipación

En cuanto a las estrategias que se anticiparon, como no se tiene aún muy claro sobre el contenido matemático que se quiere que se trabaje, no se anticiparon realmente escenarios en cuanto al contenido matemático, pero hay cosas a considerar, por ejemplo:

ACD4 – En algún momento se requieren fracciones para hacer las cuentas, se tiene que cuidar el discurso para no sacar de la discusión a los estudiantes que no tengan un dominio suficiente de éstas *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Es deseable que el docente, sepa de antemano los conocimientos que poseen sus estudiantes, para no caer en este error que pasó en el piloto, pues al menos en esa parte, se perdió a una parte de los ellos.

Otra situación que se debe anticipar, y que se sabía, pero no se hizo consciente a la hora de organizar la sesión, fue que esta actividad genera reacciones inmediatas a emociones que están en constante cambio, lo que genera mucho ruido:

BCF3 – En esta actividad, notamos que a los estudiantes les cuesta regular sus emociones cuando ganan o pierden, muchos gritan. Es parte del juego, no sé si se pueden tomar medidas al respecto, para no importunar a otros salones por el ruido *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Para ello, lo que se recomienda es tomar en cuenta el espacio donde se va a llevar a cabo, para no entorpecer o invadir el espacio de otros grupos mientras se lleva a cabo la sesión.

Monitoreo

En general, en las tres actividades, esta es la parte crucial de la actividad, pues del monitoreo depende perder el interés y la participación de la menor cantidad de estudiantes. Este aspecto, aunque se tenía pensado, antes del trabajo de campo, no se había comprendido hasta qué punto es esencial para el éxito. Se observaron dos aspectos centrales en esta práctica: los recorridos y las preguntas de monitoreo, a continuación, se revisa a detalle lo que se observó.

Los recorridos

Esta actividad, al ser colaborativa, fue la más fácil de monitorear desde el principio:

ACI3 – Cuando las actividades son por equipo, es más fácil para el mediador hacer el monitoreo y dar retroalimentación *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Una vez que se identificó la importancia de los recorridos sistemáticos, y que se tengan presente durante la implementación, se fortalece esta práctica y se espera que en cada iteración el dominio vaya incrementando:

BCI2 – Fue fundamental el dar recorridos sistemáticos durante toda la actividad, se tiene que hacer un énfasis en que de esto depende el éxito de cada una de las actividades que se proponen *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Por otro lado, otra vez, al no tener bien delimitado el contenido matemático, es complejo realizar retroalimentación, no es evidente el proceso cognitivo por parte de los estudiantes, ¿pero se quiere eso?

ACD6 – Se tienen que pensar en hojas de trabajo ya sea de forma individual o grupal, para ver cómo están pensando los estudiantes y ver qué nivel tienen. Una buena pregunta sería: ¿cuál es el mínimo número de lanzamientos que se tienen que hacer para que un número gane? O, ¿cuál es el máximo número de lanzamientos que tendría el juego más largo? *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

BCD3 – Se necesitan hojas de trabajo o algún instrumento de registro, para que se pueda hacer evidente lo que están pensando los estudiantes. Ahora se pueden pensar en elaborar preguntas que empiezan a dar nociones del proceso cognitivo y emocional que está experimentando el estudiante *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Quizás más que imponer un contenido delimitado, se puede tomar esta propuesta en futuras iteraciones, de forma exploratoria y tener una mejor idea de en qué se está fijando los estudiantes y qué les emociona:

BCD9 – Después de leer sobre los principios de diseño de actividades detonadoras de modelos, se puede hacer una historia, donde ellos tienen que escribir una carta a alguien que tenga que apostar en la versión tres y aconsejarle cual sería lo más conveniente y porqué *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

En cuanto a los recorridos, por cada versión que se presentan, se tienen que hacer tres tipos de recorrido:

Un primer recorrido para asegurarse que se entienden las reglas de la versión, en la segunda implementación, lo que ayudó a disipar dudas fue lo siguiente:

BCI3 – Una acción que ayudó a la comprensión de las actividades fue el dar ejemplos concretos de cómo funciona: “si yo lanzó el dado y sale un 6, las ficha que está ubicada en la casilla 6, avanza una posición; si lanzó el dado y sale un 4, las ficha que está ubicada en la casilla 4, avanza una posición. Y así van a continuar hasta que la ficha de alguna de las casillas llegue a la meta”. *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Y un segundo recorrido, cuando se esté desarrollando la actividad. Para que el mediador se integre mejor a como están trabajando los estudiantes, algo que funcionó fue lo siguiente:

BCI4 – Al ser una actividad colaborativa, se propone hacer equipos de 5 o 6 integrantes. En los equipos de 5 integrantes, en la versión 1 y 2, sobra un número, la manera en que se resolvió, fue que la casa tenga ese número, es decir el mediador, eso permite que los estudiantes estén informando sobre cómo va el experimento y ser parte de la actividad *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Situación, que también permite saber qué tipo de ideas están emergiendo, para empezar a pensar en la secuenciación, que dará estructura a la discusión. Y se termina con un tercer recorrido, donde se va preguntando los resultados y haciendo una pregunta en la que pensar que puede ser la guía de la discusión.

Las preguntas

La guía para el docente, cada actividad tiene una sección que se llama, preguntas de monitoreo, por lo que cada iteración nos ayuda a ajustar, modificar o eliminar preguntas que ayuden al estudiante a reflexionar sobre su proceso de resolución de problemas, mantener el interés y manejar la frustración. Durante estas dos sesiones, se observó lo siguiente:
BCI5 – Al terminar cada una de las versiones, surgieron las siguientes preguntas de monitoreo:

- ¿Cuántos lanzamientos hicieron?
- ¿Cuál número ganó?
- ¿Creen que fue pura suerte?

- ¿Creen que haya un número más probable que otro? Es decir, ¿tiene la misma posibilidad que salga un dos a un cinco?

Se hizo una reflexión alrededor de estas preguntas después de cada uno de los experimentos, y de manera intuitiva a través de la experimentación, los estudiantes entendieron conceptos de equiprobable y no equiprobable.

Esta observación, ayuda mucho a dar una propuesta de por donde delimitar la estructura matemática subyacente que emergió en la iteración uno. Y estas preguntas se incluirán en la guía para el docente.

Discusión

Esta actividad al tener tres versiones, en los momentos de transición entre cada versión, se tiene que dar tiempo para, si no realizar una discusión profunda, sí invitar a reflexionar sobre lo que se va observando, esto se tiene que trabajar, pero se logró observar en el piloto, que los estudiantes participan activamente:

ACF2 – Todos los estudiantes participaron, tanto en el juego, como en las sesiones de reflexión sobre los experimentos *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Y no sólo eso, como se vio en el principio de lo concreto, empiezan a extender el modelo que se les propone durante la discusión final:

ACF6 – Al final, los estudiantes empiezan a proponer escenarios hipotéticos y discutir sobre las posibles formas de cómo funcionarían *(Observación, 12 de septiembre de 2019).*

Cierre

Tanto la introducción como el cierre se tienen que seguir ajustando, para llegar a un punto medio de lo que se tiene, y que esté mejor integrado con toda la actividad, que como ya se vio, es muy rica en casi todos los aspectos de diseño, pero de lo que se rescata de estas dos sesiones es:

BCD11 – Durante el cierre, se preguntó: ¿qué tiene que ver esto con matemáticas? La conclusión fue: “hasta para apostar se necesita pensar” *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Esto refuerza la concepción que hay matemáticas en lugares insospechados, y se propone, usar la historia de cómo nació la probabilidad, para dar un ejemplo de un caso particular. Por otro lado, quizás es deseable hacer énfasis en que lo que están haciendo son matemáticas:

BCP2 – Desde el discurso, sólo en el cierre se mencionó que los experimentos que se hicieron son matemáticos. Y se abordó la utilidad y significado, al decir que hasta para apostar se tiene que pensar *(Observación, 09 de octubre de 2019).*

Y que se vaya cambiando de ser necesario o extendiendo la percepción que se tiene de las matemáticas.

- Fiabilidad

Esta actividad aún tiene varios aspectos que requieren de ajustes:

ACE2 – Implementación: el material es un éxito, fue el rubro mejor evaluado; la organización, tiempo, dominio del tema, presentación y el desafío se tienen que revisar para que mejorar, pero funcionan razonablemente bien. *(Encuesta, 12 de septiembre de 2019).*

BCE2 – Implementación: en esta sesión, hubo rubros que no fueron evaluados como regulares, se tiene que dar una revisada al desafío, la presentación, el dominio y el tiempo *(Encuesta, 09 de octubre de 2019).*
BCE3 – Diseño: al parecer en este grupo, algunos pensaron que el tiempo no fue suficiente, se tiene que pensar cómo plantearlo de forma que, si se implementa, se tomen en cuenta otras sesiones con la misma actividad *(Encuesta, 09 de octubre de 2019).*

Pero en términos generales, se retoma información de las encuestas de salida:

ACE1 – La actividad fue bien evaluada por los estudiantes, pues todos indicaron que volverían a participar en una actividad similar en la encuesta de salida *(Encuesta, 12 de septiembre de 2019).*

BCE1 – La actividad fue bien evaluada por los estudiantes, pues 24 de 26 participantes indicaron que volverían a participar en una actividad similar en la encuesta de salida *(Encuesta, 09 de octubre de 2019).*

En esta actividad, se logró justificar a partir de las observaciones las decisiones que se tomaron, se lograron reconocer errores y ajustar puntos concretos. Todo esto se ve reflejado en la guía para el docente

4.7 Análisis global

A partir de la evaluación y el análisis de cada una de las actividades, se han logrado encontrar áreas de oportunidad generales, que dan dirección de por donde se quiere ajustar para la mejora de esta propuesta que se está diseñando bajo este marco teórico de diseño. Se delimitaron estas recomendaciones generales en dos rubros: Diseño e Implementación.

4.7.1 Diseño

El diseño se trabajó en dos dimensiones, la parte socio emocional y la parte didáctica. Después del análisis, se logra encontrar una posible forma de cómo los principios de diseño didáctico están conectados con las estructuras afectivas sobre la cual basamos la evaluación de las actividades. A continuación, se presenta un mapa conceptual de esta primera propuesta y las recomendaciones generales que se hacen para mejorar la propuesta de diseño.

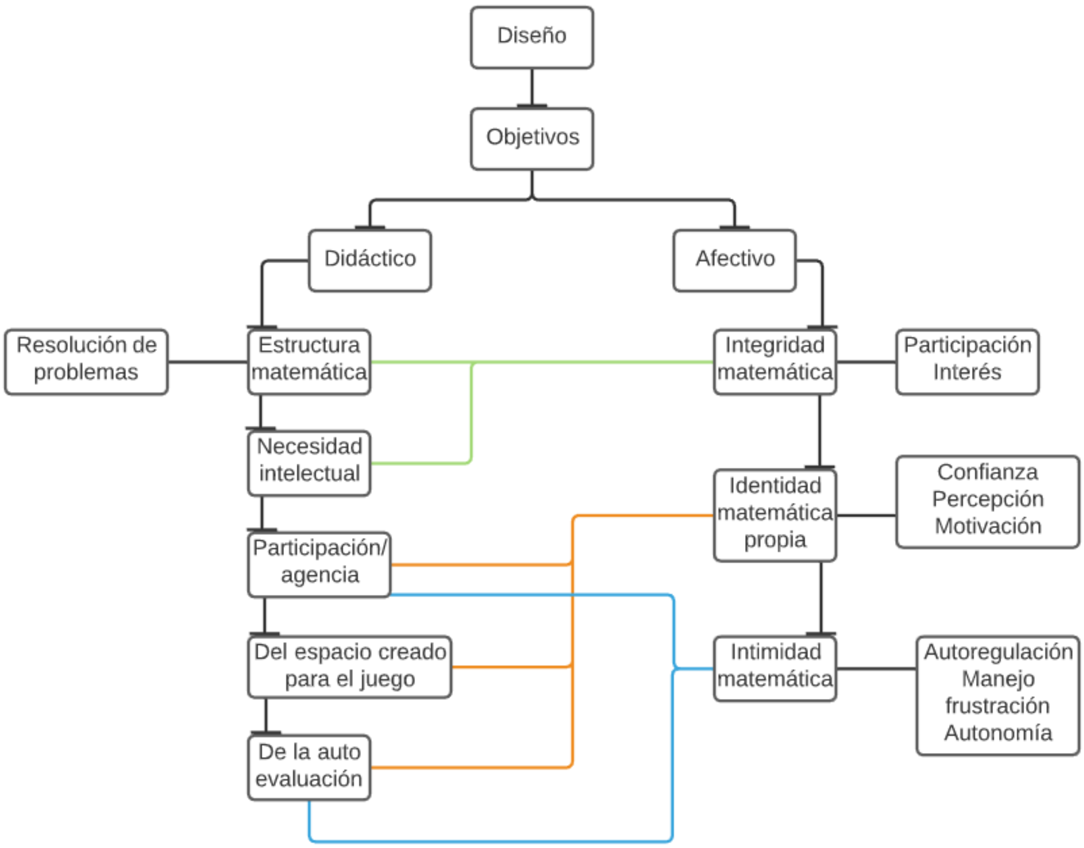


Figura 4-4: Propuesta de interacción entre los principios de diseño que corresponden dominio cognitivo y afectivo. Elaboración propia.

Objetivos particulares bien definidos. Las actividades requieren que se tengan bien definidos dos tipos de objetivos:

- Socio emocional. El objetivo que indica los estados y disposiciones emocionales que se quieren trabajar durante cada actividad.
- Cognitivo. El objetivo que indica el contenido matemático sobre el que se quiere trabajar.

Una vez que se tenga delimitado lo que se quiere abordar en cada una de las actividades y esté en congruencia con los objetivos generales que se buscan con esta propuesta de diseño, se tendrá que modificar el discurso dándole el énfasis al objetivo, en este caso, socio emocional. Se tendrá que integrar en la introducción, enfatizar en el desarrollo y reflexionar en el cierre.

Diseño didáctico

- De lo concreto. Se recomienda fusionar el principio de lo concreto con el de estructura matemática, debido a que al menos esta primera propuesta de selección de actividades al no ser la principal prioridad el desarrollo de algún modelo, no se espera que se logre llegar muy lejos, al menos al principio. Pero sí fue posible empezar a vislumbrar potencial para actividades que se diseñen para estudiantes que ya estén inmersos en esta forma de trabajo.
- Estructura matemática. Independientemente de la estructura matemática sobre la que se base cada actividad, el objetivo general de este diseño es lograr ver la matemática desde la perspectiva de la resolución de problemas, como se menciona en el Marco Teórico en la sección 2.1 sobre la concepción de las matemáticas. Se propone el método de Polya (1945), pero en la práctica no se logró integrar en cada una de las actividades. Por ello, la recomendación general es ahora intentar integrarlo de forma implícita, pensando en posibles prácticas que se puedan proporcionar al docente, para que poco a poco, vaya introduciendo este método y que se trabaje en las estrategias e ideas que vayan emergiendo por parte de los estudiantes.
  Se recomienda que lo que se quiere transmitir en la actividad sea puntual y no intente abarcar demasiado, pues de lo contrario, puede tener un impacto opuesto a lo que las actividades buscan.
- Necesidad intelectual. Por lo observado en cada una de las iteraciones, esta selección sí cuenta con el potencial de generar interés y curiosidad por los desafíos, y se observó motivación por participar en cada una de las actividades. Y como se verá en la sección de Implementación, ésta se irá fortaleciendo conforme los estudiantes van adoptando la forma de trabajo.
- Participación/agencia. Dentro de este principio, se observó que, para las primeras aproximaciones de los estudiantes a esta forma de trabajo, la poca demanda cognitiva de la actividad y que sean retos “fáciles” para su nivel de entrenamiento es fundamental, para empezar a construir una confianza matemática que los motive a seguir participando en este tipo de actividades y poco a poco se pueda ir subiendo el nivel de complejidad.
- Del espacio creado para el juego. Este principio, en esta etapa que se está proponiendo, que es primera aproximación a esta forma de trabajo en el

aula mexicana, tiene un papel importante, pues como la teoría nos indica (ver sección 2.3.2), el juego como recurso en el aula de matemáticas, sí genera una motivación intrínseca en los seres humanos, lo cual facilita su implementación. Motivación que se logró observar en momentos de cada una de las actividades durante el trabajo de campo.

- De la autoevaluación. Este principio es fundamental para una vez que se empiece a desarrollar la confianza matemática y la autonomía del estudiante, el diseño permita decidir a los participantes que tan buena es su propuesta de solución.

Diseño afectivo

Después de realizar las observaciones y hacer un análisis retrospectivo de la implementación, se logran ver en la práctica las relaciones entre estas tres estructuras que se proponen y cómo están entretejidas. Es una estructura global sumamente compleja, donde se tienen que ir trabajando/impactando las tres estructuras particulares para que se logre ir avanzando hacia la dirección que se quiere. A continuación, se hace una propuesta de cómo se conecta el diseño pedagógico al afectivo, y recomendaciones generales para que las experiencias de las actividades sean positivas para los estudiantes:

Integridad matemática. Con esta estructura se asocia la participación e interés con respecto a la comprensión matemática, donde esta propuesta de actividades quiere despertar la voluntad de reconocer las limitaciones con respecto a la comprensión matemática (o falta de ella) y trabajar para eliminarlas, como define Goldin (2007) esta estructura.

En base a las observaciones de esta implementación, se conjetura que esta estructura está relacionada con el diseño pedagógico a través los principios: de estructura matemática y de la necesidad intelectual.

La necesidad intelectual que se despierte en el participante provocará el interés matemático de saber cómo funciona, lo que le permitirá encontrar la motivación de participar en la actividad, y una vez que se logre esta participación, será indispensable que la estructura matemática esté bien definida y sea puntual para lograr que los participantes lleguen a desarrollar o entender los conceptos o ideas que se buscan trabajar.

Identidad matemática propia. Con esta estructura se asocia la confianza (o falta de ella) al hacer matemáticas, la percepción que se tiene de la matemática y cómo se va construyendo el sentimiento personal sobre esta rama de pensamiento, que definirá cual es la motivación (o falta de ella) cuando se le presenta al estudiante una actividad que tenga que ver con las matemáticas. Con base en las observaciones de esta implementación, se conjetura que esta estructura está relacionada con el diseño pedagógico a través de los principios: participación/agencia, del espacio creado para el juego y de la auto evaluación.

Del espacio creado para el juego, se busca conectar con esta motivación intrínseca que existe en los humanos por jugar, motivación que busca que participen de forma voluntaria en la actividad y, que una vez ahí, durante el desarrollo de la actividad, se trabaje la confianza matemática a través de desafíos adecuados para ello, a través de la experiencia centrada en los participantes y un discurso bien diseñado, se espera que se logren empezar a cambiar la percepción que se tiene de la matemática.

Para los ajustes al discurso, a partir del ejercicio de exploración y lo observado en las dos iteraciones, que no es una muestra representativa, se propone encaminarlo hacia las siguientes direcciones en los cuatro aspectos que se trabajaron en esta investigación:

- Utilidad: ampliar la visión que se tiene sobre la aplicación y uso de las matemáticas, más allá de transacciones monetarias.
- Aprendizaje: reforzar la percepción que se tiene acerca de: que para ser bueno en matemáticas hay que entrenar. Se puede incorporar mentalidad de crecimiento.
- Interés: ayudar a encontrar una motivación que no dependa de factores externos, despertar el gusto por el puro estímulo intelectual.
- Afectos: empezar a descubrir cómo manejar la frustración y entrenar la perseverancia con respecto a un reto.

Intimidad matemática. Con esta estructura se asocian todos los afectos que se impactan durante una actividad matemática. Con base en las observaciones de esta implementación, se conjetura que esta estructura está relacionada con el diseño pedagógico a través de los principios: participación/agencia y de la auto evaluación.

De la participación/agencia, es necesario que el diseño permita acceder a la actividad y tenga una graduación adecuada de complejidad, para que sea posible que exista cierto grado de frustración y con ayuda del guía, empezar a entrenar el manejo de ésta. Si el principio de auto evaluación se cumple, permitirá a los participantes, empezar a desarrollar autonomía sobre su quehacer matemático, y dar herramientas para saber cuándo una propuesta de solución es suficientemente buena o no. Este entrenamiento, permitirá desarrollar la auto regulación en general. Entre más se entrenen estas habilidades, la capacidad de lograr estados de concentración profunda será mayor y se logrará desarrollar esta relación personal con la matemática de forma positiva.

Se llega a la conclusión de que el cuidado en el diseño de la actividad es un requisito indispensable, pero no suficiente para que se logren los objetivos que se persiguen en esta investigación sobre mejorar la aceptación de la matemática en las aulas mexicanas. También, se requiere que el guía, en este caso el docente, logre obtener las herramientas necesarias para su implementación. Por ello, se debe tener un espacio de transición hacia la forma de trabajo que se requiere para que las actividades sean exitosas, y una vez que esta forma se vaya adoptando, se vayan implementando actividades cuya complejidad estén en directa relación al grado de entrenamiento tanto de los estudiantes como del docente.

4.7.2 Implementación

La implementación de las actividades que se proponen es compleja, pues se deben tener presente una serie de variables, por lo que lograr una buena implementación requiere de mucha practica por quien las guía y por quienes participan. Para ello, se requiere una buena selección de actividades y una propuesta de forma de trabajo, donde el guía y el participante, puedan desarrollar y entrenar de forma integral las partes afectiva y cognitiva que se buscan impactar de forma positiva durante una experiencia de quehacer matemático.

Del análisis retrospectivo que se realizó de las implementaciones de la actividad, las recomendaciones se hacen para la implementación se enfocan en sólo dos dimensiones: la parte de selección de actividades y la parte de instrucción en el aula, que no son las únicas que están en juego, pero que, para una primera aproximación, a partir de la experiencia de esta investigación, se cree que es un muy buen punto de partida. Durante el presente análisis, se logró encontrar una posible forma de cómo estas dos dimensiones interactúan entre ellas. A continuación, se presenta un mapa conceptual de esta primera propuesta y las recomendaciones generales que se hacen para mejorar la implementación:

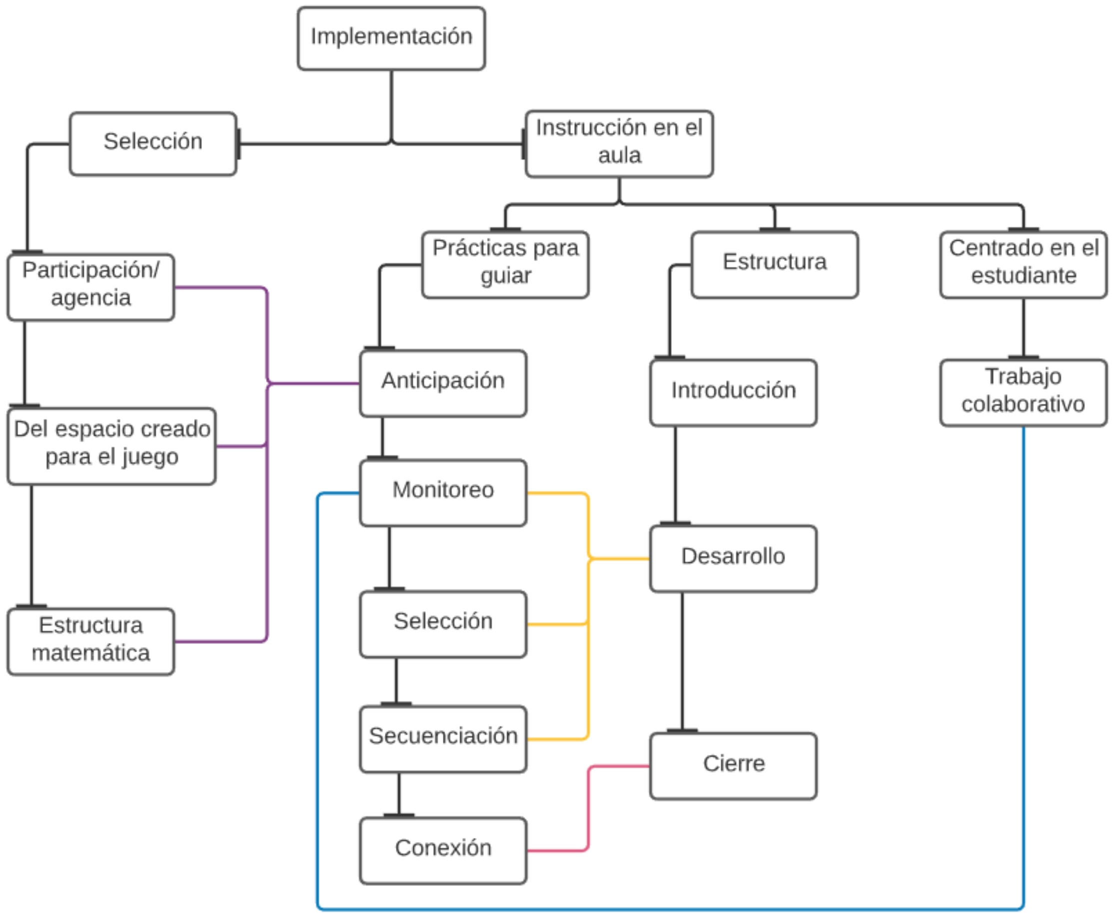


Figura 4-5: Propuesta de los elementos a considerar durante la implementación. Elaboración propia

Selección de actividades

La primera dimensión, realizar una buena selección de actividades, donde está selección es parte del proceso de anticipación del modelo pedagógico (Stein et al., 2008a) que se seleccionó de base para esta propuesta.

Se recomienda que la selección se haga basada en tres de los cinco principios pedagógicos que se usaron para el diseño, principios que están fuertemente relacionados con las estructuras afectivas, como se expuso en el análisis global de diseño de la sección anterior 4.7.1 Diseño. A continuación, se presenta lo que se recomienda tomar en cuenta:

- Participación/agencia. Un aspecto importante que se tiene que tomar en cuenta es si la actividad será accesible a todos o la gran mayoría del público objetivo. Para ello se sugiere pensar en al menos los siguientes tres elementos:
  - El nivel del desafío es adecuado para el nivel de entrenamiento matemático de los estudiantes
  - La actividad permite el desarrollo de la confianza matemática a través de la adaptación a la forma de trabajo de forma gradual.
  - La actividad permite la diversidad de ideas
- Del espacio creado para el juego. El segundo aspecto que se tiene que tomar en cuenta es si la actividad tiene la fracción adecuada de juego para que sea interesante y logre motivar a los estudiantes a participar. Para ello, se sugiere pensar en al menos los siguientes dos elementos:
  - Las instrucciones o reglas son fáciles de entender: claras, sencillas y cortas.
  - Que logre motivar a los estudiantes a participar de forma voluntaria.
- Estructura matemática. El tercer aspecto que se debe tomar en cuenta es si la actividad se centra en una idea matemática bien definida, acotada y adecuada con respecto a los conocimientos y entrenamiento de los estudiantes.

Por último, se da una recomendación, a partir de la experiencia de la investigadora y del trabajo de campo, con respecto a qué tan importante es tomar en cuenta el principio con respecto a la experiencia de los estudiantes con este tipo de diseño, y la gestión de tiempo que se dedique al entrenamiento de este tipo de actividades:

Propuesta de trabajo centrada en los estudiantes	Participación/ agencia	Del espacio creado para el juego	Estructura matemática	Tiempo
Principiantes	Alta	Alta	Menor	Se recomienda sesiones cortas (máximo 50 minutos) una vez por semana.
Avanzado	Moderada	Moderada	Moderada	Se recomienda sesiones de 90 minutos una o dos veces por semana.
Experto	Menor	Menor	Alta	Se recomienda sesiones de al menos 90 minutos, al menos dos veces por semana.

Tabla 4-9: Propuesta de trabajo a partir de su nivel de entrenamiento. Elaboración propia.

Durante las iteraciones, emergió la pregunta: ¿es prudente sacrificar la formalidad en cuanto al contenido matemático para desarrollar los estados y habilidades emocionales que se quieren?

Después del análisis, se responde que sí, al desarrollar estas habilidades emocionales, que son deseables para hacer matemáticas, se estará preparando el terreno, para después empezar a incluir los aprendizajes que se deseen y desarrollar habilidades matemáticas más complejas, que requieren de esta base sólida emocional. Sin duda, para lograr esto, se requiere que los estudiantes experimenten de forma constante esta propuesta de trabajo, para que vayan desarrollando confianza y autonomía.

Instrucción en el aula

La segunda dimensión tiene que ver con tres aspectos que se identificaron relevantes para la implementación de las actividades dentro del aula:

Estructura general de la actividad. Como se expuso en la sección 3.1.3.2 Estructura general, cada una de las actividades se planea en tres momentos: introducción, desarrollo y cierre, momentos que están ligados a las prácticas para guiar la actividad. En un principio, se planeó como iban a estar ligadas, pero en la práctica, no se lograron entrelazar como se quiere. Para ello, se requiere que tanto los estudiantes como los mediadores aprendan a trabajar juntos esta propuesta de forma de trabajo. Sin embargo, se hacen las siguientes recomendaciones para próximas iteraciones:

- Una vez que se tengan bien definidos los objetivos tanto socio emocional como cognitivo, se tiene que alinear el discurso de forma que se presente en la introducción, se trabaje en el desarrollo y se enfatice en el cierre, para lograr acercarse lo más posible a ellos.
- En varias de las sesiones no se logra cerrar la actividad, por lo que se recomienda fuertemente que el mediador sea consciente de que se debe tener una mejor gestión del tiempo, y aunque no se logre avanzar como lo indica el diseño, terminar la actividad hasta donde se logre llegar y darse el tiempo para cerrar, rescatar lo que se trabajó y socializar la actividad.
- Al menos para los objetivos de este trabajo, se recomienda que se haga al inicio y al final alguna especie de recolección de datos con respecto a la percepción que los participantes tienen de la matemática, para seguir explorando a partir de donde se empieza a trabajar, y lograr hacer los ajustes necesarios al discurso para las siguientes sesiones, de tal forma que se logre impactar de la forma que se quiere.

Centrado en el estudiante y el trabajo colaborativo. Un eje central en esta forma de trabajo es que se quiere que las actividades estén centradas en los estudiantes, puesto que se busca que sean ellos quienes experimenten el quehacer matemático de primera mano. Y se quiere que el trabajo sea colaborativo, por cuestiones de lograr un monitoreo adecuado dadas las condiciones de las aulas mexicanas. Para ello, se hacen las siguientes recomendaciones generales para futuras iteraciones:

- Se observó que los estudiantes requieren de mucha atención, retroalimentación y aprobación por parte de la mediadora, y la dificultad de realizar esta tarea es proporcional al número de participantes. En este punto se encontraron dos recomendaciones para tratar de manejar esta situación y no perder que la actividad siga centrada en los estudiantes:
    - El trabajo colaborativo en todas las actividades, dado que permite realizar recorridos (monitoreo) y proveer retroalimentación de calidad sin que se vuelva una tarea imposible.
    - Dejar clara la dinámica de los recorridos y cómo se dará retroalimentación a lo largo de la sesión.
    - Empezar a dejar a los estudiantes considerar si su propuesta de respuesta es suficientemente buena, realizando retroalimentación entre pares antes de que se comuniquen al mediador.
- Que se den los tiempos adecuados para que el estudiante realice sus procesos y encuentre sus propios caminos.
- No guiar a las respuestas con las que el facilitador se siente más cómodo, incluso si el precio que se tenga que pagar es no abarcar todo el contenido que se tenía planeado.
- No presionar a los estudiantes a participar en la discusión grupal u obligarlos a pasar al pizarrón, teniendo paciencia en crear este ambiente de confianza, para que sea de forma natural y voluntaria.
- A través de un trabajo sistemático de este tipo de actividades, lograr que todos los participantes se sientan incluidos y escuchados.
- Diseñar instrumentos o estrategias en cada una de las actividades que permitan hacer evidente el pensamiento e ideas de los participantes, de tal forma que se pueda hacer un mejor monitoreo y retroalimentación.
- En el trabajo colaborativo, establecer normas claras de convivencia desde el principio como el respeto, las críticas constructivas, la escucha activa, entre otros.

- Durante el trabajo colaborativo, dentro de lo posible dejar que los mismos participantes encuentren sus procesos de resolución de conflictos y aprendan a mediar y autorregular sus emociones.
- Poner las ideas e intereses de los participantes como prioridad durante la implementación.

Sin duda se tiene que ahondar en este rubro, para proponer prácticas docentes concretas basadas en investigaciones.

Prácticas para guiar. En cuanto al modelo (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008) que se eligió para orquestar una discusión en el aula para guiar una clase diversa, se tuvo un éxito parcial. De las cinco prácticas que se propusieron, sólo se lograron llevar a cabo dos de ellas, anticipación y monitoreo, en su totalidad y para las tres restantes, se entrelazan con la segunda práctica y se lograron realizar parcialmente. A continuación, se dan las recomendaciones que se rescataron para futuras iteraciones:

- Anticipación. Esta práctica permite anticipar escenarios de posibles respuestas que pueden emerger dentro de la implementación, las recomendaciones que se dan en la guía para el docente son acertadas, sin embargo, es un apartado dinámico, que se irá nutriendo a través de que las actividades se vayan implementando con otras poblaciones:
    - Leer cuidadosamente la actividad, sin ver las soluciones
    - Preparar el material necesario para llevar a cabo la actividad (incluyendo hojas de trabajo)
    - Llevar a cabo los desafíos, problemas o juegos, y tomar conciencia de los procesos cognitivos y afectivos que están experimentando, por ejemplo, si se llega a sentir frustración, identificar el momento de la actividad donde se presentó, cuál fue el desenlace y qué tipo de apoyo consideras hubiera sido adecuado para ese momento.
    - Tener un registro de situaciones que se hayan presentado y cómo se resolvieron, y si no se resolvieron, la posible causa de ello.

- Monitoreo. Esta práctica permitió profundizar por qué fue lo que mejor salió y lo que no salió, y lo que fue central en el trabajo de los estudiantes. La observación permitió regular el andamiaje, que siempre fue de más a menos conforme fueron transcurriendo las sesiones, de tal forma que el trabajo de los estudiantes fuera más activo cada vez, impulsando su confianza matemática y autonomía. Se hacen las siguientes recomendaciones para lograr los objetivos de esta práctica:
    - Se identificaron tres tipos de recorridos que se sugiere realizar de forma ordenada y sistemática, y tantos como sea necesario para que se logre llevar a cabo su propósito:
    - Recorrido tipo 1. Planteamiento del problema: donde se aseguran de que entendieron las reglas o el reto, y esto se puede lograr preguntando que reformulen el problema en sus propias palabras.
    - Recorrido tipo 2. Desarrollo: donde se escuchan estrategias o avances del trabajo que se ha realizado, y se ayuda a mantener en los niveles adecuados la motivación y frustración. Desde este punto, se pueden empezar a planear la siguiente práctica selección, la cual se recomienda hacer con respecto a los posibles aportes a la discusión grupal y los objetivo que se quieran alcanzar.
    - Recorrido tipo 3. Resultados: donde se les escucha a que conclusiones se llegaron, y donde se puede realizar la práctica de secuenciación, donde se ordena por algún criterio de interés para la discusión final. Por ejemplo, ésta puede ser por orden de complejidad de las respuestas o de la respuesta que más estudiantes encontraron a la que menos.
    - Esta práctica, también permitirá que el grupo vaya a un mismo ritmo, que se vuelve esencial para mantener un buen manejo del grupo y llevar a cabo las discusiones en la dirección de los objetivos que se hayan delimitado para cada una de las sesiones.
    - A mediano y largo plazo, se espera que esta práctica vaya siendo menos necesaria cuando se trabaja con un mismo grupo de estudiantes, pues a lo largo de las sesiones se espera que los estudiantes vayan desarrollando su autonomía en su quehacer

matemático, logrando cada vez hacer un mejor uso de los criterios de auto evaluación que cada una de las actividades tiene.

Durante toda la práctica, es fundamental ayudar a los estudiantes a darles retroalimentación constructiva, que los mantenga motivados para no abandonar la tarea y su respuesta a la frustración. Esta retroalimentación puede consistir en sólo escuchar sus ideas, hasta preguntar por qué realizaron alguna acción con respecto al problema, material o idea, o alentarlos a no darse por vencidos a través de pistas sin dar o guiar a una solución

5 Conclusiones

A partir del análisis de los datos recolectados en el trabajo de campo, se logran responder a las preguntas de investigación:

5.1 Respuestas a preguntas de investigación

5.1.1 Percepción matemática

El ejercicio de exploración sobre la percepción que pueden tener los estudiantes mexicanos de primer año de secundaria sobre la matemática antes y después de la intervención educativa se recuerda que la muestra no es significativa y es sólo una idea sobre el tipo de respuestas que pueden dar los estudiantes, se concluye lo siguiente:

- Definición/Utilidad: en cuanto a la definición, parece que se puede empezar a modificar de la concepción de que son “importantes” a verlo más como una herramienta de vida, pero es ambiguo y se recomienda tener objetivos mejor acotados y concretos. En cuanto a la utilidad, se puede decir que es probable que la visión se encuentre limitada a transacciones monetarias y para seguir avanzando en el ámbito educativo, no se reportó que hubiera un cambio significativo con respecto a este aspecto, pero se reconoce que el discurso de las actividades se puede reformular para empezar a ampliar el espectro de la utilidad de las matemáticas en la vida de los estudiantes.
- Aprendizaje: se registra que los estudiantes creen que lo que se requiere para ser bueno en matemáticas es trabajar, estudiar y practicar. Este aspecto se mantuvo antes y después de la intervención, por lo que se sugiere, que el discurso siga reforzando esta percepción, que ayudará a

desarrollar y fortalecer la confianza matemática (Goldin, 2007), y entrenar habilidades socioemocionales como la paciencia y la perseverancia.

- Interés: se registra que las actividades tienen gran potencial de incidir en este aspecto, donde pueden lograr el tránsito de los estudiantes de la siguiente manera:
    - De una motivación extrínseca (evitar castigos, ganar recompensas) a una motivación intrínseca (importancia para su futuro).
    - De una motivación intrínseca (importancia para su futuro) a una motivación intrínseca de mayor profundidad (que la matemática forme parte de su vida y desarrollo personal).
- Afectos: a partir de las observaciones, se concluye que las actividades tienen potencial para lograr impactar en el dominio afectivo los participantes. Pero para lograr tener datos más fidedignos, será necesario trabajar con los estudiantes el reconocimiento y comunicación de emociones.

  Un afecto que se mantuvo constante fue el nerviosismo, y se tendrá que aprender a manejar para que la experiencia termine siendo positiva. Se lograron cambiar afectos, pues antes de la intervención, se registraron palabras como aburrimiento, confusión, enojo, estrés, miedo; y después de la experiencia, emergió la palabra felicidad.

Las actividades sí pueden ayudar a empezar a descubrir cómo manejar la frustración y entrenar la perseverancia con respecto al quehacer matemático, es decir la autorregulación

5.1.2 Interés

Durante el desarrollo de esta investigación, se lograron identificar las características generales que deben tener las actividades matemáticas para que sean de interés para un amplio rango de estudiantes mexicanos de primero de secundaria:

En cuanto al diseño pedagógico, se tienen que tomar en cuenta tres principios:

- Necesidad intelectual. Es necesario que cada una de las actividades cumpla este principio, que logré generar interés y curiosidad de forma auténtica por los problemas, y que logren cambiar concepciones existentes (Dienes, 1960; Harel, 2000; Piaget, 1977), logrando un aprendizaje significativo.

- Espacio creado para el juego. En esta primera aproximación para empezar a mejorar la aceptación de la matemática dentro de las aulas mexicanas, este principio será fundamental, para lograr eliminar las barreras afectivas, logrando generar un interés auténtico en una actividad, a través del uso del juego como como recurso en el aula de matemáticas, que permita generar un interés y motivación intrínseca. Para ello, se debe cumplir con lo siguiente: las reglas del juego deben ser claras, cortas y simples, no es posible llegar a la solución por azar, se anticipan las soluciones de los participantes para poder retroalimentar individualmente, el objetivo está bien definido (Chamoso et al., 2004a; Vygotsky, 1999; Piaget, 1977)

- Participación/agencia. Una persona no puede generar interés si no entiende de que se trata la actividad o no tiene los conocimientos para poder participar en ella. Al cumplir este principio, se logra empezar a desarrollar la confianza matemática y cambiar la percepción con respecto a la materia. Se recomienda que las actividades estén bien graduadas en su nivel de complejidad y las herramientas que se necesitan para poder participar. (Nisbet, 2008; Stroup et al., 2005)

En cuanto al diseño afectivo, se tienen que tomar en cuenta dos de las estructuras afectivas que propone Goldin (2007):

- Identidad matemática propia. Una característica importante es diseñar actividades que permitan el desarrollo y fortalecimiento de la confianza matemática de cada uno de las y los participantes, la cual esta aunada a los principios pedagógicos de participación/agencia, del espacio creado para el juego y de la auto evaluación.
- Intimidad matemática. El diseño debe permitir a los participantes a empezar a crear espacios donde se quede absorto en el quehacer matemático, y que se logre desarrollar autonomía sobre su quehacer matemático, que permita desarrollar habilidades tanto cognitivas como de autorregulación emocional.

Si la actividad toma en cuenta estas 5 características, se podrá pensar en que se tiene un buen candidato para generar un interés auténtico para un rango amplio de estudiantes mexicanos.

5.1.3 Implementación

Durante el trabajo de campo de esta investigación, se logró desarrollar una propuesta de un modelo que permita empezar a introducir una forma de trabajo, que permita que las actividades matemáticas puedan implementarse en el salón de clases mexicano.

Esta propuesta de trabajo es compleja, pues se deben tener presente tanto la parte afectiva y como la parte cognitiva, y se busca que la experiencia sea positiva. Para ello se propone tener en cuenta las siguientes 7 variables para una implementación exitosa:

- Identidad matemática propia. Es necesario que tanto el facilitador o facilitadora logren evocar un ambiente que permita a los estudiantes desarrollar y fortalecer su confianza matemática, y poco a poco, desarrollar autonomía en su quehacer matemático, teniendo una participación activa en actividades centradas en los participantes.
- Integridad matemática. Aunado al principio de necesidad intelectual, el facilitador o la facilitadora, deberán lograr inspirar a los estudiantes el interés y la curiosidad para encontrar la verdad matemática, no sólo llegar a una respuesta sino generar esta necesidad de saber por qué y cómo funciona.
- *Estructura matemática*. Se tiene que pensar en una estructura matemática que esté bien definida y que represente un reto para el nivel de entrenamiento y herramientas que tengan los estudiantes. Pues si no representa un reto, es poco probable que se logre despertar el interés y se mantengan suficientemente motivados para no abandonar la tarea.
- *Participación/agencia*. Al igual que para despertar el interés, se requiere que la actividad cumpla con este principio con la población objetivo con la que se trabaje, este interés se debe de mantener durante toda la actividad, por lo que se requiere que los retos estén bien graduados con respecto a la complejidad, y no sólo eso, que vayan escalando, para que los estudiantes vayan desarrollando tanto su confianza como capacidades matemáticas.

- *Autoevaluación*. Entre más se trabaje la parte del desarrollo de la confianza y autonomía con actividades centradas en los estudiantes, la implementación, en particular, el monitoreo será cada vez más sencillo para el facilitador. Donde este, quedará en segundo plano, solo realizando retroalimentación puntual y cuando sea estrictamente necesario, en el momento de introducir una nueva idea o formalizar un concepto.
- Andamiaje instruccional. Para el andamiaje instruccional, se proponen 5 prácticas, de las cuales, durante el trabajo de campo, se reconoce como fundamental la de monitoreo, que es la que permitirá en esta primera aproximación y adopción de este diseño en adoptar, entrenar y a mediano plazo mejorar la aceptación que se tiene de la matemática dentro de las aulas mexicanas.

Se concluye que el papel del docente y el diseño son interdependientes, y de esa interdependencia dependen los logros en el aula, a medida que los estudiantes desarrollan su autonomía, esta interdependencia disminuye gradualmente. Y por esta razón, al principio los estudiantes requieren de un mayor andamiaje del profesor durante el monitoreo, y entre más experiencia ganen en este tipo de actividades van desarrollando su agencia y autonomía. Cuando esto sucede, el principio de diseño de auto evaluación cobra un mayor sentido, y los estudiantes tienen la confianza para lograr identificar cuando una respuesta es buena, tanto propias como la de sus compañeros

5.1.4 Sistematización

Para lograr sistematizar la secuencia de actividades matemáticas para su reproducción dentro del salón de clases mexicano, se trabajaron tres aspectos:

- Replicabilidad
- Andamiaje instruccional
- Capacidad de generalización

Para ello, en el Anexo 3, se presenta la primera propuesta del manual para el profesor, donde se recaba todo lo necesario para empezar a replicar esta propuesta de actividades que permitan mejorar la aceptación de la matemática dentro del aula mexicana.

5.1.5 Diseño de actividades matemáticas

Cada una de las actividades que se proponen, son actividades que ya se habían trabajado en diferentes contextos, pero no se había hecho una evaluación de ellas. Esta investigación, buscó encontrar rasgos que son deseables tener para su éxito enfocado en su implementación en el aula. En el trabajo de campo, se probaron, se propusieron modificaciones y se volvieron a probar, de los cuales hubo aspectos que funcionaron, otros que no se consideraron y algunos que no funcionaron. Se reflexionó y se dio respuesta a sus posibles causas.

A partir de la evaluación, modificando cada uno de estos rasgos, se informa sobre la mejora y fortalecimiento de cada uno de ellos, que ayuda a establecer un principio de diseño, a través de las evidencias en el trabajo de campo

Se lograron identificar los principales rasgos de las actividades matemáticas que pueden propiciar afectos conducentes a una mejor aceptación en los estudiantes mexicanos de primero de secundaria:

- Diseño didáctico
    - Principio de lo concreto/estructura matemática
    - Principio de la necesidad intelectual
    - Principio de participación/agencia
    - Principio de espacio creado para el juego
    - Principio de Autoevaluación
- Diseño afectivo
    - Integridad matemática
    - Identidad matemática propia
    - Intimidad matemática
- Condiciones y restricciones
    - Replicabilidad
    - Utilidad
    - Andamiaje instruccional
    - Capacidad de generalización

El principal aporte de esta investigación se centra en brindar un marco de referencia, que no se ha encontrado en la revisión documental, para diseñar o elegir actividades en esta dirección.

5.2 Trabajo a futuro

El primer paso será empezar a distribuir el material, tanto la guía para el docente como la rúbrica de evaluación del diseño para cualquier persona interesada en el tema, y abrir espacios donde se pueda discutir la propuesta en busca de mejorar el diseño.

A partir de esto, empezar a generar comunidades entre docentes interesados en adoptar esta forma de trabajo, impartir cursos que permitan adoptar y adaptar cada una de las actividades. También se puede pensar en empezar a diseñar nuevas actividades a partir de los intereses de los docentes.

De forma paralela, se busca abrir un espacio digital, donde se pueda adquirir el material, recibir retroalimentación y discutir ideas sobre el diseño y adaptación de actividades matemáticas que busquen impactar en el dominio afectivo dentro del contexto mexicano.

Por último, se quiere trabajar la metodología que se propone, para fortalecerla y que sea menos compleja su adopción, que permita a más docentes implementar las actividades matemáticas para mejorar la aceptación de la matemática dentro de las aulas mexicanas.

Posibles líneas de investigación:

- Más iteraciones de las actividades propuestas para terminar tanto la propuesta del conjunto de principios para su diseño, como el diseño de éstas, para que mejoren la aceptación de la matemática en las aulas mexicanas.
- Probar el conjunto de principios para el diseño con más actividades matemáticas en el contexto mexicano.
- Investigaciones empíricas que nos den un entendimiento a mayor profundidad en cuando a los principios del diseño afectivo en el contexto mexicano.
- Adaptaciones para nivel primaria y medio superior de las actividades y del conjunto de principios de diseño.
- Trabajar con una comunidad de docentes, que implementen las actividades propuestas dentro del aula mexicana.

- Profundizar sobre la percepción de la matemática de los diferentes actores en la educación matemática: docentes, estudiantes, directivos, padres de familia, comunidad en general.
- Explorar actividades matemáticas que sí dependan de recursos tecnológicos.
- Diseñar actividades matemáticas para mejorar la confianza matemática de las estudiantes mexicanas.
- Diseñar actividades que desarrollen la confianza matemática en los estudiantes mexicanos.
- Prácticas para lograr actividades matemáticas exitosas centradas en los estudiantes dentro de las aulas mexicanas.
- Recorridos del docente en el salón de clases, su importancia para un mejor entendimiento de las actividades matemáticas centradas en los estudiantes.
- Actividades Matemáticas: mínimo número de sesiones necesarias para lograr impactar en el dominio afectivo positivamente en estudiantes mexicanos.
- Actividades Matemáticas: condiciones para lograr trabajo colaborativo exitoso.
- Educación inclusiva: adaptaciones de actividades matemáticas para todos los estudiantes.
- Investigaciones empíricas sobre el interés/motivación del quehacer matemático en personas expuestas a actividades matemáticas.
- Caminos afectivos de los estudiantes mexicanos al participar en actividades matemáticas.

6 Referencias

Angrosino, M. (2007). *Etnografía y observación participante en Investigación Cualitativa* (MORATA (ed.)).

Beth, E. W., & Piaget, J. (1966). *Mathematical Epistemology and Psychology*. Springer-science+Business Media. https://doi.org/10.1007/978-94-017-2193-6

Bishop, A. J. (1998). EL papel de los juegos en educación matemática. *Uno.*

Revista Didáctica de las Matemáticas, 9–19.

Bragg, L. (2006). Students' impressions of the value of games for the learning of mathematics. *International Group for the Psychology of Mathematics Education. Conference (30th : 2006 : Prague, Czech Republic)*, 217–224. https://doi.org/10.1675/1524-4695(2008)31

Bragg, L. A. (2007). Students' conflicting attitudes towards games as a vehicle for learning mathematics: A methodological dilemma. *Mathematics Education Research Journal*, *19*(1), 29–44. https://doi.org/10.1007/BF03217448

Braxton, B., Gonsalves, P., Lipner, L., & Barber, J. (1995). *Math around the world : teacher's guide*. University of California.

Brousseau, G. (2002). Theory of Didactical Situations in Mathematics, 1970-1990. En *Nordic Research in Mathematics Education*. Kluwer Academic Publishers.

Butterworth, G. W. (1955). The meaning of mathematics. *The Mathematics Teacher*, *48*(7), 453–459. https://doi.org/10.1017/s0009840x00012282

Chamoso, J. M., Durán, J., García, J., Martínez, J., & Rodríguez-Sánchez, M. (2004a). Educación como formación integral de la persona. *Suma*, *47*, 47–58. http://revistasuma.es/IMG/pdf/47/047-058.pdf

Chamoso, J. M., Durán, J., García, J., Martínez, J., & Rodríguez-Sánchez, M. (2004b). Educación como formación integral de la persona. *Suma*, *47*, 47–58.

Cobb, P., & Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to Support and Understand Learning Processes. En *Handbook of Design Research Methods in Education. Innovations in Science, Technology, Engineering, and Mathematics Learning and Teaching.* (pp. 64–95).

Cobb, P., Stephan, M., Mcclain, K., Gravemeijer, K., Cobb, P., Stephan, M., Mcclain, K., Gravemeijer, K., & Mcclain, K. (2001). Participating in Classroom Mathematical Practices Participating in Classroom Mathematical Practices. *Journal of the Learning Sciences*, *10*, 113–163. https://doi.org/10.1207/S15327809JLS10-1-2

Contreras, M. (2004). *Las matemáticas de ESO y Bachillerato a través de los juegos.*

Corbalan, F. (1994). *Juegos matemáticos: para secundaria y bachillerato*. 271.

Corral, Y. (2010). Diseño de cuestionarios para recolección de datos. *Revista Ciencias de la Educación*, *20*(36), 17. https://doi.org/10.2527/jas.2014-8657

Debellis, V. A., & Goldin, G. A. (2006). Affect and meta-affect in mathematical problem solving: A representational perspective. *Educational Studies in Mathematics*, *63*(2), 131–147. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9026-4

Deulofeu Piquet, J. (2000). *Juegos y recreaciones para la enseñanza de las matemáticas : Diversidad de opciones y de recursos*. 1–11. http://edumat.uab.cat/contexto/postgrau/activitats/tutormates/4mic/webs/problemes/Lecturamod 6.pdf

Dienes, Z. P. (1960). Building up Mathematics. *The Mathematical Gazette*, *45*(352), 147. https://doi.org/10.2307/3614639

Dienes, Z. P. (1960). *Building up Mathematics.* London: Hutchinson Educational Company (ed.).

Edo, M. Y., & Deulofeu, J. (2006). Investigación sobre juegos, interacción y construcción de conocimientos matemáticos Results from a research on games*. Interaction and construction of mathematical knowledge*. *24*(2), 257–268.

Ernest, P. (1986a). Games. A Rationale for Their Use in the Teaching of Mathematics in School. *Mathematics in School*, *15*(1), 2–5. https://doi.org/10.1038/106644a0

Ernest, P. (1986b). Games. A Rationale for Their Use in the Teaching of Mathematics in School. *Mathematics in School*, *15*(1), 2–5. https://doi.org/10.1038/106644a0

Gardner, M. (1987). *The second Scientific American book of mathematical puzzles & diversions*. University of Chicago Press.

Gardner, M. (1988). *Hexaflexagons and other mathematical diversions: the first*

Scientific American book of puzzles & games. University of Chicago Press.

Gardner, M. (1989). *Mathematical carnival.* The Mathematical Association of America.

Gardner, M. (1991). *The Unexpected Hanging and other mathematical diversions.* University of Chicago Press.

Gardner, M. (1992). *Mathematical circus*. Vantage Books.

Gardner, M. (1995). *New Mathematical Diversions*. the Mathematical Association of America.

Goetz, J. P., & LeCompte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa* (E. Morata (ed.)). Academic Press Inc.

Goldin, G. A. (2004). Affective Pathways and Representation in Mathematical Problem Solving. *Mathematical Thinking and Learning*. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0203_3

Goldin, G. A. (2007). Aspects of Affect and Mathematical Modeling Processes. En R. A. Lesh, E. Hamilton, & J. J. Kaput (Eds.), *Foundations for the Future in Mathematics Education* (pp. 281–196). Lawrence Erlbaum Associates.

Gómez-Chacón, I. M. (2000). *Matemática Emocional: Los afectos en el aprendizaje matemático* (S. A. NARCEA (ed.); 3ra Edición). Ediciones Madrid.

González, A. G., Molina, J. G., & Sánchez, M. (2014). La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas. *Educación Matemática*, *26*(3), 109–133. https://doi.org/http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-58262014000300109&script=sci_arttext

Guzmán, M. De. (1984). Juegos Matemáticos en la Enseñanza. *Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*, 10–14. https://es.calameo.com/read/00378885889c567a1529a

Hannula, M. S. (2006). Motivation in mathematics: Goals reflected in emotions. *Educational Studies in Mathematics*, *63*(2), 165–178.

https://doi.org/10.1007/s10649-005-9019-8

Harel, G. (2000). THREE PRINCIPLES OF LEARNING AND TEACHING. En J. L. Dorier (Ed.), *On the Teaching of Linear Algebra* (pp. 177–189). Kluwer Academic Publishers.

Huizinga, J. (1954). *Homo Ludens*. Alianza Editorial.

INEE. (2013). *México en PISA 2012*. 126. http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-336001.html

INEE. (2018). *Planea. Resultados nacionales 2017. 3o de secundaria*. 56.

Jensen, E., & Laurie, C. (2016). *Doing real research: a practical guide to social research*. Sage.

Kelly, A. E., Lesh, R. A., & Baek, J. Y. (2008). *Handbook of Design Research Methods in Education. Innovations in Science, Technology, Engineering, and Mathematics Learning and Teaching.* Routledge.

Leicha A. Bragg. (2003). Children's perspectives on mathematics and game playing. *Journal of Science and Medicine in Sport*, *9*(5), 367–370. https://doi.org/10.1675/1524-4695(2008)31

Lemus, M., & Ursini, S. (2016). Creencias y actitudes hacia las matemáticas. Un estudio con alumnos de bachillerato. *Investigación en Educación Matemática XX*, *1989*, 315–323. http://funes.uniandes.edu.co/8875/1/Lemus2016Creencias.pdf

Lesh, R. A., Hamilton, E., & Kaput, J. J. (2007). *Foundations for the Future in Mathematics Education* (R. A. Lesh, E. Hamilton, & J. J. Kaput (eds.)). Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R., & Doerr, H. (2003). Foundations of Models and Modeling Perspective on Mathematics Teaching, Learning and Problem Solving. En *Beyond constructivism: A models and modelling perspective on teaching, learning, and problem solving in mathematics education* (pp. 3–34).

Lesh, R., Doerr, H., Cramer, K., Post, T., & Zawojewski, J. S. (2003). Model Development Sequences. En H. Doerr & R. Lesh (Eds.), *Beyond* *constructivism: A models and modelling perspective on teaching, learning, and problem solving in mathematics education* (pp. 35–58). Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R., English, L., & Fennewald, T. (2008). Methodologies for investigating relationships between concept development and the development of problem solving abilities. *The 11th International Congress on Mathematics Education*, *January*, 1–15.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for Developing Thought- Revealing Activities for Students and Teachers. En A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 591–646). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Vygostky, L. (1979a). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores* (3ra edició). Crítica Barcelona. https://saberespsi.files.wordpress.com/2016/09/vygostki-el-desarrollo-de-los-procesos-psicolc3b3gicos-superiores.pdf

Vygostky, L. (1979b). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores* (3ra edició). Crítica Barcelona.

Vygotsky, L. (1999). Scientific legacy. En R. W. Rieber (Ed.), *The collected works of L. S. Vygotsky*. Kluwer Academic / Plenum Publishers. https://doi.org/10.1007/s13398-014-0173-7.2

Ma, X., & Xu, J. (2004). Determining the Causal Ordering between Attitude toward Mathematics and Achievement in Mathematics. *American Journal of Education*, *110*(3), 256–280. https://doi.org/10.1086/383074

McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575–596). https://doi.org/New York

Middleton, J. A., & Spanias, P. A. (2006). Motivation for Achievement in Mathematics: Findings, Generalizations, and Criticisms of the Research. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(1), 65. https://doi.org/10.2307/749630

Molina, M., Castro, E., Molina, J. L., & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. An Approach to Design Research through Teaching Experiments. *Enseñanza de las ciencias*, *29*(1), 75–88.

Montes, M. D., & Ursini, S. (2014). *Chic en el análisis de las actitudes hacia las matemáticas en estudiantes de secundaria.* 901–924.

Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P., & Rodríguez-Muñiz, L. J. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *Revista Iberoamericana de educación matemática*, *39*, 19–33. www.fisem.org/web/union

Nisbet, S. (2008). *Chance games and activities for the multiage classroom Challenges and dilemmas*.

Nisbet, S., Jones, G., Langrall, C., & Thornton, C. (2000). A Dicey Strategy To Get Your M&Ms. *Australian Primary Mathematics Classroom*, *5*(3), 19–22. http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=eric&AN=EJ616980&site=ehost-live

Nisbet, S., & Williams, A. (2009). *Improving students' attitudes to chance with games and activities*. *65*(2007), 25–37.

OCDE. (2007). El programa PISA de la OCDE. *Ocde*, 34. http://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf

OCDE. (2013). *PISA-México 2012*. http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-mexico-ESP.pdf

OCDE. (2014). *Lo que los estudiantes saben y pueden hacer: Rendimiento de los estudiantes en matemáticas, lectura y ciencia*. http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf

OCDE. (2016). Programa para la evaluación internacional de alumnos (PISA). PISA 2015-Resultados. *Nota País*.

OECD. (2017). *OECD Skills Strategy. Diágnostico de la OCDE sobre la Estrategia de Competencias, Deztrezas y Habilidades de México. Resumen*

Ejecutivo México 2017.

Piaget, J. (1977). The Role of Action in the Development of Thinking. En *Knowledge and Development* (pp. 17–42). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-1-4684-2547-5_2

Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (P. U. Press (ed.); New Prince).

Ramirezparis, X. (2009). La lúdica en el aprendizaje de las matemáticas. *Zona próxima*.

Real Academia Española. (s/f). *Diccionario de la lengua española*. Diccionario de la lengua española 23a edición. https://dle.rae.es/?id=ObS8ajk

Rockwell, E. (2009). *La experiencia etnografica: historia y cultura en los procesos educativos* (PAIDOS (ed.)).

Secretaría de Educación de Guanajuato. (s/f). *Panel de Indicadores Educativos*. http://seg-qlik02.seg.guanajuato.gob.mx/QvAJAXZfc/opendoc.htm?document=prueba%5Cindicadores educativos.qvw&lang=en-US&host=QVS%40qlik-view02&anonymous=true

Secretaría de Educación Pública. (2011). *Programas de estudio 2011. Guía para el maestro. Educación Básica Secundaria. Matemáticas.*

Secretaría de Educación Pública. (2017). *Aprendizajes Clave para la Educación Integral. Matemáticas. Educación secundaria. Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación.* (Número Primera Edición).

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008a). *Orchestrating Productive Mathematical Discussions : Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. Mathematical Thinking and Learning. 10(4)*. 313–340. https://doi.org/10.1080/10986060802229675

Stenmark, J. K., Thompson, V., & Cossey, R. (1986). *Family Math*. University of California.

Stroup, W. M., Ares, N. M., & Hurford, A. C. (2005). A Dialectic Analysis of Generativity : Issues of Network-Supported Design in Mathematics and Science. *Mathematical Thinking & Learning*, *7*(3), 181–206.

Toro, M. L. B. (2016). *Estudio comparativo de proceso de resolución de problemas y de juegos de estrategia en educación primaria*. Universidad de Barcelona.

Ursini, Sonia; Sánchez, Gabriel; Orendain, M. (2004). Validación y confiabilidad de una escala de Actitudes hacia las Matemáticas y hacia las Matemáticas Enseñadas con Computadora. *Educación Matemática*, *16*(3), 59–78. https://www.redalyc.org/html/405/40516304/

Ursini, S., & Sánchez, G. (2008). Gender, technology and attitude towards mathematics: a comparative longitudinal study with Mexican students. *ZDM Mathematics Education*, *40*, 559–577. https://doi.org/10. 1007s11858-008-01-20-1

World Economic Forum. (2016). New Vision for Education : Fostering Social and Emotional Learning through Technology. En *Industry Agenda* (Número March). http://www3.weforum.org/docs/WEF_New_Vision_for_Education.pdf

7 Anexos

7.1 Anexo 1 - Instrumentos

7.1.1 Cuestionario

- ¿Qué necesitas para ser bueno en hacer matemáticas?
- ¿Cuál es tu motivación para hacer o estudiar matemáticas?
- ¿Qué sientes cuando escuchas la palabra matemáticas?
- Describe una situación donde estés haciendo matemáticas.

7.1.2 Guía de observación

	Diseño	Comentarios
1	Prerrequisitos	
2	Introducción	

3	Nivel inicial	
4	Las indicaciones son comprensibles para los estudiantes	
5	Monitoreo, ¿son adecuadas las preguntas?	
6	Estrategias para resolver problemas	
7	Multinivel en los retos	
8	Control del estudiante sobre sus respuestas	
9	Discusiones de como resuelven el reto	
10	Trabajo colaborativo	
11	A partir de lo que hacen los estudiantes, ¿se va adaptando la actividad?	
12	¿Se logró hacer la discusión viendo diferentes soluciones?	

	Participación	Comentarios
13	Es atractivo para los estudiantes	
14	Los estudiantes se notaron motivados	

15	Los estudiantes participaron activamente en la actividad	
16	Estudiantes fueron creativos al buscar soluciones	
17	Consideras que los estudiantes reaccionaron positivamente a esta metodología de trabajo	

Nombre de la actividad:

Características del aula:

Características del mediador:

Número de alumnos:

7.1.3 Encuesta

Por favor, responde lo siguiente para evaluar a la persona que guio la actividad:

Actividad: ________________________________

Nombre del facilitador (a): ____________________

	Muy malo	Malo	Regular	Bueno	Excelente
Organización					
Uso del tiempo					
Conocimiento del tema					
Presentación					
Material					
Desafío					

Por favor, responde lo siguiente para evaluar cómo te sentiste en la actividad.

¿Qué sentiste dentro de la actividad?	
¿Qué te gustó?	
¿Qué no te gustó?	

¿Volverías a participar en una actividad similar?	
Observaciones	
Tu nombre	

7.1.4 Rúbrica de evaluación

Principios de diseño didáctico	
Principio	**Preguntas**
De lo concreto	¿La actividad proporciona un modelo claro? ¿La actividad permite participante construir, modificar, extender o refinar el modelo? ¿ actividad involucra la construcción, descripción, explicación, manipulacio predicción o control de una estructura matemática significativa?
De la necesidad	¿Cuál es el propósito de la actividad? ¿Para quién? ¿Para cuándo? ¿La tarea asegura que el participante reconozca claramente la necesid de realizar la actividad? ¿La actividad provee de un impulso inicial en que la curiosidad motiva al estudiante a realizarla porque genera u necesidad intelectual (lo quiero saber)?
De la estructura matemática	¿Cuáles son las ideas fundamentales que subyacen a la activida ¿Cuáles son los patrones y regularidades que se espera que surjan de l respuestas de los participantes? ¿Cómo se describe la estructu matemática?
De la autoevaluación	¿Son claros para los participantes los criterios para evaluar si la soluci propuesta funciona? ¿Los participantes son capaces de evaluarse a mismos cuando las respuestas generadas son suficientemente buenas
Del espacio creado para el juego	¿Las reglas del juego o la actividad son claras, sencillas y cortas? ¿L participantes pueden llegar a las respuestas por una vía que no sea azar? ¿De qué forma participa cada participante? ¿Se tienen preparad posibles escenarios que se pueden presentar para la actividad? ¿Existe oportunidad para que cada participante revise su proceso de resolució ¿Cuál es el objetivo de la actividad? ¿Es individual o colaborativo?

De la participación/agencia	¿La actividad está diseñada para que cada individuo pueda participar? ¿ actividad permite la participación para una amplia gama de conocimient es decir, existe una escala de demanda cognitiva (de baja a alta)? ¿Los participantes pueden apropiarse del material y contenido? L participantes, ¿pueden utilizar acercamientos, estrategias, conocimien o habilidades que han obtenido dentro y fuera de la escuela?
Dominio afectivo	
Estructura	**Preguntas**
Integridad matemática	¿Cuál es la postura del participante frente a la actividad? ¿El participa trabaja para conocer el resultado? ¿El participante quiere saber por qu cómo funciona?
Identidad matemática propia	¿Cómo los participantes perciben la matemática? ¿Cómo los participan se perciben frente a la matemática? ¿Cuál es la utilidad que participantes le ven a la matemática? ¿El participante muestra confian en sí mismo sobre sus aptitudes, habilidades o competenc matemáticas? ¿Cuál es la motivación del estudiante con respecto quehacer matemático?
Intimidad matemática (experiencia)	¿El participante tiene momentos en los cuales queda absortó en actividad? ¿El participante muestra un buen manejo de la frustración? ¿ participante muestra interés en la actividad?

Condiciones y restricciones	
Características	**Preguntas**
Replicabilidad	¿El material de la actividad es fácil de conseguir? ¿El material es de b costo? ¿La actividad puede adaptarse a diferentes niveles conocimientos? ¿La actividad depende de la tecnología? ¿La activid funciona para grupos de 25 estudiantes o más?
Capacidad de generalización	¿Hay una guía de trabajo detallada que permita a los docentes interesa implementar la actividad? ¿La actividad es accesible para un docente

	especialista en matemáticas? ¿Existen recursos digitales donde el docen pueda tener acceso a la actividad?
Utilidad	¿Cómo la actividad beneficia o apoya el cambio de percepción de l estudiantes sobre la matemática? ¿Cómo la actividad mejora la aceptaci de la matemática en el aula?
Andamiaje instruccional	¿Cuáles recomendaciones aportan para guiar la actividad dentro del aul ¿Qué características se toman en cuenta para la instrucción en el aula?
Fiabilidad	¿Cuál es el grado en que las inferencias y afirmaciones que resultan d análisis retrospectivo son razonables y justificables?

7.2 Anexo 2 – Datos

7.2.1 Piloto ESTV A

7.2.1.1 Cuestionario

De los 18 estudiantes que están inscritos en el grupo de primer año que participó en el piloto, solo 12 de ellos (66 %) asistieron a las 5 sesiones. Por lo que serán las únicas respuestas que analizaremos, para poder ver tendencias sobre si se están modificando como se percibe la matemática, es necesario que hayan tenido toda la experiencia.

Global

En esta sección, se presentan las respuestas de los 12 estudiantes de manera global. Donde se logró tener una primera idea exploratoria sobre las tendencias de la dimensión de la percepción de la matemática en los estudiantes de primero de secundaria, a partir de los indicadores: definición, aprendizaje, interés y afectos.

Pregunta 1. Definición.

Cuestionario de entrada: “Las matemáticas son…” y en el cuestionario de salida “¿Qué son las matemáticas para ti?

Gráfica 7-1: ESTV A. Pregunta 1 – Entrada

Gráfica 7-2: ESTV A. Pregunta 1. Salida

Después de procesar las respuestas, las siguientes categorías emergieron:

Pregunta 1 - Definición			
Entrada		Salida	
Herramienta aprendizaje	3	Herramienta vida	8
Herramienta vida	3	Números	3
Importantes	3	Desarrollar inteligencia	1
Increíbles	2	Especiales	1
Interesantes	2	Herramienta aprendizaje	1
Aburridas	1	Aburridas	0
Desarrollar inteligencia	1	Importantes	0
Especiales	0	Increíbles	0
Números	0	Interesantes	0

Tabla 7-1: ESTV A. Pregunta 1. Definición

Pregunta 2. Aprendizaje.

En el cuestionario de entrada fue: “Para ser bueno en matemáticas hay que…” y en el cuestionario de salida fue: ¿Qué necesitas para ser mejor en hacer matemáticas?

Gráfica 7-3: ESTV A. Pregunta2 - Entrada

Gráfica 7-4: ESTVA. Pregunta 2 – Salida

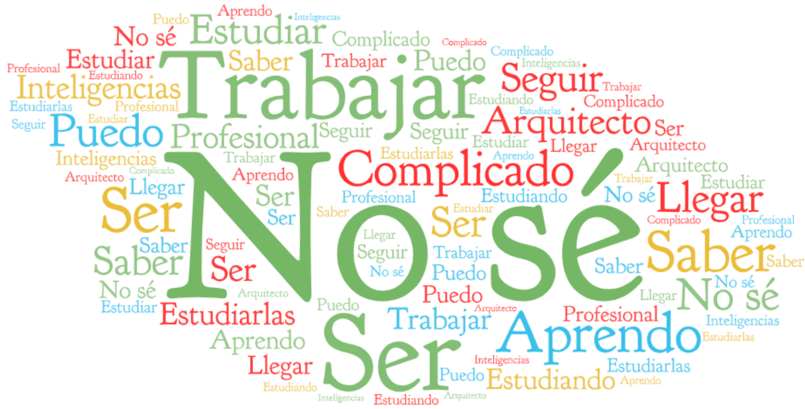
Después de procesar las respuestas, las siguientes categorías emergieron:

Pregunta 2 - Aprendizaje			
Entrada		Salida	
Estudiar	7	Practicar	8
Aprender	3	Estudiar	5
Practicar	2	Recordar	1
Entender	1	Aprender	0
Poner atención	1	Entender	0
Repasar	1	Poner atención	0
Saber	1	Repasar	0
Tener inteligencia	1	Saber	0
Recordar	0	Tener inteligencia	0

Tabla 7-2: ESTV A. Pregunta 2. Aprendizaje

Pregunta 3. Interés.

El cuestionario de entrada fue: “Mi motivación para hacer matemáticas es…” y en el cuestionario de salida fue: ¿Cuál es tu motivación para hacer matemáticas?



Gráfica 7-5: ESTV A. Pregunta 3 - Entrada

Gráfica 7-6: ESTVA. Pregunta 3 – Salida

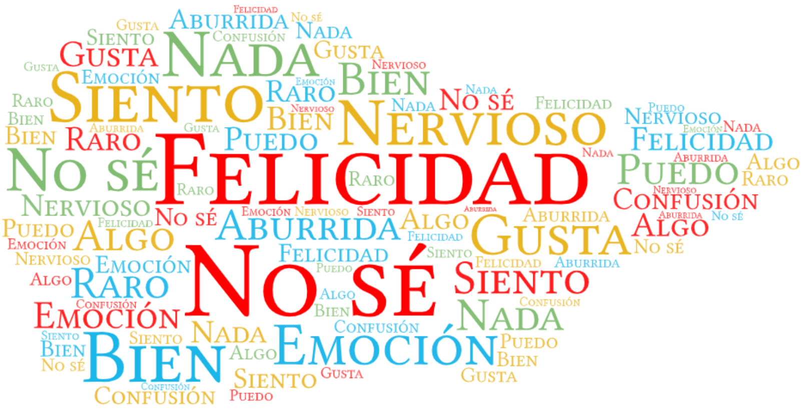
Después de procesar las respuestas, las siguientes categorías emergieron:

Pregunta 3 - Interés			
Entrada		Salida	
Futuro	5	Futuro	2
No sabe	3	Ser mejor	2
Aprender	1	Aprender	1
Complejo	1	Entrenar	1
Confianza	1	Esforzarse	1
Desarrollar inteligencia	1	Estudiar	1
Estudiar	1	Felicidad	1
Entrenar	0	Nada	1
Esforzarse	0	Necesidad	1
Felicidad	0	Números	1
Nada	0	Practicar	1
Necesidad	0	Complejo	0
Números	0	Confianza	0
Practicar	0	Desarrollar inteligencia	0
Ser mejor	0	No sabe	0

Tabla 7-3: ESTV A. Pregunta 3. Interés

Pregunta 4. Afectos.

En el cuestionario de entrada fue: “Cuando escucho la palabra matemáticas, siento…” y en el cuestionario de salida fue: ¿Qué sientes cuando escuchas la palabra matemáticas?



Gráfica 7-7: ESTVA. Pregunta 4 – Entrada

Gráfica 7-8: ESTVA. Pregunta 4 – Salida

Después de procesar las respuestas, las siguientes categorías emergieron:

Pregunta 4 - Afectos			
Entrada		Salida	
Felicidad	2	Felicidad	5
No sabe	2	Nerviosismo	5
Aburrimiento	1	Emoción	1
Bienestar	1	Enfado	1
Confusión	1	No contestó	1
Emoción	1	Sorpresa	1
Frustración	1	Tensión	1
Nada	1	Aburrimiento	0
Nerviosismo	1	Bienestar	0
Raro	1	Confusión	0
Enfado	0	Frustración	0
No contestó	0	Nada	0
Sorpresa	0	No sabe	0
Tensión	0	Raro	0

Tabla 7-4: ESTV A. Pregunta 4. Afectos

Individual

De los 12 estudiantes que participaron en las cinco sesiones, se puede ver el camino que cada uno de ellos experimentó con respecto a su percepción de las matemáticas, en particular los afectos. El código para cada estudiante consta de 5 variables (Escuela, Grado, Número asignado, Género, Edad)

La tabla está dividida en 11 columnas, donde la primera columna tiene el código de los estudiantes, seguido de las respuestas codificadas del cuestionario de entrada, las encuestas en dos de las actividades y el cuestionario de salida.

Estudiante	Definición Entrada	Aprendizaje Entrada	Interés Entrada	Afectos Entrada	Afectos Cartas	Afectos Caballos	Definición Salida	Aprendizaje Salida	Interés Salida	Afectos Salida
V.1.1.H.12	Herramienta aprendizaje	Estudiar	Aprender	Bienestar	Estrés Emoción	Felicidad Emoción Curiosidad	Herramienta vida	Practicar	Ser mejor	Nerviosismo Emoción
V.1.2.H.12	Importantes	Estudiar	Complejo	Nerviosismo	Felicidad Emoción Sorpresa Curiosidad	Curiosidad	Herramienta vida	Estudiar	Esforzarme	Nerviosismo
V.1.3.M.12	Importantes Herramienta vida	Estudiar Aprender	No sabe	No sabe	Felicidad Emoción Sorpresa	Sorpresa	Números Herramienta vida	Practicar	Necesidad	No contestó
V.1.4.M.11	Herramienta aprendizaje Increíbles	Estudiar	Futuro - Trabajar	Nada	Felicidad Estrés Emoción Frustración	Felicidad Estrés Emoción Sorpresa	Herramienta vida Herramienta aprendizaje	Practicar Recordar	Entrenar	Felicidad Enfado
V.1.5.H.12	Herramienta aprendizaje	Repasar	Futuro - Trabajar	Felicidad	No contestó	No contestó	Números	Practicar	Practicar	Felicidad
V.1.6.H.12	Interesantes	Estudiar	Futuro - Profesión	Felicidad	Felicidad Sorpresa Curiosidad	Curiosidad	Números	Estudiar	Ser mejor	Felicidad
V.1.7.H.12	Herramienta vida	Poner atención Practicar	No sabe	Emoción	Felicidad	Curiosidad	Herramienta futuro	Practicar	Futuro - profesión	Felicidad
V.1.8.M.11	Desarrollar la inteligencia	Saber Aprender	Desarrollar la inteligencia	Aburrimiento	Frustración	No contestó	Desarrollar la inteligencia	Estudiar	Nada	Nerviosismo
V.1.9.M.12	Importantes Herramienta vida	Estudiar Aprender	Estudiar Confianza	Frustración	Estrés Frustración	Felicidad Emoción	Herramienta vida	Estudiar	Ser feliz	Nerviosismo
V.1.10.M.11	Aburridas	Tener inteligencia	Futuro - Profesión	Raro	Sorpresa	Curiosidad	Herramienta vida	Estudiar Practicar	Aprender	Nerviosismo
V.1.11.H.12	Increíbles	Estudiar	No sabe	No sabe	No contestó	No contestó	Especiales	Practicar	Estudiar Números	Felicidad
V.1.12.M.12	Interesantes	Entender Practicar	Futuro - estudiar	Confusión	Felicidad Emoción Sorpresa	Felicidad Emoción Sorpresa	Herramienta vida	Practicar	Futuro - estudiar	Sorpresa Tensión

Tabla 7-5: ESTV A. Caminos afectivos.

Dentro de los procesos individuales que se llevaron a cabo, se hará explicito un caso:

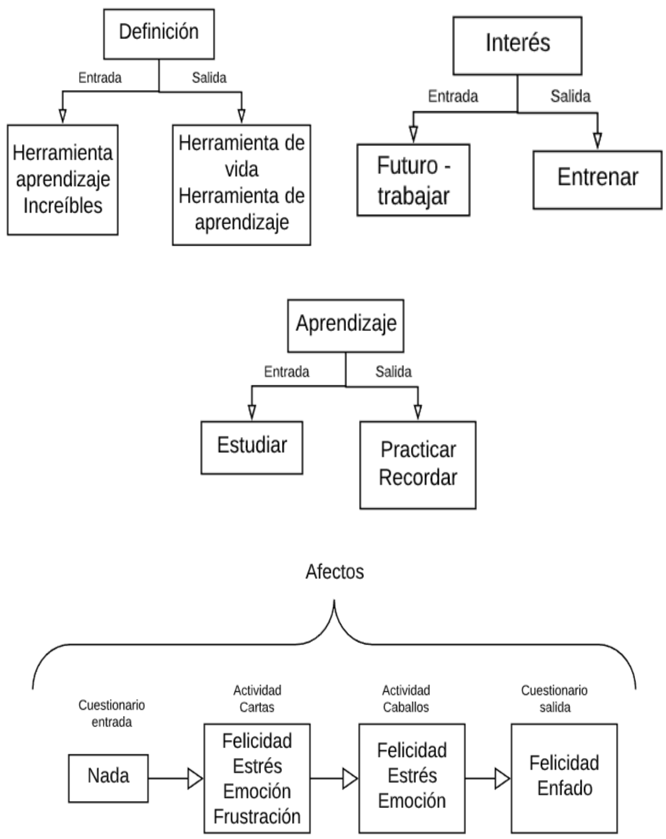


Figura 7-1: ESTV A. Individual V.1.4.M.11 - Caminos afectivos.

7.2.1.2 Actividad "Arreglo de 10 cartas"

Observaciones

Los siguientes resultados son producto de las observaciones que fueron realizadas por dos personas el 10 de septiembre del 2019, y fueron complementadas con observación del material de vídeo.

Diseño

AAD1 – Tiempo: no se consideró tiempo para la creación de los letreros para identificar a los participantes, actividad que es necesaria al menos para la primera sesión (*los docentes no tendrán este problema*).

AAD2 – Tiempo: no se consideró tiempo para repartir el material (*agregar en la sección de "recomendaciones de implementación" que se apoyen en los estudiantes)*

AAD3 – Preparación: no se contempló tener plumones para pizarrón dentro el material necesario *(agregar en la sección "que se necesita")*

AAD4 – Contenido: la complejidad de la primera versión del reto requiere que los estudiantes ya hayan entrenado su capacidad de concentración, paciencia y aprendizaje a partir del error. Las posibles estrategias, no fueron tan evidentes para algunos estudiantes. Una tercera parte de ellos no lo logró resolver. Mientras que solo uno llegó a intentar generalizar. ***(problema de diseño fundamental)***

Implementación

AAI1 – Duró 20 minutos la introducción, reducir el tiempo a la mitad.

AAI2 – Es suficiente con explicar el reto 2 veces (*agregar en la sección de "recomendaciones de implementación")*

AAI3 – La primera estrategia en emerger es la de prueba y error *(se había anticipado)*

AAI4 – La segunda estrategia que surge es resolver un caso más simple (del 1 al 5) *(se había anticipado)*

AAI5 – La mediadora empieza un recorrido desorganizado y antes de asegurarse de que todos hayan entendido el problema, empieza a escuchar estrategias **(problema de metodología, es necesario llevar un orden)**

AAI6 – La mediadora realiza el monitoreo uno a uno: *(las preguntas de monitoreo fueron adecuadas, agregar las nuevas a la sección "preguntas de monitoreo").*

- ¿Cómo vas?
- ¿Tienes algún problema para entender el reto?
- ¿Se entendió el problema?
- ¿Me puedes decir lo que se tiene que hacer?
- ¿Por qué las acomodaste así?
- ¿Por qué crees que funciona?
- ¿Te salió a la primera? ¿Cómo fuiste haciendo los cambios?

AAI7 – La mediadora, empieza a dar pistas para que los estudiantes avancen: ***(¿se estará induciendo a los estudiantes a que sigan una estrategia deseada por la mediadora?)***

- ¿Por qué no lo haces solo con 3 cartas y luego con 5?

- Induce a la estrategia de intercambiar cartas
- ¿Llevas un registro de lo que has hecho?
- ¿Te vas a acordar del orden o mejor lo anotas?

AAI8 – La mediadora escucha cada una de las estrategias y los invita a reflexionar sobre su estrategia de solución *(es el objetivo general del monitoreo, agregar al manual)*

AAI9 – Los estudiantes no están acostumbrados a esta forma de trabajo, por lo que ninguno quiere pasar al frente y exponer sus ideas ***(es una propuesta de metodología, se tiene que trabajar con cada grupo)***

AAI10 – Lo hacen dos, un poco forzado por la mediadora *(es un proceso, que se tiene que trabajar con el tiempo)*

Factibilidad

AAF1 – Se mostraron bastante tímidos al principio.

AAF2 – La introducción duró demasiado, por lo que los estudiantes se notaron aburridos, ansiosos y con ganas de ya pasar a la actividad ***(la introducción dura mucho tiempo, se tiene que llegar a la actividad más rápido).***

AAF3 – Se presentan exclamaciones de sorpresa y asombro al ver el reto (*el desafío es apropiado para los estudiantes, ¿cómo se puede ajustar con respecto a la complejidad?*

AAF4 – Cuando se intenta explicar el reto por tercera vez de manera general, los estudiantes se notan desesperados y ya quieren empezar.

AAF5 – Los estudiantes se muestran interesados, calmados y con ganas de empezar a trabajar. Se ríen cuando les preguntan que si así son siempre de calmados y callados.

AAF6 – Muestran interés en el problema y empiezan a reformularlo en sus propias palabras.

AAF7 – Muestran emoción al ver las cartas de póker *(que sean cartas de baraja inglesa si es un factor de motivación)*

AAF8 – Empiezan a realizar el reto enseguida, manipulando las tarjetas *(el material es adecuado para empezar el proceso de que los estudiantes empiecen a identificar la estructura matemática que se quiere abstraigan, es accesible a todos los estudiantes)*

AAF9 – Se quedan en silencio y trabajando (*es una actividad que impacta en la capacidad de concentración y quedan absortos en el desafío)*

AAF10 – Los estudiantes ríen y trabajan, empiezan a comparar resultados y estrategias *(buen nivel de motivación y participación)*

AAF11 – Cuando los estudiantes empiezan a avanzar en su solución, se emocionan y quieren retroalimentación inmediata, entre más participantes sean, más difícil será cubrir esta necesidad ***(la necesidad de retroalimentación inmediata empieza a frustrar a los estudiantes al no recibirla)***

AAF12 – Al no recibir retroalimentación, los estudiantes se empiezan a frustrar y empiezan a pedir salir a los sanitarios ***(se eleva el nivel de frustración, esto se tiene que prever con el principio de autoevaluación (autorregulación), es decir que los estudiantes tengan criterios a la mano para poder verificar sus observaciones o la calidad de sus respuestas)***

AAF13 – ¿Cómo se la pasaron? Bien ***(la metodología de trabajo fue adecuada)***

AAF14 – ¿Estuvo fácil o difícil? Difícil (la mayoría), más o menos (un par) ***(hay que revisar el nivel de la primera versión)***

Percepción

AAP1 – Significado de las matemáticas. Durante la introducción, el mediador, pregunta a los estudiantes, ¿qué son las matemáticas? Sus respuestas fueron: números, figuras, fracciones, operaciones, multiplicaciones, sumas, secuencias numéricas, punto decimal, resta de llevar, problemas, decimales, enteros. *(Se va a comparar con los resultados de los cuestionarios)*

AAP2 – Afectos asociados a la palabra matemáticas. Durante la introducción, el mediador, pregunta a los estudiantes, ¿qué sienten cuando escuchan la palabra matemáticas? Las respuestas que dieron: felicidad (cuando entiende), nervios (cuando se tiene que comunicar ideas, soluciones o procesos a pizarrón), tristeza (cuando un problema no sale), alegría, enojo. *(Se va a comparar con los resultados de los cuestionarios)*

AAP3 – La pregunta *¿qué son las matemáticas?* fue muy difícil *(si se quiere explorar la percepción de los estudiantes sobre la matemática, hay que modificar la pregunta)*

AAP4 – El mediador, habla sobre el método de Polya para la resolución de problemas, pero no estuvo bien integrado al discurso, hay que reformular ***(problema de metodología, quizás no es necesario hacerlo explicito)***

AAP5 – Significado: se resalta que una manera como se pueden concebir las matemáticas es como la resolución de problemas.

AAP6 – Utilidad. El mediador hace énfasis en que las matemáticas son herramientas para la resolución de problemas.

AAP7 – Utilidad. El mediador, a través de un ejemplo, intenta conectar la utilidad de las matemáticas, en particular el saber clasificar, con la cotidianidad de los estudiantes, con el problema de organizar su cuarto.

AAP8 – Afectos. La mediadora en el cierre hace énfasis en que reflexionen sobre lo que sintieron cuando avanzaban o resolvieron el problema

Encuestas

E: Excelente R: Regular Mm: Muy malo

B: Bueno M: Malo

Cartas													
	E	B	R	M	Mm	Afectos		Gustó		No gustó		¿Volverías a participar?	
Organización	9	3	0	0	0	Felicidad	6	Reto	4	Dificultad	3	Sí	12
Tiempo	5	5	2	0	0	Emoción	5	Atención recibida	3	El reto	2	No	0
Dominio	9	2	1	0	0	Sorpresa	5	Todo	3	Nada	5		
Presentación	6	5	1	0	0	Estrés	3	No contestó	2	No contestó	2		
Material	8	3	1	0	0	Frustración	3	Contenido nuevo	1				
Desafío	6	4	2	0	0	Curiosidad	2	Dinámica del taller.	1				
						No contestó	2						

A partir de las respuestas en las encuestas, se realizarán observaciones para que sea práctico integrarlas en el análisis de los resultados:

AAE1 – En términos generales, la actividad fue bien evaluada por los estudiantes, pues todos indicaron que volverían a participar en una actividad similar en la encuesta de salida.

AAE2 – Implementación: se tiene que hacer una revisión al tiempo que se propone, dado que, en las encuestas de salida, es el rubro que peor evaluado fue.

AAE3 – Diseño: se tiene que revisar el grado de complejidad del reto, pues en las encuestas de salida, los participantes fue el segundo rubro peor evaluado de la actividad. Y se corroboró con la pregunta que fue lo que menos les gustó, pues cinco de doce indicaron que el reto o la dificultad.

AAE4 – Un punto a destacar en esta sesión, es que tres estudiantes reportaron que lo que más les gustó fue la atención recibida. Independientemente del contenido o la dinámica que se propuso.

AAE5 – Afectos: Se registraron emociones que se buscan despertar en este taller, y en cuanto a este sentido, la parte socio emocional, parece que se está yendo en la dirección que se quería, pues los estudiantes reportaron sentir: felicidad, emoción, sorpresa, estrés, frustración y curiosidad

7.2.1.3 Actividad “Rectángulos”

Observaciones

Los siguientes resultados son producto de las observaciones que fueron realizadas por dos personas el 10 de septiembre del 2019, y fueron complementadas con observación del material de vídeo.

Diseño

ARD1 – Contenido: no tiene un objetivo claro ni con respecto al contenido matemático ni con respecto a los afectos que se quieren trabajar. ***(Se tiene que revisar a qué se le quiere dar énfasis)***

ARD2 – Contenido: la primera actividad necesita un nivel de abstracción que no todos los estudiantes tienen aún, por lo que hay que pensar en una manera de trabajarlo a partir de material concreto. ***(Enriquecer con material concreto opcional, para los estudiantes que lo requieran)***

ARD3 – Preparación. No se contempló tener una manera de registrar el trabajo de los estudiantes y saber si estaban logrando realmente resolver los retos, se tiene que pensar en un instrumento que lo permita. ***(Pensar en hojas de trabajo)***

ARD4 – El número de retos pudo ser poco para nivel secundaria. ***(A pesar de que para esta sesión el número fue adecuado, si se hubiera administrado mejor el tiempo, algunos estudiantes se hubieran quedado sin qué hacer.)***

ARD5 – Se tiene que probar con las piezas de cartoncillo, pues es el material que se propone en la guía para el docente.

Implementación

ARI1 – Al realizar las preguntas de indagación, es necesario esperar a que los estudiantes contesten.

ARI2 – La introducción duró casi la mitad de la actividad, se debe tener una mejor administración del tiempo. En consecuencia, la mitad de la actividad estuvo centrada en la mediadora, cuando lo que se busca es que las actividades estén centradas en los estudiantes, para lograr el principio de participación/agencia.

ARI3 – No se realizó de forma adecuada el monitoreo constante para saber si los estudiantes habían comprendido bien los retos.

ARI4 – Lo poco que se hizo de recorridos, fueron sin cubrir a la totalidad de los estudiantes y fue desorganizado. La mediadora, se mantuvo principalmente interactuando con los estudiantes que estaban en las butacas más cercanas al pizarrón.

ARI5 – Se tiene que proponer estrategia para buscar y encontrar la solución del reto de la primera parte.

ARI6 – Usar de referencia el tetris no funcionó en esta sesión, son muy jóvenes y no conocen el juego.

ARI7 – Se tiene que cuidar que los estudiantes no hagan de los retos de la segunda parte una competencia, pues lo que se busca es que cada uno vaya a su propio ritmo según su grado de entrenamiento.

ARI8 – Por la administración del tiempo, no hubo espacio para una discusión y cierre.

Factibilidad

ARF1 – La introducción duró demasiado, por lo que los chicos se notaron aburridos y desesperados, con ganas de ya pasar a la actividad ***(Violando el principio de participación centrada en el estudiante).***

ARF2 – Tienen pena o prefieren no pasar al pizarrón, cuando se buscan voluntarios. ***(Una de las posibles explicaciones es que la mediadora al no hacer los recorridos de monitoreo, no se aseguró que todos entendieran y no tenían confianza para pasar al pizarrón. Pues, una vez que otros estudiantes fueron pasando y todos entendieron mejor cual era el problema y cómo resolverlo, hubo un exceso de participación, de tal forma que la mediadora perdió un poco el control del grupo)***

ARF3 – Durante el desafío de la primera parte, los estudiantes de forma natural empezaron a comparar sus resultados, y mostraban sorpresa cuando encontraban uno nuevo.

ARF4 – Los estudiantes se mostraron atentos, participativos y emocionados cuando se revisó la solución del desafío de los poliminós. Y se mostraron decepcionados al no poder encontrar el último pentominó.

ARF5 – Algunos estudiantes propusieron en reiteradas ocasiones hacer una competencia, lo cual estresaba a unos, tanto que mentían sobre su progreso. Es importante que, durante el monitoreo, se logre suprimir esto.

ARF6 – Hubo varios estudiantes frustrados, se les sugirió una estrategia y lograron avanzar.

ARF7 – Durante la segunda parte de la actividad, hay momentos de silencio, donde se observa a todos los estudiantes trabajando y pensando. ***(Es una señal***

de que se está impactando en la estructura afectiva de intimidad matemática)

ARF8 – Hubo exclamaciones de desaprobación por parte de los estudiantes, cuando les notificaron que la actividad estaba a punto de terminar.

ARF9 – Algunos estudiantes expresan que estuvieron pensando mucho, se les observó orgullosos y felices.

ARF10 – En el cierre, se les invita a ser conscientes sobre qué estuvieron pensando. Los estudiantes dicen que se divirtieron y que las matemáticas son más de lo que pensaban.

Percepción

ARP1 – Nociones sobre el quehacer matemático. Durante la introducción, el mediador, preguntó a los estudiantes: ¿qué hacen los matemáticos? Sus respuestas fueron: estudian, son maestros, resuelven problemas difíciles.

ARP2– Significado. La mediadora, durante la introducción, habla sobre que las matemáticas están vivas, hay matemáticas nuevas cada día y hay muchos problemas no resueltos, como el de la primera parte.

ARP3 – Significado. La mediadora, durante la introducción, habla sobre como los matemáticos se dedican a resolver problemas

ARP4 – Utilidad. La mediadora dio varios ejemplos de cómo las matemáticas se aplican en la vida cotidiana.

Encuestas

En esta sesión, no se realizó la encuesta por error humano.

7.2.1.4 Actividad "Carrera de caballos"

Observaciones

Los siguientes resultados son producto de las observaciones que fueron realizadas por dos personas el 10 de septiembre del 2019, y fueron complementadas con observación del material de vídeo.

Diseño

ACD1 – Contenido: esta actividad aborda tópicos de probabilidad y estadística, que generalmente, junto con la geometría, son los contenidos que los docentes sacrifican dentro del trabajo en el aula. Por lo que no es sorprendente, que la intuición que se observó en esta sesión fuera poca. Los conceptos o ideas que se mencionaron: evento, espacio muestral, probabilidad, fracciones, equiprobables, probabilidad uniforme (**Se tiene que delimitar el contenido matemático en el que se quiere hacer énfasis en esta actividad, ya que se pueden abordar muchos temas).**

ACD2 – Se observa que, para la mayoría de los estudiantes, era la primera vez que realizaba experimentos aleatorios, por lo que quizás, el contenido matemático se deba dejar exploratorio y sin entrar en muchos detalles, para ir desarrollando solo nociones.

ACD3 – En esta sesión, el mediador empezó primero con teoría y luego el experimento, tiene que ser al revés, para darles oportunidad de desarrollar una idea intuitiva y después dar forma a lo que estuvieron observando.

ACD4 – En algún momento se requieren fracciones para hacer las cuentas, se tiene que cuidar el discurso para no sacar de la discusión a los estudiantes que no tengan un dominio suficiente de éstas.

ACD5 – Un tema que salió por la naturaleza del juego es las apuestas, una manera de manejarlo sin que se salga de control, es hablar un poco sobre la historia de cómo nació la probabilidad y conectarlo con la lotería. Así, poder concluir de las desventajas de las apuestas.

ACD6 – Se tienen que pensar en hojas de trabajo ya sea de forma individual o grupal, para ver cómo están pensando los estudiantes y ver qué nivel tienen. Una buena pregunta sería: ¿cuál es el mínimo número de lanzamientos que se tienen que hacer para que un número gane? O, ¿cuál es el máximo número de lanzamientos que tendría el juego más largo?

ACD7 – Es muy accesible a todos, pues no importa su nivel de entrenamiento, todos pueden jugar. Hacen una segunda vuelta algunos equipos del tablero dos.

ACD8 – El contenido también puede ir sobre predicción, experimento y comparación.

ACD9 – Con el tablero tres, se empieza a hacer trampa, al cambiar la dinámica individual a por equipo. Se tiene que cambiar la versión, la forma de trabajo o el material para evitar esta situación.

ACD10 – Falta que jueguen otra vez después de hacer las cuentas, para saber si modificaron su forma de apostar.

Implementación

ACI1 – De las tres actividades que se proponen, esta fue la más fácil de implementar por su fuerte componente de juego. La motivación fue natural.

ACI2 – Al principio los estudiantes se muestran tímidos, pero empiezan a participar activamente muy pronto.

ACI3 – Cuando las actividades son por equipo, es más fácil para el mediador hacer el monitoreo y dar retroalimentación.

ACI4 – Algunas de las acciones del mediador ayudan a que los estudiantes vayan desarrollando su confianza, por ejemplo: les dice constantemente que no deben tener miedo a equivocarse, que, si se equivocan, no pasa nada.

Factibilidad

ACF1 – Por la naturaleza del juego, que tiene que ver con apuestas, hay motivación intrínseca, que no se tiene que trabajar.

ACF2 – Todos los estudiantes participaron, tanto en el juego, como en las sesiones de reflexión sobre los experimentos.

ACF3 – Hay cambios en las emociones constantes, pues al ganar o perder, van de mucha felicidad a mucha decepción o tristeza. Y también se observó enojo y frustración, pero dentro del mismo equipo lograron resolver sus conflictos, pues el mediador no tuvo que intervenir ni una sola vez para este tipo de cuestiones.

ACF4 – El juego y las apuestas, hacen que las emociones se puedan observar mejor, y en esta actividad, si se quiere profundizar en el estudio del manejo de emociones de forma individual, sería una excelente actividad para empezar.

ACF5 – En general esta actividad fue la que mejor funcionó, pues tiene la motivación y el contenido matemático sin esfuerzo. A los estudiantes les gustó, participaron y por sus respuestas iniciales a las finales, si hubo un aprendizaje sobre estos experimentos y la probabilidad en diferentes escenarios.

ACF6 – Al final, los estudiantes empiezan a proponer escenarios hipotéticos y discutir sobre las posibles formas de cómo funcionarían.

Percepción

ACP1 – Afectos. El mediador, durante la introducción, pregunta: ¿A quién no le gustan? nadie levanta la mano. ¿A quién si le gustan? Se aprecian al menos 12 estudiantes que levantan la mano.

ACP2 – Durante la introducción, el mediador los hace reflexionar sobre el tiempo que llevan estudiando matemáticas, y los hace conscientes de que ha sido más de la mitad de su vida.

ACP3 – Significado. El mediador, durante la introducción, pregunta: ¿qué son las matemáticas? Las respuestas de los estudiantes fueron las siguientes: números, operaciones, sumas, geometría, fracciones, simetrías, problemas, **topología.**

ACP4 – Afecto. El mediador, durante la introducción, pregunta: ¿qué sienten cuando escuchan la palabra matemáticas? Los estudiantes respondieron: problemas, miedo, felicidad, angustia (porque no me sé las tablas), frustración, emoción.

ACP5 – Significado. El mediador, después de escuchar el significado que los estudiantes le dan a la matemática y los afectos que tienen cuando escuchan la palabra, da su definición/concepción de las matemáticas como la resolución de problemas en general y que siente en el proceso de resolver problema. Que es normal sentir frustración cuando no te sale, pero que la satisfacción cuando te sale vale la pena.

ACP6 – Utilidad. El mediador, cuando está haciendo la transición de la introducción a la presentación de la actividad, habla sobre como él concibe los conocimientos adquiridos en la escuela como operaciones, fracciones, etc. como herramientas que te ayudan a resolver problemas, pero no da ejemplos concretos. Sí menciona que la actividad de hoy se trata de una herramienta llamada probabilidad.

Encuestas

E: Excelente B: Bueno R: Regular M: Malo Mm: Muy malo

Caballos													
	E	B	R	M	Mm	Afectos		Gustó		No gustó		¿Volverías a participar?	
Organización	7	5	0	0	0	Curiosidad	5	Todo	6	Nada	5	Sí	
Tiempo	7	5	0	0	0	Emoción	4	No contestó	4	Hicieron trampa	4	No	
Dominio	6	5	1	0	0	Felicidad	4	Contenido	1	No contestó	2		
Presentación	5	6	1	0	0	No contestó	3	Dinámica	1	Dificultad	1		
Material	10	1	1	0	0	Sorpresa	3	Juego	1				
Desafío	5	6	1	0	0	Estrés	1						

A partir de las respuestas en las encuestas, se realizarán observaciones para que sea práctico integrarlas en el análisis de los resultados:

ACE1 – En términos generales, la actividad fue bien evaluada por los estudiantes, pues todos indicaron que volverían a participar en una actividad similar en la encuesta de salida.

ACE2 – Implementación: el material es un éxito, fue el rubro mejor evaluado; la organización, tiempo, dominio del tema, presentación y el desafío se tienen que revisar para mejorar, pero funcionan razonablemente bien.

ACE3 – Diseño: se tiene que realizar un ajuste en la versión tres, pues en la pregunta donde indican lo que menos les gustó fue que algunos de los equipos hicieron trampa.

ACE4 – Afectos: Se registraron emociones que se buscan despertar en este taller, y en cuanto a este sentido, la parte socio emocional, parece que se está yendo en la dirección que se quería, pues los estudiantes reportaron sentir: curiosidad, emoción, felicidad, sorpresa y estrés.

7.2.2 Iteración 1 ESTV B

7.2.2.1 Cuestionario

De los 27 estudiantes que están inscritos en el grupo de primer año que participó en esta iteración, solo 17 de ellos (63 %) asistieron a las 5 sesiones. Por lo que serán las únicas respuestas que analizaremos, para poder ver tendencias sobre si se están modificando como se percibe la matemática, es necesario que hayan tenido toda la experiencia.

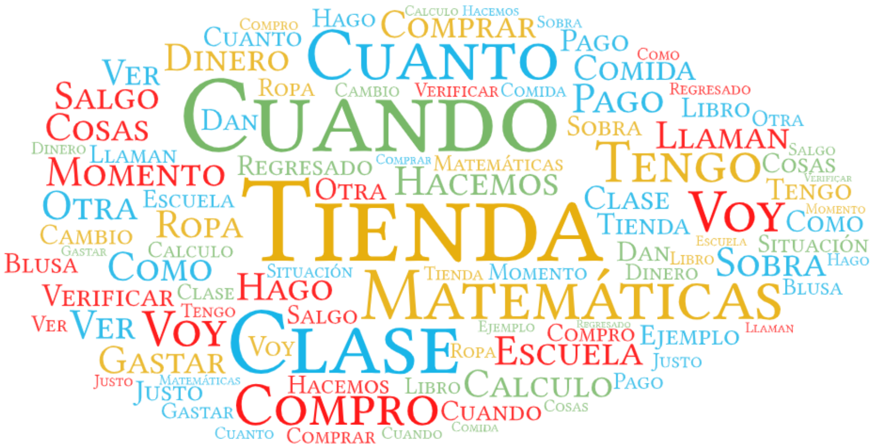
Global

En esta sección, se presentan las respuestas de los 17 estudiantes de manera global. Donde se logró tener una primera idea exploratoria sobre las tendencias de la dimensión de la percepción de la matemática en los estudiantes de primero de secundaria, a partir de los indicadores: utilidad, aprendizaje, interés y afectos.

Pregunta 1. Utilidad

Cuestionario de entrada y salida: “Describe una situación donde estés haciendo matemáticas”.

Gráfica 7-9: ESTV B. Pregunta 1 – Entrada



Gráfica 7-10: ESTV B. Pregunta 1 – Salida

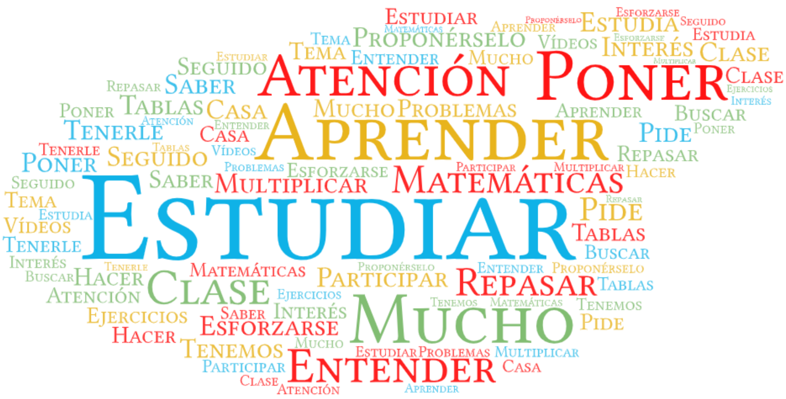
Después de procesar las respuestas, las siguientes categorías emergieron:

Pregunta 1 - Utilidad			
Entrada		Salida	
Realizar una compra	12	Realizar una compra	8
Clase de matemáticas	6	Clase de matemáticas	3
Música	1	Escuela	2
No sabe	1	No sabe	2
Realizar operaciones	1	Haciendo matemáticas	1
Relacionado con números	1	No contestó	1
Escuela	0	Otros	1
Haciendo matemáticas	0	Música	0
No contestó	0	Realizar operaciones	0
Otros	0	Relacionado con números	0

Tabla 7-6: ESTV B. Pregunta 1 – Utilidad

Pregunta 2. Aprendizaje

Cuestionario de entrada y salida: “¿Qué necesitas para ser bueno en hacer matemáticas?”



Gráfica 7-11: ESTV B. Pregunta 2 – Entrada

Gráfica 7-12: ESTV B. Pregunta 2 – Salida

Después de procesar las respuestas, las siguientes categorías emergieron:

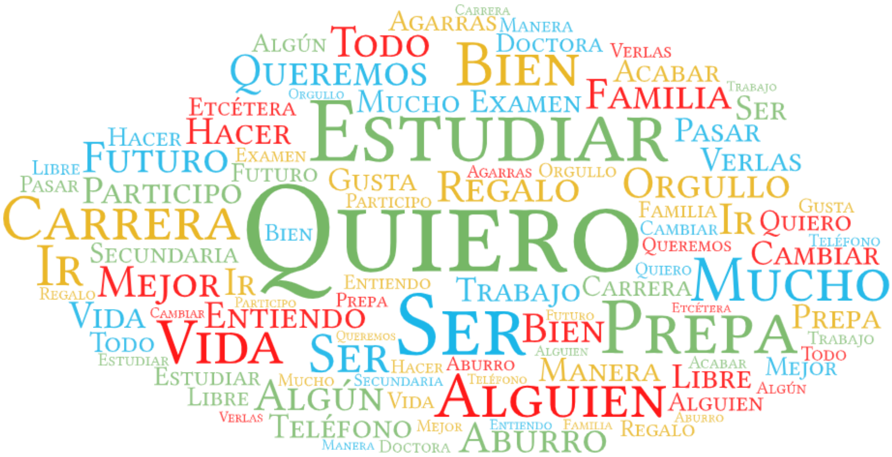
Pregunta 2 - Aprendizaje			
Entrada		Salida	
Estudiar	11	Estudiar	11
Aprender	3	Esfuerzo	2
Poner atención	3	Poner atención	2
Entender	2	Practicar	2
Repasar	2	Repasar	2
Esfuerzo	1	Apoyo	1
Interés	1	Aprender	1
Investigar	1	Pensar	1
No sabe	1	Entender	0
Participar en clase	1	Interés	0
Practicar	1	Investigar	0
Proponerselo	1	No sabe	0
Saber	1	Participar en clase	0
Apoyo	0	Proponerselo	0
Pensar	0	Saber	0

Tabla 7-7: ESTV B. Pregunta 2 – Aprendizaje

Pregunta 3. Interés

El cuestionario de entrada y salida fue: “¿Cuál es tu motivación para hacer o estudiar matemáticas?”

Gráfica 7-13: ESTV B. Pregunta 3 – Entrada



Gráfica 7-14: ESTV B. Pregunta 3 – Salida

Después de procesar las respuestas, las siguientes categorías emergieron:

Pregunta 3 - Interés			
Entrada		Salida	
Calificación	4	Futuro	11
Enorgullecer a los padres	4	Recompensa	2
Evitar castigo	4	Enorgullecer a los padres	1
Futuro	3	Entender	1
Recompensa	3	No sabe	1
Obligación	2	Ser mejor	1
No sabe	1	Ver las matemáticas de forma diferente	1
Entender	0	Calificación	0
Ser mejor	0	Evitar castigo	0
Ver las matemáticas de forma diferente	0	Obligación	0

Tabla 7-8: ESTV B. Pregunta 3 – Interés

Pregunta 4. Afectos

En el cuestionario de entrada y salida fue: ¿Qué sientes cuando escuchas la palabra matemáticas?

Gráfica 7-15: ESTVB. Pregunta 4 – Entrada

Gráfica 7-16: ESTV B. Pregunta 4 – Salida

Después de procesar las respuestas, las siguientes categorías emergieron:

Pregunta 4 - Afectos			
Entrada		Salida	
Nerviosismo	5	Nerviosismo	5
Enojo	4	Felicidad	3
Estrés	3	Miedo	3
Aburrimient	3	Nada	3
Emoción	2	Frustración	2
Miedo	2	Bienestar	1
Felicidad	1	Emoción	1
Frustración	1	Estrés	1
Motivación	1	No contestó	1
Nada	1	Tensión	1
No sabe	1	Timidez	1
Bienestar	0	Enojo	0
No contestó	0	Aburrimient	0
Tensión	0	Motivación	0
Timidez	0	No sabe	0

Tabla 7-9: ESTV B. Pregunta 4 – Afectos

Individual

Solo 17/27 estudiantes participaron en las cinco sesiones, pero aquí podemos ver el camino de cada uno de ellos experimento con respecto a su percepción de las matemáticas, en particular los afectos. El código para cada estudiante consta de 5 variables (Escuela, Grado, Número asignado, Género, Edad)

U: Utilidad   A: Aprendizaje   I: Interés   S: Afectos   e: Entrada   s: Salida
c: caballos r:rectángulos   a:arreglo cartas

Estudiante	U1	A1	I1	S1	Sc	Sr	Sa	U2	A2	I2	S2
C.1.1.H.12	No sabe	Aprender	Evitar castigo	No sabe	Felicidad	Bienestar	Desesperació n	Escuela	Esfuerzo	Futuro	Bienestar
C.1.2.H.12	Relacionado con números	Aprender Estudiar	Evitar castigo	Nada	Desesperación	Nada	Desesperació n Concentración	Escuela	Estudiar	Ser mejor	Nada
C.1.3.M.11	Realizar una compra	Esfuerzo Estudiar	Obligación	Nerviosismo Enojo Aburrimiento	Felicidad Sorpresa Miedo Curiosidad	Estrés	Estrés	Realizar una compra	Repasar	Futuro	Miedo Frustración
C.1.4.M.12	Realizar una compra	Estudiar Interés	Calificación Enorgullecer a los padres	Estrés Nerviosismo	No contestó	Emoción Desespera ción	Super	Realizar una compra	Estudiar Practicar	Futuro	Nerviosismo
C.1.5.H.12	Clase matemáticas	Poner atención	Evitar castigo	Estrés	No contestó	No contestó	Nada	No sabe	Estudiar	No sabe	Nada
C.1.6.H.12	Música	Estudiar Proponers elo	Recompens a	Aburrimiento	Curiosidad	Desespera ción	Estrés	No sabe	Estudiar	Recompe nsa	Tensión
C.1.7.M.12	Realizar una compra	Poner atención Estudiar	Enorgullecer a los padres	Emoción	Felicidad Curiosidad	Excelente	Emoción	Realizar una compra	Estudiar	Enorgulle cer a los padres	Emoción
C.1.8.H.12	Clase de matemáticas. Realizar una compra.	Entender Saber	Obligación Futuro	Enojo Emoción	Felicidad	Felicidad	Felicidad Bienestar	Clase de matemátic as. Realizar una compra.	Poner atención Pensar	Futuro	Felicidad Nerviosismo
C.1.9.H.12	Realizar una compra	No sabe	Calificación	Nerviosismo	Felicidad	Felicidad	Felicidad Nerviosismo	Clase matemátic as	Estudiar Aprender	Futuro	Felicidad Nerviosismo
C.1.10.H.11	Realizar una compra	Estudiar	Recompens a	Enojo	No contestó	Felicidad	Felicidad	Clase matemátic as	Estudiar	Futuro	Felicidad
C.1.11.M.12	Clase de matemáticas. Realizar una compra.	Estudiar Participar en clase	Evitar castigo Futuro	Felicidad Aburrición Motivación	Felicidad Emoción Sorpresa Alegría	Bienestar	Desesperació n Bienestar	Haciendo matemátic as	Poner atención Estudiar	Entender	Nada
C.1.12.M.12	Realizar operaciones	Estudiar	Enorgullecer a los padres	Miedo	Felicidad Estrés Miedo Cansancio	No contestó	Nada	No contestó	Estudiar	Futuro	No contestó
C.1.13.M.12	Clase de matemáticas. Realizar una compra.	Poner atención Estudiar	No sabe	Miedo	No contestó	Nada	Bonito	No entendí	Apoyo	Futuro	Miedo
C.1.14.M.12	Clase de matemáticas. Realizar una compra.	Aprender Repasar Practicar	Futuro	Nerviosismo	Felicidad	Felicidad	Felicidad	Realizar una compra	Estudiar Practicar	Recompe nsa	Nerviosismo
C.1.15.M.12	Realizar una compra	Repasar Investigar	Calificación Enorgullecer a los padres	Estrés Frustración	Felicidad Estrés Enojo Curiosidad	Frustración Placer	Estrés Furia	Realizar una compra	Repasar Esfuerzo	Futuro Ver las matemáti cas de forma diferente	Estrés Miedo Frustración
C.1.16.M.12	Realizar una compra	Estudiar Entender	Calificación	Enojo	No contestó	No contestó	Felicidad	Realizar una compra	Poner atención	Futuro	Nerviosismo
C.1.17.H.12	Clase de matemáticas. Realizar una compra.	Estudiar	Recompens a	Nerviosismo	Emoción	Emoción	Emoción	Realizar una compra	Estudiar	Futuro	Timidez

Tabla 7-10: ESTV B. Caminos afectivos.

Dentro de los procesos individuales que se llevaron a cabo, se harán explícitos 4 casos: 2 que pueden considerarse un éxito y dos que pueden considerarse un fracaso.

Caso C.1.1.H.12

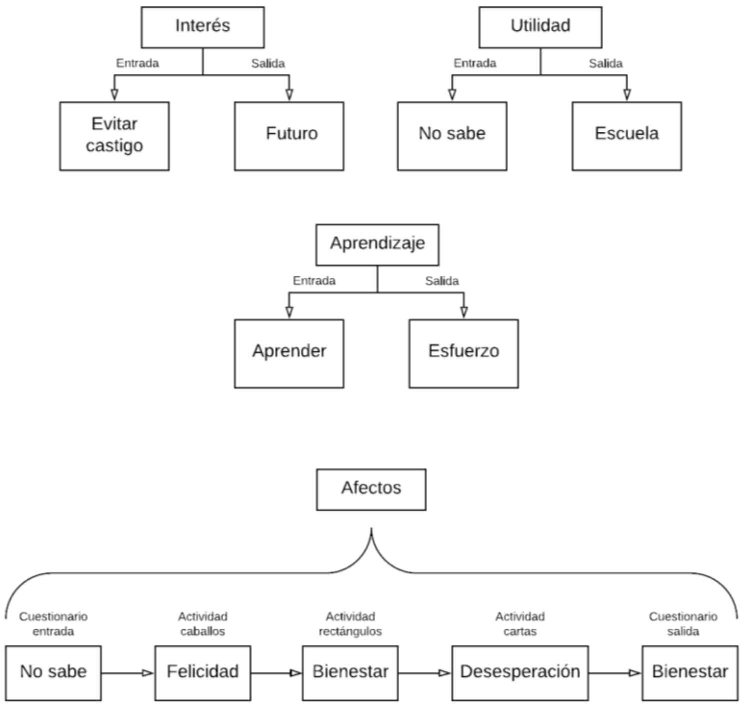


Figura 7-2: ESTV B. Individual C.1.1.H.12 - Caminos afectivos.

Caso C.1.4.M.12

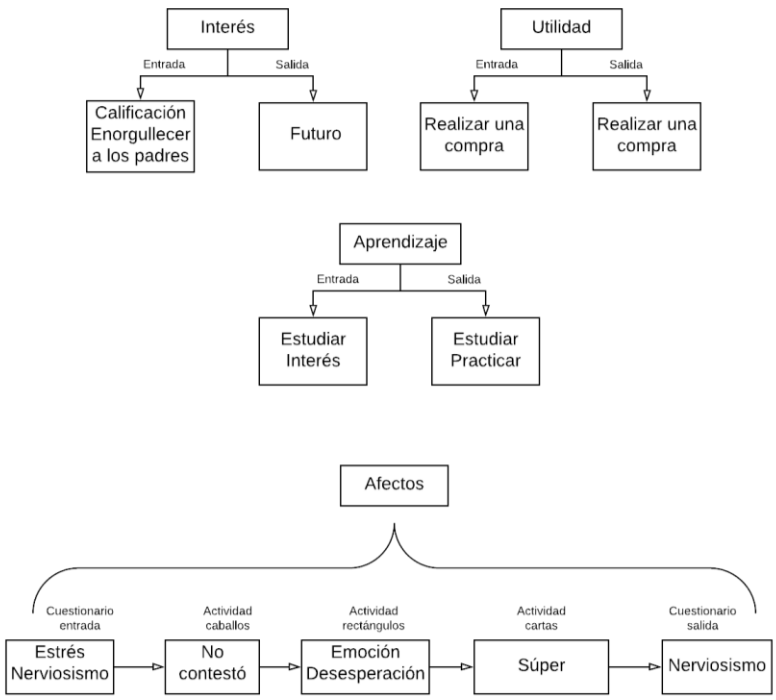


Figura 7-3: ESTV B. Individual C.1.4.M.12 - Caminos afectivos.

Caso C.1.3.M.11

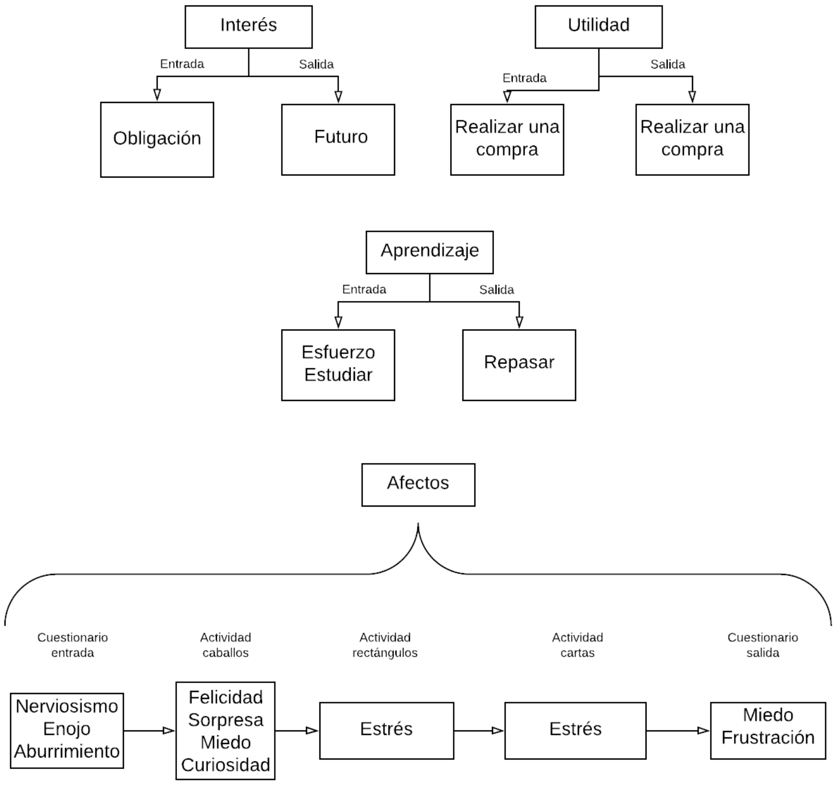


Figura 7-4: ESTV B. Individual C.1.3.M.11 - Caminos afectivos.

Caso C.1.15.M.12

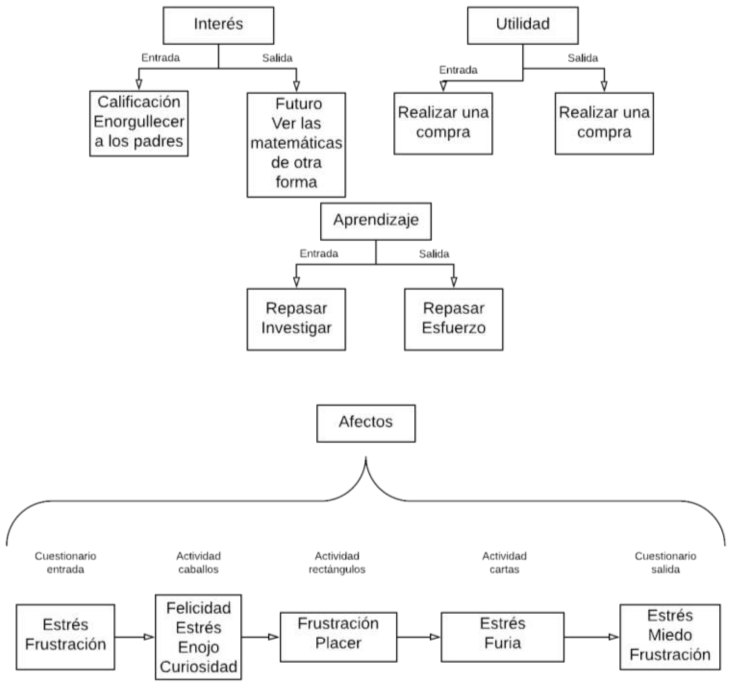


Figura 7-5: ESTV B. Individual C.1.15.M.12 - Caminos afectivos.

7.2.2.2 Actividad “Arreglo de 10 cartas”

Observaciones

Los siguientes resultados son producto de las observaciones recolectadas en un diario de campo de la sesión del 11 de octubre del 2019, y fueron complementadas con observación del material de vídeo.

Diseño

BAD1 – En esta sesión, repartir y recoger material, hacer y deshacer equipos, se lleva tiempo que no se ha considerado para la propuesta de estructura cronológica.

BAD2 – Se bajó la demanda cognitiva del primer reto, pero aún el salto entre el primer y segundo reto es muy grande, se tiene que trabajar para suavizar la transición.

BAD3 – Con el estudiante con discapacidad cognitiva, se le guio deliberadamente con la estrategia uno, no se sabe si es una buena decisión desde el punto de vista pedagógico o es mejor pensar en otras estrategias para que la actividad sea accesible para un rango más amplio de estudiantes. *(Se tendría que revisar investigaciones en matemática educativa inclusiva*).

BAD4 – Dado a lo observado en el piloto, en esta sesión se optó por trabajo colaborativo, pero no es claro que funcionó mejor. En esta ocasión se cambiaron dos variables: de trabajo individual a colaborativo y de 14 a 24 estudiantes, Se sugiere hacer más iteraciones con 25 o más estudiantes, con trabajo individual, colaborativo y mixto (es decir una parte que sea trabajo individual y otra parte colaborativa).

Implementación

BAI1 – Se trabajó con el método de Polya sin hacerlo explicitó, parece ser una buena forma, que el mediador o docente lo tenga presente, pero no es necesario dar la teoría a los estudiantes, o al menos no al principio.

BAI2 – Se trabajó por equipos, pero no resultó como se esperaba, se deduce que puede ser por varios factores: el monitoreo no fue adecuado, la demanda cognitiva del reto es alta, el número de integrantes por equipo no fue óptimo, era viernes y los estudiantes se observaron cansados.

BAI3 – En comparación con la actividad de rectángulos, no hubo momentos de silencio grupal, aquí el comportamiento del grupo fue diverso, los había totalmente abstraídos en el reto y los había sin ningún interés, por lo que se tienen que pensar en ajustes necesarios para captar el interés.

BAI4 – El recorrido que la mediadora realizó para saber si todos entendieron, aunque fue sistemático y ordenado, no fue suficiente con solo preguntarles si habían entendido, pues conforme se fue desarrollando la actividad, estudiantes que habían asegurado entender, cuando se les pidió que explicaran el reto, no fueron capaces. Por lo que se puede concluir que las características para que el monitoreo (Stein et al., 2008b) sea exitoso, se requiere que sea sistemático y ordenado. Esto es necesario, pero no suficiente para que la actividad sea exitosa. Se tiene que agregar una forma de saber que de verdad entendieron sin tener que preguntar uno a uno.

BAI5 – Se tienen que hacer al menos 3 recorridos, uno para cerciorarse que entendieron el problema, otro para escuchar estrategias, otro para escuchar soluciones, seleccionarlas y secuenciarlas.

BAI6 – No es evidente el proceso de pensamiento de los estudiantes.

BAI7 – En el cierre, varios estudiantes querían compartir su estrategia, pero el tiempo no fue suficiente. La discusión estuvo centrada en la mediadora y no en los estudiantes.

Factibilidad

BAF1 – Los estudiantes manipulan el material desde el primer momento.

BAF2 – Al parecer, la mediadora no fue capaz de lograr que todos entendieran durante su primer recorrido, lo que originó que no todos quedarán enganchados en la actividad, y hubo estudiantes muy dispersos.

BAF3 – Los estudiantes que quedaron cautivos, trabajaron, fracasaron y fracasaron sin darse por vencidos, y cuando triunfaron, se observó mucha felicidad y emoción en sus rostros. Esto es lo que se querría lograr en todos los estudiantes, aún se tiene que ajustar la demanda cognitiva de los primeros retos.

BAF4 – Algunos estudiantes se empiezan a quejar de que ya les duele la cabeza, esto muestra que no están acostumbrados a estar concentrados pensando por más de 20 o 30 minutos. Quizás esta actividad necesita actividades menos complejas para empezar a entrenarlos en concentrarse y pensar.

BAF5 – En el cierre, cuando se revisaron las estrategias y soluciones, los estudiantes estuvieron interesados y participativos.

BAF6 – Tres estudiantes no salen a receso por esperar retroalimentación de la mediadora, y pedir más retos. Este es un indicio de que puede mantenerse el interés a largo plazo.

Percepción

BAP1 – Aprendizaje. La mediadora habló sobre que pensar es una cuestión de entrenamiento, por ende, el hacer matemáticas también. Se piensa que, en esta actividad, quizás se puede integrar la propuesta de mentalidad de crecimiento en el discurso.

BAP2 – Aprendizaje. En el cierre, también se habló sobre el hecho que entre más problemas resuelvas, tendrás más estrategias para futuros problemas.

BAP3 – Significado. En el cierre, la mediadora enfatizó el hecho de que estuvieron pensando durante gran parte de la sesión, es normal que les haya dolido la cabeza, pues es como si estuvieran entrenando un músculo. Aquí se podría hablar de neuroplasticidad.

BAP4 – Significado. Una fuerte componente de “hacer matemáticas” es resolver problemas, con los conocimientos que posean y con las estrategias que se les ocurran a partir de su experiencia o inventar nuevas, cada uno puede hacer su propio camino a la solución y está perfecto.

Encuestas

E: Excelente B: Bueno R: Regular M: Malo Mm: Muy malo Nc: No contestó Na: No asistió

Cartas														
	E	B	R	M	Mm	Nc	Na	Afectos		Gustó		No gustó		¿Vo par
Organización	15	7	2	0	0	0	3	Emoción	7	Todo	11	nada	10	Sí
Tiempo	15	8	0	0	1	0	3	Felicidad	7	Reto	5	No contestó	9	No
Dominio	15	5	3	0	0	1	3	Desesperación	3	NA	3	No asistió	3	Tal ve
Presentación	17	5	2	0	0	0	3	Estrés	3	No asistió	3	No lograrlo	2	No asi
Material	17	7	0	0	0	0	3	No asistió	3	Tema	1	Complejidad	1	No co
Desafío	16	7	0	0	0	1	3	Bienestar	2	Competir contra mi	1	Dolor de cabeza	1	
								Nada	2	Dificultad	1	No sabe	1	
								Bonito	1	Lograr el reto	1			
								Concentración	1	Matemáticas	1			
								Furia	1	Pensar	1			
								Nerviosismo	1	Trabajar	1			
								No contestó	1					
								Super	1					

A partir de las respuestas en las encuestas, se realizarán observaciones para que sea práctico integrarlas en el análisis de los resultados:

BAE1 – En términos generales, la actividad fue bien evaluada por los estudiantes, pues 22 de 24 participantes indicaron que volverían a participar.

BAE2 – Implementación: en esta ocasión, se intentó ajustarse al plan cronológico propuesto en la sección 3.1.4, pero aun así, parece que no fue suficiente lograr todas las etapas que se pretendían. Por lo que se tendrá que hacer una reflexión más profunda sobre los objetivos que se persiguen y a partir de ahí tomar una decisión sobre si reducir el contenido o ampliar las sesiones.

BAE3 – Para esta iteración, el desafío estuvo mejor evaluado por los asistentes, y en la pregunta donde informan lo que no les gustó, se reportan menos respuestas que tienen que ver sobre la complejidad y el reto. Más aún, éstas empiezan a aparecer del lado donde se reporta lo que sí les gustó.

BAE4 – Implementación, en esta sesión, algunos estudiantes reportan como regular la organización, la presentación y el dominio del tema, se infiere que esto pueda ser debido a que el monitoreo no se hizo de una forma adecuada. Pues la dinámica del grupo sí cambio considerablemente al ser un número mayor de participantes. Para ello, se tendrán que realizar más iteraciones.

BAE5 – Afectos: al igual que en el piloto, se registraron emociones que se busca despertar en los estudiantes, tales como: emoción, felicidad, bienestar, bonito; mientras que emergen otras que nos indican que en efecto la actividad fue un reto para ellos, pero que estás emociones se tienen que manejar de forma adecuada: desesperación, estrés, nerviosismo; y se reporta una que no se quiere despertar y con la que se debe tener sensibilidad suficiente para aprender a regular: furia.

7.2.2.3 Actividad “Rectángulos”

Observaciones

Los siguientes resultados son producto de las observaciones recolectadas en un diario de campo de la sesión del 09 de octubre del 2019, y fueron complementadas con observación del material de vídeo.

Diseño

BRD1 – La estructura matemática se centró en las transformaciones rígidas sobre el plano, parece ser un camino plausible. Solo se tendría que incorporar al discurso algunos ejemplos de cómo tener esta habilidad de pensamiento espacial te puede ayudar en lo cotidiano.

BRD2 – Dentro de la primera parte, no se realizó algo para ayudar a aquellos que su nivel de abstracción no les permita comparar dos poliminós diferentes. Pero sí se tiene que dar esta opción. En esta ocasión se tuvo a un estudiante con discapacidad cognitiva, que un ejercicio un poco más concreto, le hubiera ayudado.

BRD3 – Se tiene que pensar en cuales habilidades emocionales se va a centrar la actividad, para incorporarla en el discurso, y que sea el hilo conductor de la actividad.

BRD4 – Se necesita pensar en una manera de saber si los estudiantes están resolviendo bien los retos.

BRD5 – Los 20 retos de la parte dos son insuficientes para algunos estudiantes, se tiene que pensar en llevar más retos o una actividad tres para los que acaben.

BRD6 – Se tiene que probar con las piezas de cartoncillo.

Implementación

BRI1 – Los estudiantes preguntan si van a trabajar en equipo reiteradamente. Esta actividad se pensó para el trabajo individual, pero dado a la cantidad de estudiantes con los que se tiene que trabajar y la retroalimentación que necesitan por cómo se les ha enseñado a trabajar. Quizás no sea una mala idea reestructurar todas las actividades para que sean en trabajo colaborativo.

BRI2 – La cantidad de estudiantes cambia por completo la dinámica, se optó por decirles lo siguiente para evitar que la frustración escale al no recibir retroalimentación inmediata:

- Confíen en sus procesos de resolución de problemas, que compartan sus soluciones con sus pares.
- La actividad les dará criterios que les permitirán saber cuándo tienen una buena propuesta de solución y cuando no.
- El facilitador hará recorridos sistemáticos para que puedan discutir sus ideas, y hay que esperar su turno.

BRI3 – En la primera parte de la actividad, en el contenido matemático, es importante recordar la definición de cuadrado. Las reglas del juego funcionan bien, de los errores que fueron reiterados por parte de los estudiantes son los siguientes:

- Usaban un número de cuadrados diferentes de los que se indicaban. (*Se recomendó pensarlo como área)*
- Piensan que ya encontraron todos los poliminós. *(Es fácil saber cuándo ya acabaron o no, solo hay que preguntar cuántos encontraron)*
- Siguen pegando por vértices o fracciones de lado. *(Se tienen que dejar escritas las reglas con los ejemplos para que no caigan en este error)*

BRI4 – En la segunda parte de la actividad, en el contenido matemático, no se dio la definición de rectángulo, no es claro que sea necesario, pues muestran que intuitivamente lo saben y las reglas del juego funcionan bien.

BRI5 – Los estudiantes mostraron una necesidad de saber a qué tienen que llegar, se mostraron ansiosos cuando no se les dijo y tuvieron que continuar buscando respuestas en la primera parte.

BRI6 – El monitoreo sistemático y en orden, es esencial para el éxito de esta actividad. El mediador tiene que hacer uso del lenguaje matemático con el material.

BRI7 – En la segunda parte, los retos son alcanzables, y los estudiantes que no tienen muy entrenado su pensamiento espacial, se pueden empezar a frustrar. Las preguntas de monitoreo y ayuda funcionan bien. Es importante que el mediador dé frases de aliento y que vea los errores como parte del proceso de aprendizaje, para abonar a la confianza matemática de los estudiantes.

BRI8 – Es importante no obligar a los estudiantes a participar frente al resto de sus compañeros, pues pueden no tener aún la seguridad en ellos o en sus procesos de pensar, por lo que se tienen que generar una forma de ver su trabajo tratando de enfatizar las cualidades de su trabajo y la oportunidad de revisar debilidades para no destruir su confianza.

BRI9 – En la primera parte, no se dio una estrategia para pensar ese problema, se tiene que revisar para cerrar esa parte de la actividad.

BRI10 – Para estudiantes con restricciones cognitivas, en cuanto al material de los retos de la segunda parte, se sugiere que los colores de las piezas y las tarjetas sean congruentes, pues si aún no desarrolla el reconocimiento de figuras, probablemente el de colores si lo domine. También es importante, pedir ayuda a sus compañeros, pues esta vez, necesitaba más atención que la que el mediador puede dar. Compañeros a su alrededor, estuvieron al pendiente de él, solo se requiere que el grupo en general entienda la diferencia entre ayudar y hacer.

BRI11 – En esta sesión, la referencia con el tetris sí funcionó, la mayoría de los estudiantes conocían el juego.

Factibilidad

BRF1 – Durante la primera parte de la actividad, hubo momentos de silencio en los que pensar en el problema prevalecía y en general, se observó disposición al trabajo, lo cual indica que el desafío es apropiado para los estudiantes y es accesible para un rango amplio de ellos, de igual forma esta actividad logra que los estudiantes entren en un estado de intimidad matemática, es decir, un alto nivel de concentración que los aísla de lo que ocurre a su alrededor.

BRF2 – Durante esta actividad, al igual que las sesiones anteriores, los estudiantes requieren de mucha atención y retroalimentación sobre lo que hacen, se tiene que trabajar en promover su independencia y su confianza matemática.

BRF3 – Los estudiantes fueron muy entusiastas y participativos en las dos partes de la actividad.

BRF4 – Se escucharon estudiantes que preferían no ver la solución, pues la querían encontrar ellos mismos. Esto habla sobre la capacidad de esta actividad de abonar a su integridad matemática e identidad matemática propia (Goldin, 2007), estructuras que definimos en la sección 2.2, la importancia del dominio afectivo en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

BRF5 – Se observaron muchos gestos de triunfo, emoción y felicidad por parte de los estudiantes cuando lograban resolver alguno de los retos.

Percepción

BRP1 – Significado. Un par de estudiantes durante estas actividades preguntaron si estaban haciendo matemáticas, a lo que la mediadora contestó que sí, que eran problemas matemáticos, en particular de geometría.

BRP2 - Significado. En el cierre, se propició un diálogo para asegurarse de que estuvieran conscientes que durante la sesión estuvieron haciendo matemáticas, al estar pensando y resolviendo retos. Tratando de transmitir un significado de la matemática como un espacio para pensar.

BRP3 – Significado. En el cierre, se habló sobre la generalización del desafío planteado en la primera parte, para abordar el hecho de que las matemáticas están vivas, que hay problemas sin resolver.

BRP4 – Aprendizaje. En el cierre, se les hizo conscientes sobre que estuvieron entrenando su habilidad de movimientos sobre el plano: rotación, reflexión y traslación. Y se habló sobre que en general, entre más entrenen, mejores se van a volver.

BRP5 – Utilidad. En el cierre, se habló sobre la necesidad de entrenar el pensamiento espacial para aplicarlo en situaciones de orientación, pero se necesitan más ejemplos y retos que sean cercanos a su cotidianidad.

Encuestas

E: Excelente B: Bueno R: Regular M: Malo Mm: Muy malo Nc: No contestó Na: No asistió

Rectángulos														
	E	B	R	M	Mm	Nc	Na	Afectos		Gustó		No gustó		¿V p
Organización	16	8	1	0	0	0	2	Felicidad	6	Todo	11	Nada	15	Sí
Tiempo	11	11	3	0	0	0	2	Emoción	5	Rectángulos	6	No contesto	6	No
Dominio	14	8	3	0	0	0	2	Bienestar	3	Poliminós	5	No asitió	2	Tal v
Presentaciór	14	11	0	0	0	0	2	No contestó	3	Matemáticas	2	Que no me salió	2	No a
Material	17	7	1	0	0	0	2	Alegría	2	No asitió	2	NA	1	No c
Desafío	16	7	2	0	0	0	2	Desesperación	2	Material	1	Reto	1	
								Nada	2	NA	1			
								No asitió	2	No contestó	1			
								Confianza	1	Tallerista	1			
								Estrés	1					
								Excelente	1					
								Frustración	1					
								Placer	1					

A partir de las respuestas en las encuestas, se realizarán observaciones para que sea práctico integrarlas en el análisis de los resultados:

BRE1 – En términos generales, la actividad fue bien evaluada por los estudiantes, pues 23 de 25 participantes indicaron que volverían a participar.

BRE2 – Implementación: en esta sesión, los dos rubros peor evaluados fueron el tiempo y el dominio del tema. En general, parece ser que las actividades son muy ambiciosas con respecto a los objetivos que se quieren alcanzar en 90 minutos. Para ellos se tiene que hacer una reflexión profunda para todas las actividades propuestas. En cuanto al dominio, quizás el discurso tiene que estar mejor integrado para lograr que los estudiantes se sientan más cómodos con la actividad y sus procesos de pensamiento.

BRE3 – Para esta iteración, se tienen algunas respuestas que nos hablan que no les gustó el desafío y que no les salió el reto. Para ello, se tiene que profundizar si están hablando de la primera o segunda parte para realizar los ajustes pertinentes.

BRE4 – Afectos: se registraron emociones que se busca despertar en los estudiantes, tales como; felicidad, emoción, bienestar, alegría, confianza, placer; mientras que emergen otras que nos indican que en efecto la actividad fue un reto para ellos, pero que estás emociones se tienen que manejar de forma adecuada: desesperación, estrés y frustración.

7.2.2.4 Actividad “Carrera de caballos”

Observaciones

Los siguientes resultados son producto de las observaciones recolectadas en un diario de campo durante la sesión del 07 de octubre del 2019, y fueron complementadas con observación del material de vídeo.

Diseño

BCD1 – Se suprimió el discurso inicial en todas las actividades, por miedo a caer en la predicación y predisponer a los estudiantes a la percepción que queremos que tengan, sin dar espacio a que la desarrollen ellos mismos. En consecuencia, también se suprimió el recabar información sobre distintos aspectos de percepción sobre la matemática. *Se debe tener un hilo conductor, que introduzca la actividad sin que sea en afán de predicar sobre la matemática. Nos fuimos de un extremo a otro, hay que encontrar algo intermedio. En este caso se puede dar una breve introducción sobre la historia de la probabilidad y las apuestas, contar una historia, hacer una pregunta que los deje pensando y al final, volver a hacer la pregunta, pero ahora con el conocimiento matemático. También se perdió la percepción de los estudiantes.*

BCD2 – En este grupo, hubo una confusión general para entender cuál era la dinámica del juego. Pues se confundían con el número que avanzaba y las posiciones que se avanzan. Se puede pensar en hacer una versión cero, donde no se involucren números, por ejemplo, un dado con 6 colores. Esto también alineado a que de alguna manera se está reforzando la preconcepción de que las matemáticas son números y operaciones, ¿se quiere eso?

BCD3 – Se necesitan hojas de trabajo o algún instrumento de registro, para que se pueda hacer evidente lo que están pensando los estudiantes. Ahora se pueden pensar en elaborar preguntas que empiezan a dar nociones del proceso cognitivo y emocional que está experimentando el estudiante.

BCD4 – De los conceptos que se abordaron y sobre los que se puede trabajar para generar el discurso son: noción del concepto de probabilidad, eventos equiprobables, probabilidad uniforme.

BCD5 – Por cuestiones de tiempo, solo se juega una vez cada versión, ¿se debería de jugar más veces? ¿hacer más sesiones? *Mejor que se trabaje en ideas para el profesor de como extender estas actividades y darles formalidad matemática a las ideas que emerjan, como diferencia entre la probabilidad teórica y práctica, la ley de los grandes números.*

BCD6 – Cuando se permitió a los estudiantes jugar una segunda vez sobre la versión dos, después de hacer la reflexión sobre los resultados del primer experimento, los estudiantes empezaron a pelear por apostar al número uno, quizás aquí en la hoja de trabajo, se podría poner una pregunta después de la explicación, ¿por cuál caballo apostarían y por qué?

BCD7 – En esta sesión se tuvo a un estudiante con discapacidad cognitiva, no se supo de su diagnóstico. En cuanto la accesibilidad de la actividad, no se tuvo que hacer ninguna adaptación para él, aunque hacia las operaciones a menor velocidad que sus compañeros, tenía un equipo que lo apoyaba y era paciente para que solo lo lograra.

BCD8 – Dado que, en el piloto, en la versión tres de la actividad los estudiantes se quejaron de que algunos equipos hicieron trampa, en esta ocasión, se decidió usar el pizarrón para llevar un registro, lo cual solucionó el problema, pero se volvió tardado. *Se sigue pensando en otra opción.*

BCD9 – Después de leer sobre los principios de diseño de actividades detonadoras de modelos, se puede hacer una historia, donde ellos tienen que escribir una carta a alguien que tenga que apostar en la versión tres y aconsejarle cual sería lo más conveniente y porqué.

BCD10 – Fue un acierto no dar teoría e ir concluyendo a partir de la observación y experimentación que hicieron los estudiantes.

BCD11 – Durante el cierre, se preguntó: ¿qué tiene que ver esto con matemáticas? La conclusión fue: “hasta para apostar se necesita pensar”.

Implementación

BCI1 – En las dos iteraciones, ambos mediadores primero pidieron que los estudiantes escogieran el número al que le querían apostar y luego les explicaron en qué consistía la actividad. Cuando el sentido común indica que debe ser al revés.

BCI2 – Fue fundamental el dar recorridos sistemáticos durante toda la actividad, se tiene que hacer un énfasis en que de esto depende el éxito de cada una de las actividades que se proponen. *Y va acorde con las prácticas que se proponen para todas las actividades.*

BCI3 – Una acción que ayudó a la comprensión de las actividades fue el dar ejemplos concretos de cómo funciona: “si yo lanzó el dado y sale un 6, las ficha que está ubicada en la casilla 6, avanza una posición; si lanzó el dado y sale un 4, las ficha que está ubicada en la casilla 4, avanza una posición. Y así van a continuar hasta que la ficha de alguna de las casillas llegue a la meta”. *Agregar a recomendaciones.*

BCI4 – Al ser una actividad colaborativa, se propone hacer equipos de 5 o 6 integrantes. En los equipos de 5 integrantes, en la versión 1 y 2, sobra un número, la manera en que se resolvió, fue que la casa tenga ese número, es decir el mediador, eso permite que los estudiantes estén informando sobre cómo va el experimento y ser parte de la actividad. *Agregar a recomendaciones.*

BCI5 – Al terminar cada una de las versiones, surgieron las siguientes preguntas de monitoreo:

- ¿Cuántos lanzamientos hicieron?
- ¿Cuál número ganó?
- ¿Creen que fue pura suerte?
- ¿Creen que haya un número más probable que otro? Es decir, ¿tiene la misma posibilidad que salga un dos a un cinco?

Se hizo una reflexión alrededor de estas preguntas después de cada uno de los experimentos, y de manera intuitiva a través de la experimentación, los estudiantes entendieron conceptos de equiprobable y no equiprobable.

Factibilidad

BCF1 – Se confirma que esta actividad tiene una motivación intrínseca, que como mencionamos en la sección de diseño, solo se tiene que trabajar el marco para direccionarla hacia donde se quiera trabajar con el grupo.

BCF2 – En cuanto a la participación, de igual forma, todos los estudiantes tuvieron acceso a la actividad y participaron. De nuevo, tiene que ver con el fuerte componente lúdico y la demanda mínima de conocimientos previos.

BCF3 – En esta actividad, notamos que a los estudiantes les cuesta regular sus emociones cuando ganan o pierden, muchos gritan. Es parte del juego, no sé si se pueden tomar medidas al respecto, para no importunar a otros salones por el ruido.

BCF4 – Una situación que emergió y no estaba contemplada, fueron los conflictos internos en cada uno de los grupos. En estas dos iteraciones, se les dejó que ellos encontraran soluciones. Se considera que es un buen ejercicio de regulación de emociones y que descubran o entrenen sus estrategias de resolución de conflictos. Como son considerablemente más estudiantes, el ruido si creció de forma significativa.

BCF5 – En la versión tres, la dinámica cambia en el grupo, por ello se originó la trampa en el piloto, pero en esta ocasión, se controló y funcionó muy bien.

BCF6 – Los estudiantes mostraron interés, motivación y buen manejo de la frustración. En esta actividad usaba premios para los ganadores, en esta ocasión no se mencionaron y no se registró un cambio en la participación.

Percepción

BCP1 – En cuanto a la percepción de los estudiantes, se perdió cuando se suprimió el discurso del inicio. Se tiene que recuperar al menos en parte.

BCP2 – Desde el discurso, solo en el cierre se mencionó que los experimentos que se hicieron son matemáticos. Y se abordó la utilidad y significado, al decir que hasta para apostar se tiene que pensar. *Se tiene que decidir cómo se va a abordar la percepción de las matemáticas en esta actividad.*

Encuestas

E: Excelente   B: Bueno   R: Regular   M: Malo   Mm: Muy malo   Nc: No contestó   Na: No asistió

Caballos														
	E	B	R	M	Mm	Nc	Na	Afectos		Gustó		No gustó		¿Volverías participar
Organización	6	14	5	0	0	1	1	Felicidad	10	Juegos	16	Nada	14	Sí
Tiempo	5	18	2	1	0	0	1	Emoción	7	Todo	5	No contestó	5	No
Dominio	6	14	6	0	0	0	1	Curiosidad	4	Matemáticas	2	Poca duración	3	Tal vez
Presentación	9	11	6	0	0	0	1	Miedo	3	Trabajo en equipo	2	Aventar dados	1	No asistió
Material	6	16	3	0	0	1	1	Sorpresa	2	Aprendizaje	1	El equipo	1	No contestó
Desafío	6	13	7	0	0	0	1	Estrés	2	NA	1	Miedo por no saber	1	
								Alegría	1	No asistió	1	No asistió	1	
								Bienestar	1	No contestó	1	Perder	1	
								Cansancio	1	Organización	1			
								Desesperación	1					
								Enojo	1					

A partir de las respuestas en las encuestas, se realizarán observaciones para que sea práctico integrarlas en el análisis de los resultados:

BCE1 – En términos generales, la actividad fue bien evaluada por los estudiantes, pues 24 de 26 participantes indicaron que volverían a participar en una actividad similar en la encuesta de salida.

BCE2 – Implementación: en esta sesión, hubo rubros que no fueron evaluados como regulares, se tiene que dar una revisada a el desafío, la presentación, el dominio y el tiempo.

BCE3 – Diseño: al parecer en este grupo, algunos pensaron que el tiempo no fue suficiente, se tiene que pensar como plantearlo de forma que, si se implementa, se tomen en cuenta otras sesiones con la misma actividad.

BCE4 – Afectos: respecto al ámbito socioemocional, se aprecia un movimiento de avance, dado que los estudiantes informaron que sintieron: felicidad, emoción, curiosidad, sorpresa, alegría, bienestar; se registraron otras que se tienen que poder manejar para que la actividad sea una experiencia positiva para el estudiante: estrés, cansancio, desesperación; y se registró una que se tiene que manejar para que no desemboque ese camino afectivo en una experiencia negativa: enojo.

7.3 Anexo 3 – Manual del docente

Se anexa en un documento aparte, se muestra a continuación la portada y la estructura.

UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO & CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICAS

Retos y juegos para pensar dentro del salón de clases

Manual para el docente

Mariana Carnalla Cortés

mariana@cimat.mx