



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

Campus Irapuato-Salamanca División de Ingenierías

**“ANÁLISIS DE LOS EFECTOS DE LAS NO LINEALIDADES DE
TEJIDOS BLANDOS Y CONTACTOS EN EL COMPORTAMIENTO
BIOMECÁNICO DEL PIE”**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA MECÁNICA**

PRESENTA:

ING. NATALI MANCERA CAMPOS

DIRECTORES DE TESIS:

DR. AGUSTÍN VIDAL LESSO

DR. JAVIER BAYOD LÓPEZ

SALAMANCA, GTO

SEPTIEMBRE, 2020.

Dedicatoria

A mis papás, Gerardo y Teodora, por acompañarme siempre a lo largo de mi vida, dándome su amor y confianza. Por brindarme su apoyo incondicional en cada una de las decisiones que tomo y motivarme cada día a luchar por lo que quiero pese a las adversidades.

A Marco Antonio, por brindarme su amistad incondicional, dándome su apoyo y motivación durante este proceso.

A mi asesor, Dr. Agustín Vidal Lesso, por brindarme su apoyo, confianza y orientación.

A todos ustedes con cariño, admiración y profundo agradecimiento, dedico este trabajo,

Agradecimientos

A Dios, por la vida y oportunidades que ha puesto en mi camino.

Al Dr. Agustín Vidal Lesso, por la asesoría y apoyo que me ha brindado para hacer realidad este trabajo, y, sobre todo, por la confianza que ha puesto en mí, para continuar trabajando con él.

Al Dr. Javier Bayod López, por brindarme su asesoría para mejorar este trabajo.

Al Dr. Javier Bayod López, y al Grupo de Mecánica Aplicada y Bioingeniería (AMB), del Instituto Universitario de Investigación de Ingeniería de Aragón, Universidad de Zaragoza, por proporcionarme los modelos CAD necesarios, para la realización del modelo virtual del pie.



**Universidad
Zaragoza**



A cada uno de mis profesores de maestría, por sus enseñanzas y orientación durante este proceso, y las cuales me servirán a lo largo de mi carrera profesional.

A la Universidad de Guanajuato, Campus Irapuato Salamanca, y al departamento de Ing. Mecánica, que me brindó la oportunidad de realizar mis estudios de maestría en su plantel, y por los apoyos otorgados para la asistencia a congresos nacionales e internacionales.



**UNIVERSIDAD
DE GUANAJUATO**

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACYT, por la beca otorgada para mis estudios de maestría, con número de registro: 906786.



CONACYT
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología

¡A todos muchas gracias!

CONTENIDO

Nomenclatura	VI
Glosario	VIII
Índice de figuras	IX
Índice de tablas	XIV
Resumen	XV
Abstract	XVII
Introducción	XIX
Capítulo 1. Marco de Referencia	1
1.1 Antecedentes	2
1.2 Planteamiento del problema	3
1.3 Justificación	4
1.4 Objetivo	5
1.5 Impacto	5
1.6 Alcances y limitaciones	6
1.7 Estado del arte	6
Capítulo 2. Marco Teórico	9
2.1 Introducción a la biomecánica	10
2.1.1 Fundamentos de anatomía funcional	11
2.2 Anatomía y funcionamiento del pie humano	14
2.2.1 Huesos y articulaciones del pie	14
2.2.2 El pie: músculos, tendones y ligamentos	16
2.2.3 Ángulos fisiológicos	23
2.2.4 Biomecánica del pie	25
2.3 El método del elemento finito	29
2.3.1 Métodos numéricos	29
2.3.2 Pasos básicos en el método del elemento finito	30
2.4 No linealidades en el análisis de esfuerzos	31
2.4.1 No linealidades geométricas	32
2.4.2 No linealidades del material	35
2.4.3 Problemas de aberturas y contactos	36
2.5 Algoritmos de solución y criterio de convergencia	39
2.5.1 Algoritmos de solución	40
2.5.2 Criterio de convergencia	42

2.6 Introducción a la mecánica del contacto	43
2.6.1 Contacto en un sistema masa-resorte	43
2.6.2 Método del multiplicador de Lagrange	46
2.6.3 Método de penalización	47
2.7 Modelado y simulación por elemento finito del pie y sus aplicaciones	48
2.7.1 Análisis de elemento finito de pie y tobillo	49
2.7.2 Litaciones de los modelos de elemento finito existentes	53
Capítulo 3. Metodología de análisis	55

3.1 Documentación del proyecto	57
3.2 Digitalización de huesos y tejidos blandos	57
3.2.1 Reparación de las geometrías	58
3.3 Generación del modelo CAD del pie	59
3.3.1 Ensamble de la estructura ósea del pie	60
3.3.2 Modelado CAD del cartílago articular	61
3.3.3 Inserción de tejidos blandos	63
3.4 Búsqueda y definición de los modelos de material	68
3.4.1 Modelos lineales	68
3.4.2 Modelos no lineales	69
3.5 Simulación numérica estructural del modelo de pie	70
3.5.1 Discretización del modelo CAD	70
3.5.2 Definición de contactos	76
3.5.3 Definición de condiciones de carga y frontera	82
Capítulo 4. Análisis y discusión de resultados	87

4.1 Validación del modelo virtual	88
4.1.1 Validación del modelo de acuerdo con los ángulos fisiológicos	89
4.1.2 Validación del modelo de acuerdo con las fuerzas de contacto	90
4.2 Parámetros estructurales del modelo lineal con regiones de contacto lineales (bonded)	92
4.3 Parámetros del modelo lineal con regiones de contacto no lineales (No separation)	95
4.4 Parámetros estructurales del modelo no lineal	100
4.5 Comparación estructural entre modelos de acuerdo con el tipo de contacto	103
4.6 Comparación de los ángulos fisiológicos entre los diferentes modelos	108
Conclusiones	114

Trabajos futuros	117
-------------------------	------------

Referencias	120
--------------------	------------

NOMENCLATURA

Símbolo	Significado
MPa	Mega pascales
°	Grados
mm	milímetros
N	Newton
Fig.	Figura
Def.	Deformación
Desplaz.	Desplazamiento
V.M.	Von Mises
CA	Cartílago articular
EF	Elemento finito
EL	Elástico lineal
ENL	Elástico no lineal
CM	Ciclo de marcha
FRS	Fuerza de reacción con el suelo
FTA	Fuerza del tendón de Aquiles
FTF	Fuerza del tendón flexor
FTE	Fuerza de los tendones extensores
DE	Distribución de esfuerzos
HE	Hiperelástico
A	Articulación/Articulaciones
TS	Tejido suave
ITC	Imagen por tomografía computarizada
IRM	Imágenes de resonancia magnética
VE	Viscoelástico
FP	Fascia plantar

TA	Tendón de Aquiles
TTP	Tendón tibial posterior
CAD	Dibujo asistido por computadora
STL	Formato de archivo informático de diseño
FEM	Método del elemento finito
FEA	Análisis por Elemento Finito
TC	Tomografía computarizada
DOF	Grados de libertad
2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
E	Módulo de Young
σ	Esfuerzo
ε	Deformación
σ_Y	Esfuerzo de cedencia

GLOSARIO

- **Tejido:** Material biológico natural constituido por un conjunto complejo y organizado de células, de uno o de varios tipos, distribuidas regularmente con un comportamiento fisiológico coordinado y un origen embrionario común.
- **Locomoción:** Acción de trasladarse de un lugar a otro, hace referencia al movimiento de una persona.
- **Perimio:** Vaina muy fina del tejido conjuntivo que rodea el músculo y envía prolongaciones que aíslan los diversos fascículos musculares.
- **Periostio:** Membrana fibrosa adherida a los huesos, que sirve para su nutrición y renovación.
- **Apófisis:** Parte saliente del hueso para articulación o inserción muscular.
- **Fascículo:** Haz o manojos de fibras musculares o nerviosas.
- **Oblicuo:** Aquello que se aparta de una línea vertical u horizontal.
- **Epífisis:** Cada uno de los extremos de un hueso largo.
- **Propioceptividad:** Sensibilidad articular gracias a la cual el organismo posee la percepción de sí, con relación al mundo externo. Permite a una parte del cuerpo sentir el movimiento aun cuando los ojos se mantienen cerrados y consiente al cuerpo moverse mejor.
- **Bipedestación:** Capacidad de los animales bípedos para andar sobre las dos extremidades que les diferencia de los cuadrúpedos.
- **Plantígrado:** que apoya completamente la planta del pie para poder andar.
- **Tuberosidad:** Protuberancia ósea, redondeada, rugosa, que sirve de inserción tendinosa.
- **Distensión:** Desgarro parcial o completo de fibras musculares.
- **Luxación:** Dislocación completa que se produce cuando un hueso se sale de su articulación.
- **Tubérculo:** Punto redondeado y pequeño de un hueso.
- **Ahusada:** que tiene forma cilíndrica y alargada, más estrecho en los extremos.
- **Retináculo:** Brazaletes membranosos que impide que los tendones, al contraerse sus músculos, deformen la superficie del brazo o de la pierna y pierdan eficacia.
- **Hallux:** Primer dedo, o dedo gordo del pie.
- **Fascitis:** Inflamación de la fascia (tejido conectivo bajo la piel que cubre y une otros tejidos).

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura	Descripción	Pág.
2.1	Planos y ejes de referencia, y términos de orientación asociados.	12
2.2	Ejemplos de movimientos fundamentales de la cadera y el hombro derecho. A. En el plano sagital. B. En el plano frontal. C. En el plano transversal.	13
2.3	Huesos del pie derecho: a) cara dorsal y b) cara plantar.	15
2.4	Ligamentos plantares del pie derecho.	17
2.5	Músculos de la planta del pie capa superficial.	18
2.6	Músculos de la planta del pie capa media.	20
2.7	Aponeurosis plantar superficial, vista por su cara inferior.	22
2.8	Tendones del pie, vistos por su cara inferior.	22
2.9	Medición del ángulo de Böhler en: a) un pie sin carga y b) uno con carga.	23
2.10	Medición del ángulo Tamba en: a) un pie sin carga y b) uno con carga.	24
2.11	Medición del ángulo de KITE en ambos pies.	24
2.12	Medición del ángulo de Costa Bartani interno, en un pie sin carga y otro con carga.	25
2.13	Fases del ciclo de marcha.	26
2.14	Actividad fásica esquemática de los músculos de la pierna y el pie durante la marcha.	27
2.15	Distribución promedio regional del peso expresado como un porcentaje de la carga total soportada por el pie en bipedestación y descalzo.	28
2.16	Condiciones que pueden hacer de un problema no-lineal: a) Viga elástica delgada cargada por una fuerza seguidora P, b) viga elástico-plástica cargada por una fuerza de dirección fija P y c) esfuerzo de contacto en un rodamiento de rodillos.	31
2.17	Una viga esbelta, con bisagras en un extremo y confinada sin fricción a una pared vertical en el otro extremo, b) y c) Posible carga vs comportamiento del desplazamiento. En b), k es tal que $k_t > 0$ para todo v . En c), $k = 0$.	33

2.18	Ejemplos de estructuras en las cuales la no linealidad geométrica puede ser importante. Las líneas punteadas sugieren formas de deflexión reales, las soluciones de desplazamientos no son escaladas. a) Barra rígida, b) Viga o columna elástica, c) y d) Marcos planos, e) membrana inicialmente plana, o placa.	34
2.19	Relación esfuerzo-deformación uniaxial: a) Material elástico no-lineal y b) Material elástico-plástico.	35
2.20	Dos partes de un modelo de elemento finito pueden: a) entrar en contacto, b) deslizar una sobre otra y c) perder contacto cerca de los puntos A y B.	36
2.21	Estructura simple con una abertura g que podría cerrarse, b) arreglo para del problema para solución numérica.	37
2.22	Resorte no lineal. El desplazamiento u no es directamente proporcional a la carga. b) Relación de carga versus desplazamiento. La solución incremental muestra desviación de la solución.	39
2.23	Soluciones incrementales con ecuaciones de equilibrio después de cada paso de carga, para ablandamiento estructural: a) Iteraciones Newton-Raphson y b) Iteraciones Newton-Raphson modificado.	41
2.24	a) Punto de masa soportado por un resorte. b) Energía del sistema masa resorte.	44
2.25	Punto de masa soportado por un resorte y diagrama de cuerpo libre para el método del multiplicador de Lagrange.	46
2.26	Punto de masa soportado por un resorte y un resorte de penalización debido al término de penalización.	47
3.1	Metodología aplicada.	56
3.2	Diagrama de flujo para la generación de las geometrías del pie.	59
3.3	Rango de valores normales para los ángulos fisiológicos de a) Costa Bartani y b) Kite.	60
3.4	Valores de los ángulos de a) Costa Bartani y b) Kite medidos en el modelo CAD de la estructura ósea del pie.	60
3.5	Generación de superficies de referencia para el modelado del cartílago articular en a) un extremo de los cinco metatarsos y en b) el astrágalo.	61
3.6	Modelo CAD de la estructura óseo-cartilaginosa del pie.	62
3.7	Geometrías del cartílago articular, modelado.	62
3.8	a) Superficies perpendiculares al eje longitudinal de la geometría de la Fascia plantar central, generadas en Desing Modeler (ANSYS ®). b) Recubrimiento a partir de las superficies generadas, realizado en Solid Works ®.	64
3.9	Geometría original de la Fascia plantar central.	64

3.10	Geometría de la Fascia plantar modelada con ayuda del recubrimiento de las superficies generadas.	65
3.11	a) Modelo CAD del pie completo: b) Vista inferior.	66
3.12	Modelo CAD del pie y plataforma.	68
3.13	Ubicación de la herramienta de topología virtual dentro del esquema de árbol del proyecto.	72
3.14	Caras virtuales del modelo.	72
3.15	a) Modelo CAD de pie b) con superficies virtuales.	73
3.16	Modelos mallados con a) 3,520,096 y b) 2,235,828 elementos.	74
3.17	Gráfica de deformación total vs Número de elementos.	75
3.18	Gráfica de Deformación unitaria equivalente vs Número de elementos.	75
3.19	Gráfica de Esfuerzo de V. Mises vs Número de elementos.	76
3.20	Gráfica de Fuerza de contacto total vs Número de elementos.	76
3.21	a) Ilustración de la compatibilidad de contacto generada por el módulo ANSYS Mechanical ®, e b) ilustración de la penetración que ocurre cuando la compatibilidad de contacto no es aplicada.	77
3.22	Ilustración de la formulación basada en el método de Penalizaciones.	78
3.23	Contacto “Bonded” establecido entre la tibia y su cartílago. b) Regiones en contacto, en rojo la superficie perteneciente a la tibia y en azul la superficie perteneciente al cartílago.	79
3.24	a) Contacto “No separation” establecido entre los cartílagos de tibia y astrágalo. b) Cartílagos de los huesos mencionados.	79
3.25	Uniones del tipo “Joint” para simular la inserción de FPC y FPL a sus respectivos huesos.	81
3.26	Contacto “No separation” establecido entre el EDB y los metatarsos.	81
3.27	Zonas del pie.	82
3.28	Condición de carga del peso corporal aplicado en la dirección Y, sobre la superficie superior de la tibia.	83
3.29	Fuerzas ejercidas por los músculos TA, EHL, FHL y FDL, a través de sus tendones.	83
3.30	Localización del tendón de Aquiles (en azul) en el pie.	84

3.31	Aplicación de la fuerza ejercida por el tendón de Aquiles sobre la superficie el calcáneo.	84
3.32	Restricción de los movimientos en Z, de los huesos del antepié y mediopié.	85
3.33	Restricción de los movimientos en X y Z, de la tibia, peroné y los tendones TA, TP, EHL, FHL y FDL.	85
3.34	Soporte fijo aplicado a superficies de la plataforma para restringir su movimiento en todas las direcciones.	86
4.1	Vista isométrica del modelo CAD del pie.	88
4.2	Comparación del ángulo de Costa Bartani, a) rango normal, b) valor del ángulo obtenido en el modelo desarrollado.	89
4.3	Comparación del ángulo de Kite, a) rango normal, b) valor del ángulo obtenido en el modelo desarrollado.	89
4.4	Porcentajes de distribución del peso corporal en las zonas de talón, y los dedos el pie obtenidos con el modelo desarrollado comparados con los obtenidos en la literatura.	91
4.5	Contorno de deformación total del modelo lineal con contactos del tipo “Bonded”.	93
4.6	Contorno de esfuerzo de la fascia plantar central del modelo lineal con contactos del tipo “Bonded”.	94
4.7	Contorno de deformación unitaria de la fascia plantar central del modelo lineal con contactos del tipo “Bonded”.	94
4.8	Contorno de desplazamiento en Y de la fascia plantar central del modelo lineal con contactos del tipo “Bonded”.	95
4.9	Comparación del esfuerzo máximo obtenido en 5 de los tejidos insertados, en los modelos con cargas aplicadas de 700 y 900 N.	97
4.10	Comparación de la deformación unitaria máxima obtenido en 5 de los tejidos insertados, en los modelos con cargas aplicadas de 700 y 900 N.	97
4.11	Comparación del desplazamiento en Y máxima obtenido en 5 de los tejidos insertados, en los modelos con cargas aplicadas de 700 y 900 N.	98
4.12	Contorno de deformación total del modelo lineal con contactos del tipo “No separation”.	98
4.13	Contorno de esfuerzo de la fascia plantar central del modelo lineal con contactos del tipo “No separation”.	99
4.14	Contorno de deformación unitaria de la fascia plantar central del modelo lineal con contactos del tipo “No separation”.	99
4.15	Contorno de desplazamiento en Y de la fascia plantar central del modelo lineal con contactos del tipo “No separation”.	100

4.16	Curva esfuerzo-deformación del modelo de material Multilineal implementado en la Fascia plantar central.	102
4.17	Curva esfuerzo-deformación del modelo de material Multilineal implementado en la Fascia plantar lateral.	102
4.18	Curva esfuerzo-deformación del modelo de material Multilineal implementado en los músculos MFDB, ADM, AH.	103
4.19	Comparación del esfuerzo de V. Mises máximo obtenido en 5 de los tejidos insertados, en el modelo con carga aplicada de 700 N.	105
4.20	Comparación de la deformación unitaria máxima obtenida en 5 de los tejidos insertados, en el modelo con carga aplicada de 700 N.	105
4.21	Comparación del desplazamiento en Y máximo obtenido en 5 de los tejidos insertados, en el modelo con carga aplicada de 700 N.	106
4.22	Comparación del esfuerzo de V. Mises máximo obtenido en 5 de los tejidos insertados, en el modelo con carga aplicada de 900 N.	106
4.23	Comparación de la deformación unitaria máxima obtenida en 5 de los tejidos insertados, en el modelo con carga aplicada de 900 N.	107
4.24	Comparación del desplazamiento en Y máximo obtenido en 5 de los tejidos insertados, en el modelo con carga aplicada de 900 N.	107
4.25	Comparación del ángulo de Kite en el a) modelo sin deformar, y el b) modelo deformado, cuando se aplica una carga de 900 N, al modelo con contactos del tipo “No separation”.	109
4.26	Variación del ángulo de Costa Bartani al modificar el tipo de contacto entre huesos en el a) modelo con contactos de tipo “No separation”, y el b) modelo con contactos del tipo “Bonded”, cuando se aplica una carga de 700 N”.	109
4.27	Variación del ángulo de Costa Bartani al modificar el tipo de contacto entre huesos en el a) modelo con contactos de tipo “No separation”, y el b) modelo con contactos del tipo “Bonded”, cuando se aplica una carga de 900 N”.	110
4.28	Comparación del ángulo de Costa Bartani en el a) modelo sin deformar, y el b) modelo deformado, cuando se aplica una carga de 900 N, al modelo con contactos del tipo “No separation”.	110

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla	Descripción	Pág.
2.1	Configuración y aplicaciones de los modelos de elemento finito existentes en la literatura.	49
3.1	Nombres y abreviaciones de los tejidos insertados.	66
3.2	Nombres y geometrías de los tejidos blandos insertados al modelo CAD del pie.	67
3.3	Constantes de material de cada uno de los modelos usados en los distintos tejidos del pie.	69
3.4	Número de elementos totales para cada malla generada del modelo de pie y plataforma.	74
3.5	Valores de los parámetros estructurales evaluados.	74
3.6	Porcentaje de diferencia entre las mallas 1,2,4 y 5, respecto a la malla 3.	75
3.7	Magnitudes de la fuerza ejercida por los músculos TA, EHL, FHL y FDL a través de sus respectivos tendones.	83
4.1	GRF en las zonas del talón y dedos del modelo virtual.	90
4.2	Porcentajes de peso corporal distribuidos en las zonas del talón y los dedos del pie, del modelo desarrollado y reportados en la literatura.	90
4.3	Valores de los parámetros estructurales en cada tejido del modelo lineal, con contactos del tipo “Bonded” y carga aplicada de 700 N.	92
4.4	Valores de los parámetros estructurales en cada tejido del modelo lineal, con contactos del tipo “Bonded” y carga aplicada de 900 N.	93
4.5	Valores de los parámetros en cada tejido del modelo no lineal, con contactos del tipo “No separation” y carga aplicada de 700 N.	96
4.6	Valores de los parámetros en cada tejido del modelo no lineal, con contactos del tipo “No separation” y carga aplicada de 900 N.	96
4.7	Constantes de los modelos de material, Elástico Isotrópico y Multilineal elástico (*Músculo: FHM, ADM, AH).	101
4.8	Valores de la deformación unitaria en los tejidos a los que se modificó el tipo de material, multilineal, por un modelo lineal.	102
4.9	Porcentaje de diferencia entre cada parámetro del modelo con contactos del tipo “No separation”, de cada uno de los tejidos insertados, con respecto a los valores obtenidos del modelo con contactos de tipo “Bonded”, con una carga aplicada de 700 N.	104
4.10	Porcentaje de diferencia entre cada parámetro del modelo con contactos del tipo “No separation”, de cada uno de los tejidos insertados, con respecto a los valores obtenidos del modelo con contactos de tipo “Bonded”, con una carga aplicada de 900 N	104

RESUMEN

El desarrollo de modelos de elemento finito del pie ha estado en marcha desde 1981 (Nakamura *et al.* [88]) y ha ido en incremento con el paso del tiempo. Debido a la complejidad implícita en los análisis numéricos de pie, cada uno de los modelos, han sido desarrollados con distinta clase de simplificaciones de acuerdo con el estudio que se pretenda llevar a cabo. Así pues, en la literatura se pueden encontrar desde modelos 2D hasta 3D, lineales y no lineales.

Así pues, por la relevancia que representa el desarrollo de nuevos modelos de pie, es que en este trabajo se desarrolló un modelo de elementos finitos de este miembro, con el objetivo principal, de determinar los efectos biomecánico-estructurales, que pueden llegar a generar la consideración de los distintos tipos de no linealidades numéricas. Para ello, se realizaron distintos cambios al modelo de pie, tanto en los tipos de contacto generados en cada una de sus articulaciones, como en el modelo de material asignado a algunos de los tejidos blandos. El contacto entre articulaciones se estableció de dos tipos, lineal (Bonded) y no lineal (No separation) en dos distintos modelos de pie, para después, comparar los valores de los parámetros estructurales obtenidos de ellos, y poder establecer las diferencias generadas entre parámetros, al modificar el tipo de contacto utilizado. De manera similar se hizo con el modelo de material asignado a algunos de los tejidos blandos de dos diferentes modelos, donde se asignó un modelo de material lineal a los tejidos del primer modelo de pie, y un no lineal para los tejidos del segundo modelo, y posteriormente poder determinar las diferencias encontradas entre los parámetros estructurales de un modelo y otro debido al tipo de material.

En primer lugar, se logró validar el modelo numérico de pie, mediante la comparación de la distribución del peso corporal en retropié y dedos, con los valores obtenidos experimentalmente y mediante simulación por Cavanagh *et al.* [52] e Isvilanonda *et al.* [2] respectivamente, obteniendo para el modelo aquí desarrollado, una distribución del peso corporal de 67% en la zona del retropié y de 7% en los dedos. También se realizó la medición de los ángulos fisiológicos de Costa Bartani y de Kite, obteniendo valores de 124° y 23°, respectivamente, lo cual ayudó a verificar que el modelo desarrollado fuera anatómicamente correcto.

La comparación de los parámetros estructurales obtenidos con un modelo en el que el movimiento relativo entre huesos fue restringido, con otro en el que no, mediante el control de las regiones de contacto, mostró una diferencia significativa entre modelos de hasta 99.1%, lo que indica que el uso de un tipo de contacto lineal (que no permita el movimiento relativo entre huesos), en modelos numéricos de pie, puede derivar en resultados muy distintos de los obtenidos con modelos en los que se usen contactos no lineales (No separation), que además son más acordes a la realidad.

Se pudo verificar también, que el incremento de esfuerzos y deformaciones, en cada uno de los tejidos blandos del pie, está directamente relacionado con el incremento del peso corporal de una persona, lo cual indica que personas con sobrepeso pueden ser propensas a desarrollar con mayor facilidad diferentes patologías del pie.

Finalmente, de la comparación realizada entre modelos de pie, con distinto tipo de material, no se obtuvo diferencia alguna, esto, debido al rango de deformación presente en el modelo.

ABSTRACT

The development of finite element models of the foot has been ongoing since 1981 (Nakamura *et al.* [88]) and has been increasing over time. Due to the implicit complexity in the numerical analyzes of the foot, each of the models has been developed with different kinds of simplifications according to the study to be carried out. Thus, in the literature we can find either 2D, 3D models, linear or nonlinear.

Thus, given the relevance that the development of new foot models represents, it is that in this work a finite element model of this member was developed, with the main objective of determining the biomechanical-structural effects due to the consideration of the different types of numerical nonlinearities. To achieve the above, different changes were made to the foot model, both in the types of contact generated in each of its joints, and in the material model assigned to some of the soft tissues. The contact between joints was established of two types, linear (Bonded) and non-linear (No separation) in two different foot models, to later compare the values of the structural parameters obtained from them, and be able to establish the differences generated between parameters. In a similar way, it was done with the material model assigned to some of the soft tissues of two different foot models, where a linear material model was assigned to the tissues of the first model, and a non-linear one for the tissues of the second, and later to be able to determine the differences found between the structural parameters of both models due to the type of material.

Once the numerical foot model was complete, it was possible to validate it, by comparing the distribution of body weight in the hindfoot and toes with the values obtained experimentally and by simulation by Cavanagh *et al.* [52] and Isvilanonda *et al.* [2] respectively, obtaining for the model developed here, a body weight distribution of 67% in the hindfoot and 7% in the toes. The physiological angles of Costa Bartani and Kite were also measured, obtaining values of 124° and 23°, respectively, which helped to verify that the model developed was anatomically correct. Comparison of the structural parameters obtained with a model in which the relative movement between bones was restricted, with another in which it was not, by controlling the contact regions, showed a significant difference between models of up to 99.1%, which indicates that the use of a type of linear contact (that does not allow relative movement between bones), in numerical foot models, can lead to results very different from those obtained with models in which non-linear contacts are used (No separation) , which are also closer to reality.

It could also be verified that the increase in stress and deformations in each of the soft tissues of the foot is directly related to the increase in body weight of a person, which indicates that overweight people may be prone to develop more easily different pathologies of the foot. Finally, from the

comparison made between models with different types of material, no difference was obtained, this, due to the range of deformation present in the model.

INTRODUCCIÓN

La necesidad de comprender el comportamiento biomecánico del pie humano, los mecanismos que causan sus distintas lesiones y patologías, y la forma en que se realizan y le repercuten los distintos tratamientos quirúrgicos empleados para corregirlas, han sido clave para el desarrollo de variados modelos numéricos de este miembro, así, como para un crecimiento considerable de la colaboración de la ingeniería a la medicina. Cada nueva mejora que es introducida en los modelos de pie que se desarrollan, contribuye de manera considerable al enriquecimiento no solo del área biomecánica, sino también del área médica, y es con esta motivación, que se busca que este trabajo genere un nuevo modelo numérico, que no solo pueda ser usado en más y variados análisis que permitan obtener resultados cada vez más precisos, si no también, que haga posible el aporte de información relevante, sobre el impacto que tiene el uso de contactos o modelos de material lineales y no lineales, sobre los parámetros estructurales de huesos y tejidos blandos, acortando un poco el camino de los investigadores en la búsqueda de desarrollar nuevos y mejores modelos de pie.

Así pues, a lo largo de este trabajo, se muestra la metodología empleada para el desarrollo y análisis del modelo numérico de pie, así como los resultados obtenidos. El modelo aquí desarrollado, servirá para determinar los efectos biomecánico-estructurales generados por la consideración de los distintos tipos de no linealidades numéricas, en análisis por elementos finitos, las cuales consisten principalmente en las regiones de contacto entre huesos; la inserción de tejidos blandos cuyas geometrías no han sido simplificadas; y los modelos de material implementados en cada una de las partes del modelo.

Los tipos de contacto y modelos de material serán variados posteriormente, para realizar distintas simulaciones, y poder así comparar los resultados obtenidos con cada una de las variaciones del modelo, para reportar las diferencias cuantitativas obtenidas, entre los resultados de los distintos modelos.

El trabajo se divide en cuatro capítulos, a través de los cuales se explican las consideraciones tomadas en cuenta durante el desarrollo de esta investigación. Se presenta al inicio de cada capítulo una breve introducción, para dar al lector una idea general de los temas que se desarrollarán.

En el Capítulo 1 se presenta el Marco de Referencia de la investigación, donde se abordan los antecedentes, describiendo un poco los distintos modelos numéricos de pie encontrados en la literatura, y sus principales objetivos de estudio. Posteriormente, en este mismo capítulo, se describe

el planteamiento del problema de esta investigación, su justificación, objetivos, impacto, así como sus alcances y limitaciones.

Las bases teóricas necesarias para la realización de este trabajo se presentan en el Capítulo 2. Estas abarcan una breve introducción a la biomecánica en general, la anatomía y funcionamiento del pie humano, una explicación del método del elemento finito, las no linealidades presentes en análisis por EF, hasta una recopilación de los diferentes modelos numéricos de pie encontrados en la literatura, y las principales limitaciones de estos en cuanto a geometrías y materiales.

El Capítulo 3 está dedicado completamente a explicar cada uno de los pasos involucrados en la metodología de desarrollo de este trabajo. Esto abarca desde la generación del modelo CAD, hasta la solución del modelo numérico del pie, y cada una de las consideraciones tomadas en cuenta durante el proceso.

En el capítulo 4 se muestran los resultados obtenidos, con cada una de las variaciones en el modelo que se mencionaron previamente, además de una amplia discusión de estos, para finalmente exponer en una última sección las conclusiones a las que se llegó con la realización de este trabajo.



Universidad
de Guanajuato

Capítulo 1

Este capítulo describe de manera general el proyecto a desarrollar. En primer lugar, se abordan los antecedentes del problema, para posteriormente dar paso a su planteamiento. Se continúa con la justificación, objetivo y el impacto que se pretende tener con el desarrollo de este trabajo. Se exponen también un listado de los alcances a obtener una vez el problema sea resuelto, así como las limitaciones a las cuales se puede enfrentar la solución de este. Finalmente, se expone el estado del arte del problema.

MARCO DE REFERENCIA

- 1.1 Antecedentes
- 1.2 Planteamiento del problema
- 1.3 Justificación
- 1.4 Objetivos
- 1.5 Impacto
- 1.6 Alcances y limitaciones
- 1.7 Estado del arte

Capítulo 1

Marco de referencia

1.1 Antecedentes

Como parte de la contribución por mejorar la comprensión del complejo comportamiento biomecánico del pie humano, muchos investigadores se han dado a la tarea de desarrollar modelos numéricos que impulsen el conocimiento de este. Ya sea, analizando alguna de las diversas lesiones y patologías que afectan al pie [1-8]; evaluando y estudiando la interacción de huesos y tejidos blandos con componentes externos tales como implantes [9,10]; simulando técnicas quirúrgicas que permitan predecir efectos no deseados tras su realización [9] o simplemente analizando la biomecánica de este miembro [12-14], con la finalidad de tener una comprensión más amplia de esta.

Yan Zhang *et al.* [3] desarrollaron un modelo numérico del pie, con la finalidad de aprovechar las ventajas que ofrece el análisis por elementos finitos, para llevar a cabo una evaluación paramétrica eficiente de las deficiencias estructurales y funcionales asociadas con deformidades del pie debido al Hallux Valgus. Por otro lado, Marco A. Martínez Bocanegra *et al.* [9], emplearon su modelo desarrollado para evaluar la interacción entre huesos e implante del pie debido a una artroplastia para reemplazar la primera articulación metatarsal, proporcionando así información valiosa a los médicos especialistas a la hora de seleccionar un implante para este tipo de procedimientos.

Cada uno de los modelos desarrollados a la fecha contribuyen en gran medida al campo de la biomecánica, pero buscando siempre simplificarlos en la medida de lo posible. Un caso en particular a la hora de hablar de las simplificaciones de los modelos actuales es el modelado del cartílago articular, el cual en general ha sido siempre omitido de los modelos, siendo sustituido por el contacto entre huesos [5], o bien modelo por un único sólido compartido entre los huesos pertenecientes a la articulación [6,15].

En todos los casos revisados hasta ahora, no se ha encontrado algún trabajo en el que se busque analizar la forma en que las no linealidades de la naturaleza del contacto afectan al comportamiento general del modelo, ni una comparación entre modelos lineales con no lineales que permitan evaluar las ventajas o desventajas que tiene el usar cada uno de los diferentes modelos de material. Lo anterior, debido a que simulaciones de este tipo pueden derivar en análisis complejos debido no solo a la naturaleza no lineal de los contactos, sino también al comportamiento constitutivo inelástico de los tejidos biológicos.

Aun cuando muchos problemas prácticos puedan ser resueltos mediante análisis lineales, existen muchas razones que pueden hacer que la solución dada por un análisis lineal esté fuera de la realidad, convirtiendo así el problema en no-lineal.

Diversos modelos de material no lineales pueden ser implementados, en el desarrollo de este trabajo y por ello, se buscarán aquellos que representen de la mejor forma los rangos de deformación de los ligamentos reales, y que respeten además su naturaleza no lineal.

1.2 Planteamiento del problema

La utilidad que proporciona el análisis del comportamiento biomecánico del pie humano mediante elemento finito ha hecho que, con el paso del tiempo, crezca considerablemente el desarrollo de modelos numéricos de este miembro. Sin embargo, a causa de la complejidad que implica el análisis numérico de modelos biológicos, el desarrollo de modelos numéricos de pie se ha visto en la necesidad de simplificar lo más posible sus desarrollos, con la finalidad de lograr la convergencia de los análisis, o simplemente reducir el tiempo de cómputo.

Los modelos numéricos de pie deben representar lo más fielmente posible la biomecánica de este miembro, para que sea cual sea el análisis que se realice con este, se garantice la obtención de resultados confiables. Es por eso, que en este trabajo se busca desarrollar un modelo numérico de pie, lo más completo posible, para analizar las implicaciones estructurales debidas a no linealidades presentes en el modelo, tales como usos de contactos, implementación de modelos de material no lineales, y el uso de geometrías complejas. Posteriormente, se busca que el modelo desarrollado sirva también para cualquier tipo de análisis, que a su vez contribuyan en la mejora de la calidad de vida de las personas, con afecciones en esta parte del cuerpo.

El primer paso para lograr el objetivo de este trabajo es obtener un modelo CAD de la estructura ósea del pie con algunos de los principales tejidos blandos de este, que se encuentren directamente involucrados en el soporte del arco plantar y el correcto funcionamiento de este miembro, esto, con la ayuda del software de diseño CAD SolidWorks®.

También, deberán medirse los ángulos fisiológicos del modelo, para asegurar el desarrollo de un modelo de pie sin patologías. Una vez obtenido el modelo CAD, será indispensable exportarlo al software de elementos finitos ANSYS Workbench®, realizar un análisis por sensibilidad de malla, buscar los modelos de material más apropiados para cada una de las partes del modelo y aplicar adecuadamente las condiciones de frontera.

Una vez realizado lo anterior, se llevarán a cabo las comparaciones para determinar la influencia que la elección de un modelo de material o de un tipo de contacto tiene sobre los parámetros estructurales obtenidos con un modelo numérico u otro. Una vez se hayan obtenido los resultados esperados se

dejará también, a raíz de este trabajo, un modelo numérico de pie funcional, que servirá para análisis de todo tipo en un futuro.

1.3 Justificación

Los factores biomecánicos juegan un importante rol en la etiología, tratamiento y prevención de diversos desordenes asociados al pie humano. Por ello, el desarrollo de modelos numéricos de pie ha ido en incremento a lo largo de los años, siempre con el objetivo de estudiar los efectos de los esfuerzos y deformaciones internas del pie bajo diversas condiciones de carga, y buscando así reforzar el conocimiento de la biomecánica de este miembro.

Los modelos numéricos de pie, desarrollados por distintos autores, se diferencian dependiendo de la naturaleza de su caso de estudio. Por ello, en la literatura, se pueden encontrar gran cantidad de estos que van desde modelos 2D [6,15] hasta 3D [15-18], con distintos números de ligamentos y diversos modelos de material implementados.

La simplificación de los modelos desarrollados ha sido un tema fundamental a la hora de llevar a cabo los análisis biomecánico-estructurales, ya sea en geometría, materiales o condiciones de carga y frontera [11-14, 21]. Sin embargo, las no linealidades son imprescindibles cuando se trabaja con modelos anatómicos, ya que la naturaleza no lineal de los tejidos en sí mismos va siempre implícita en el material de estos. Los contactos generados por las inserciones de los tejidos blandos en los huesos generan otra forma de no linealidad en este tipo de modelos, y el estudio detallado de estas puede ayudar a una mejor comprensión y validación de modelos numéricos del pie.

Por lo anterior, con este proyecto se propone evaluar el comportamiento no lineal de los contactos entre huesos, así como de los materiales involucrados con cada uno de los músculos y tendones insertados, para posteriormente analizar sus efectos estructurales dentro del pie, y en los distintos tejidos blandos insertados, contribuyendo así a crear modelos de pie más completos que puedan ser usados para un mayor tipo de análisis de este miembro.

Este trabajo, permitirá visualizar el impacto que genera la elección del tipo de contactos entre huesos, sobre los parámetros estructurales evaluados en el modelo de pie. De igual forma, la asignación de distintos modelos de material (lineales y no lineales) a los tejidos blandos, permitirá comparar el comportamiento del modelo con ambos materiales, y su efecto en los valores de los parámetros biomecánicos, obtenidos para cada uno de estos; para posteriormente, resaltar las ventajas y desventajas de usar un modelo u otro.

Se espera, además, que el modelo obtenido, pueda ser usado más adelante en diferentes y variados análisis, que contribuyan al estudio de la biomecánica del pie.

1.4 Objetivo

Determinar los efectos biomecánico-estructurales debidos a la consideración de las no linealidades presentes en tejidos blandos y contactos en pie humano, mediante análisis numérico.

Objetivos específicos:

- Establecer el impacto que el uso de distintos tipos de contacto puede tener sobre los parámetros estructurales obtenidos en los distintos tejidos blandos del pie.
- Determinar la utilidad y ventajas competitivas que representa el empleo de modelos de material no lineales en un modelo numérico de pie, sobre los modelos de pie que usan modelos de material lineales.
- Verificar la modificación que sufren los ángulos fisiológicos del pie bajo distintas condiciones de carga y analizar el significado físico que esto tiene sobre este miembro.
- Desarrollar un modelo numérico de pie completo y funcional que sirva en un futuro para llevar a cabo diversos tipos de análisis directamente relacionados con este miembro.

Se busca alcanzar los objetivos previamente mencionados con la realización de las siguientes actividades:

1. Revisión y búsqueda de la información para obtener el estado del arte del problema.
2. Desarrollo de un modelo CAD de la estructura ósea del pie, con sus principales tejidos blandos.
3. Discretización del modelo CAD.
4. Búsqueda e implementación de los modelos de material.
5. Establecimiento de las condiciones de frontera y tipos de contactos entre huesos.
6. Simulación biomecánica, análisis y comparación entre modelos.
7. Análisis de resultados.

1.5 Impacto

Con este trabajo se espera lograr el desarrollo de un modelo numérico de pie, que no sólo permita establecer las implicaciones que el uso de diferentes tipos de contactos tiene sobre los resultados obtenidos con modelos numéricos de pie; sino también, la realización a futuro, de diversos tipos de análisis que posibiliten estudiar y comprender mejor la biomecánica de este miembro, así como las patologías y lesiones, que pueden llegar a afectarlo y los efectos de los métodos quirúrgicos empleados para corregirlas.

Se espera aportar al campo de la investigación, información relevante que permita a los investigadores en el área, tomar decisiones concretas sobre el uso de algún tipo de contacto, o el tipo de material a emplear cuando trabajen con modelos similares.

Se espera, además, que las investigaciones que puedan llegar a resultar con este modelo ayuden a otros investigadores en el desarrollo de sus modelos propios, e indirectamente apoyen a los especialistas de la salud a la toma de decisiones que contribuyan a mejorar la calidad de vida de las personas.

1.6 Alcances y limitaciones

Desarrollar un modelo numérico de pie, en el que sea modelado el cartílago articular de cada hueso, e insertados algunos de los principales músculos y tendones de este miembro, respetando además las geometrías de estos y las no linealidades que deriven de ello.

Llevar a cabo distintas simulaciones en las que el tipo de contactos entre huesos sea modificado, de un contacto que no permita el deslizamiento libre entre huesos, a otro que, si lo haga, para posteriormente analizar los efectos de cada uno sobre los parámetros estructurales evaluados con cada modelo.

Las principales limitaciones a las que se enfrenta el trabajo son, la omisión de la piel del pie en el modelo, simplificando esta únicamente a una plataforma rectangular dividida en dos segmentos, posicionada debajo del pie. Además, no todos los tejidos blandos presentes en el pie serán insertados al modelo, por lo que se recurrirá a recortar el número insertado únicamente a los que se consideran más relevantes para fines de este trabajo (véase capítulo 3, subsección 3.4.3).

1.7 Estado del arte

El pie es un instrumento de apoyo y locomoción y también, una de las dos estructuras de huesos más complejas del cuerpo. La interacción armónica entre sí de los 26 huesos, 33 articulaciones, y más de 100 músculos, ligamentos y tendones de esta fuerte y complicada estructura mecánica, permite al pie alcanzar índices extraordinarios de movimientos, y actuar como soporte esencial para la posición bípeda humana [19]. Debido a su compleja constitución, este miembro del cuerpo humano es propenso a muchas lesiones y enfermedades entre las cuales se encuentran el Hallux Valgus, Hallux Rigidus, Caída del arco, pie cavo, dedos en garra, deformidades congénitas, Fascitis plantar y pie diabético, por mencionar algunas.

Por lo anterior, diversos investigadores han desarrollado modelos numéricos del pie, con la finalidad de mejorar la comprensión de la biomecánica de este, así como para el análisis de sus diferentes

afecciones, contribuyendo de esta forma al incremento de un amplio y variado número de modelos numéricos de este miembro.

El primer análisis por EF conocido fue reportado por Nakamura *et al.* [20] en 1981 [21], donde desarrollaron un modelo de EF 2D, de una estructura ósea unificada del pie, tejido plantar suave y una suela de zapato. Con su trabajo obtuvieron un rango óptimo para la reducción de esfuerzos en el tejido plantar suave, mediante la variación de los módulos de Young del material de la suela de zapato. En 1997, Lemmon *et al.* [22] desarrollaron un modelo 2D del segundo metatarso y tejido suave encapsulado, para investigar la presión en la cabeza metatarsal como función de seis diferentes espesores de plantillas y dos espesores de tejido; el tejido suave y la plantilla se definieron como materiales hiperelásticos. Usando el mismo modelo, Erdemir *et al.* [23] investigaron 36 diseños de tapones de una entresuela Microcell Puff que incluía una combinación de tres materiales, seis geometrías (rectas o cónicas con diferentes tamaños) y dos ubicaciones de colocación. Los tapones que se colocaron de acuerdo con el área más presurizada fueron más efectivos en la reducción de la presión plantar que las posicionadas en función de las prominencias óseas. Varios modelos de EF de pies de longitud completa en 2D en la sección sagital, fueron reportados también, tal es el caso de Giddings *et al.* [24] quienes desarrollaron un modelo linealmente elástico a partir de una imagen de tomografía computarizada, que incluía el astrágalo, el calcáneo, estructuras óseas del mediopié y antepié fusionadas, ligamentos plantares principales y tendón de Aquiles. Las interacciones de las articulaciones calcaneotalar y calcaneocuboidea se definieron como superficies de contacto.

Varios estudios se han centrado también, en la respuesta de carga de la almohadilla del talón plantar. Verdejo y Mills [25] desarrollaron un modelo de EF hiperelástico en 2D del talón, para estudiar la distribución del estrés en la almohadilla del talón durante la carrera descalza y con entresuela de espuma EVA. La presión plantar máxima predicha del tallo descubierto era aproximadamente dos veces la presión durante el calce. Utilizando un modelo de talón hiperelástico, Erdemir *et al.* [26] estudiaron el efecto de cinco espesores de la almohadilla del talón y las propiedades de tensión-deformación no lineales de 40 sujetos normales y diabéticos en la presión máxima prevista del talón bajo compresión vertical.

Además de modelos 2D, a lo largo del tiempo se han reportado también un gran número de modelos de EF 3D, donde se ha considerado la estructura desde parcial, hasta geoméricamente detallada, como es el caso del modelo desarrollado por García-Aznar *et al.* [12] el cual fue el primero en distinguir entre hueso cortical y trabecular, y usado para estudiar los distintos mecanismos de transmisión de carga a través del pie, de acuerdo con diferentes geometrías de los metatarsos. Más tarde, García-González *et al.* [1] desarrollaron también, un modelo en el que hicieron la distinción entre hueso trabecular y cortical, para comparar la respuesta biomecánica de la transferencia de los

tendones flexores digitorum longus y digitorum brevis, realizadas como tratamiento a la patología dedo de martillo. Por su parte, Morales Orcajo *et al.* [63] fueron los primeros en desarrollar un modelo 3D con geometrías reales y comportamiento no lineal de los tendones, con la finalidad de analizar los efectos de la fuerza de estos, en la estructura interna del pie, aportando así, información relevante sobre el rol de cada uno de los tendones en la respuesta biomecánica del pie. Chu *et al.* [27,28] desarrollaron un modelo linealmente elástico, simplificando las características geométricas del pie y el tobillo para estudiar la respuesta de carga de la ortesis tobillo-pie. Gefen *et al.* [29] desarrollaron un modelo de pie elástico no lineal, que incluye cartílago y ligamento, así como la conexión para 17 elementos óseos y tejido blando plantar. Cada dedo del pie se unificó como una sola unidad y se incorporaron 38 ligamentos de los más importantes y la fascia plantar. La articulación del tobillo y las fuerzas musculares más relevantes fueron aplicadas también para simular seis fases de postura. Un modelo 3D de tobillo-pie linealmente elástico, conformado por el tejido blando encapsulado óseo y las principales estructuras ligamentosas plantares, fue desarrollado por Chen *et al.* [30] utilizando imágenes de TC para estimar la presión plantar del pie y los esfuerzos óseos. Los espacios articulares de las articulaciones metatarsofalángicas y la articulación del tobillo se conectaron con estructuras cartilaginosas mientras que el resto de las estructuras óseas se fusionaron.

Los análisis de EF de pie son tan variados, que incluso Wong, *et al.* [31] desarrollaron un modelo de EF 3D de pie y tobillo basado en imágenes de resonancia magnética, con la finalidad de analizar la lesión por impacto en pie y tobillo lo cual puede conducir a fractura del retropié. En su trabajo, el pie sufrió un impacto pasivo de 7 kg a través de una placa de pie, con velocidades de impacto simuladas de 2.0 a 7.0 m / s con un intervalo de 1.0 m / s. y, con el objetivo de investigar las diferencias biomecánicas del pie y el tobillo en un pie con artroplastia total de tobillo y un pie sano, así como investigar el rendimiento de la prótesis de tobillo de tres componentes, Wang *et al.* [32] desarrollaron un modelo de EF del pie con 28 huesos, 103 ligamentos, fascia plantar, nueve grupos de músculos extrínsecos y tejido blando encapsulado.



**Universidad
de Guanajuato**

Capítulo 2

En este capítulo se expone a detalle la teoría que fundamenta cada una de las partes desarrolladas en este trabajo, con base al planteamiento del problema que se realizó en un inicio. Como primer punto se expondrá la anatomía y biomecánica del pie humano, por ser esta, la parte de interés en este trabajo. Las no linealidades en el análisis de esfuerzos, algunos algoritmos de contacto y los modelos por elemento finitos que se han realizado hasta la fecha, son algunos otros de los temas a tratar en esta sección.

MARCO TEÓRICO

- 2.1 Introducción a la biomecánica
- 2.2 Sistema musculoesquelético humano
- 2.3 Anatomía y funcionamiento del pie humano
- 2.4 El método del elemento finito
- 2.5 No linealidades en el análisis de esfuerzos
- 2.6 Algoritmos de solución y criterio de convergencia
- 2.7 Introducción a la mecánica del contacto
- 2.8 Modelado y simulación por elemento finito del pie y sus aplicaciones

Capítulo 2

Marco teórico

2.1 Introducción a la biomecánica

La biomecánica es una ciencia interdisciplinaria que utiliza las aplicaciones de la mecánica clásica para el análisis de los sistemas biológicos y fisiológicos [33].

Diferentes partes de la mecánica aplicada son utilizadas por aspectos variados de la biomecánica con la finalidad de analizar: la magnitud y naturaleza de las fuerzas implicadas en varias articulaciones y músculos del sistema musculoesquelético; descripción de movimientos; análisis de la marcha; análisis del movimiento segmentario; el desarrollo de ecuaciones constituyentes del campo de los sistemas biológicos, usadas para evaluar su comportamiento funcional bajo diferentes situaciones de carga; investigación del flujo sanguíneo en el sistema circulatorio, el flujo aéreo en el pulmón, la lubricación articular, entre otros.

Las actividades de investigación en biomecánica se pueden dividir en tres áreas: estudios experimentales, análisis de modelos e investigación aplicada.

Los estudios experimentales se hacen para determinar las propiedades mecánicas de los materiales biológicos, tales como huesos, cartílago, músculo, tendón, ligamento, piel y sangre. El análisis de modelos puede ser usado en la predicción del efecto de factores ambientales y operacionales, sobre alguna parte del cuerpo humano en particular, o un conjunto de ellas, sin recurrir a experimentos de laboratorio. Por otro lado, la investigación aplicada hace uso del conocimiento científico con el objetivo de beneficiar a los seres humanos, mediante la prevención y tratamiento de lesiones y enfermedades como las musculoesqueléticas, por mencionar algunas, así como con la producción de herramientas e implementos relacionados al movimiento humano [33].

El interés por el movimiento humano y por el estudio de este, se remonta a la Grecia antigua, despertado por la inquietud de comprender los movimientos involucrados en las representaciones artísticas de los atletas de la época. En el siglo cuarto antes de Jesucristo, el filósofo griego Aristóteles (384-322 a.C.) realizó estudios sobre el movimiento de los animales cuyos resultados plasmó en su libro *“Incessu Animalium”* (Acerca del movimiento de los animales), en el cual hace reflexiones sobre la anatomía y el movimiento de los animales, viendo el cuerpo de estos como sistemas mecánicos y describiendo por primera vez el movimiento y la locomoción.

Arquímedes (287-212 a.C.), Galeano (131-201 d.C.), Vesalio (1514-1564), Galileo Galilei (1564-1642), William Harvey (1578-1658), René Descartes (1596-1650), Giovanni Alfonso Borelli (1608-1679), Marcelo Malpighi (1628-1694), Isaac Newton (1642-1727), Wilhelm Weber (1804-1891), E.

J. Marey (1830-1904), Karl Culmann (1821-1881), Pauwels (1885-1980) son conocidos de entre muchas otras cosas, por sus tempranas aportaciones al campo de la biomecánica [34]. Tal es el caso de E.-J. Marey, quien, en el siglo XIX, utilizó la cinematografía para investigar científicamente la locomoción. Abriendo así la puerta al «análisis de movimiento» moderno, posicionándose como el primero en establecer una correlación entre las fuerzas de reacción del suelo y el movimiento [35].

2.1.1 Fundamentos de anatomía funcional

Analizar los movimientos del cuerpo de manera adecuada, requiere de la aplicación de algunos fundamentos de anatomía funcional como posiciones, planos y ejes de referencia y segmentos corporales.

Posiciones de referencia

Generalmente se utilizan dos posiciones de referencia:

- 1. Posición anatómica:** posición estandarizada de referencia que se utiliza para describir la anatomía y biomecánica en el área médica en general. Se describe del siguiente modo: «Cuerpo humano de pie, con los pies juntos y en paralelo, las extremidades superiores colgando a lo largo del cuerpo, los antebrazos en supinación (palmas orientadas hacia adelante), mirada recta y horizontal».
- 2. Posición neutra:** el cuerpo se encuentra en la misma posición que en la posición anatómica, con excepción de los antebrazos, que se encuentran con los pulgares orientados hacia adelante. Esta posición sirve de referencia para la medición angular de la movilidad articular y es una posición de partida para muchos movimientos, actividades y ejercicios.

Planos y ejes de referencia

Se usan tres planos fundamentales para estudiar el cuerpo humano. Los movimientos presentes en cada uno de estos planos se realizan alrededor de ejes situados perpendicularmente (ver Figura 2.1).

- A. Plano frontal/eje anteroposterior:** en posición anatómica, este plano está orientado de lado a lado y de arriba hacia abajo. Divide el cuerpo en dos partes, una anterior y otra posterior. De delante hacia atrás, existe un número infinito de planos frontales. Todo lo que se sitúa por delante del plano frontal medial se califica como ventral, y todo lo que se encuentra por detrás de él se califica como dorsal. Este plano se observa de frente y de espaldas. El eje anteroposterior de rotación es perpendicular al plano frontal.

- B. Plano sagital/ eje transversal:** En posición anatómica, el plano sagital se orienta en retroceso y de arriba hacia abajo. El plano sagital medial o plano de simetría divide el cuerpo en dos partes iguales, la derecha y la izquierda. Cualquier plano paralelo al plano sagital medial y que se aleje lateralmente (hacia la derecha o la izquierda) de este plano se denomina «plano parasagital». Existe un número infinito de planos parasagitales. Todo aquello que se aleje del plano sagital medial se califica como lateral, y todo lo que se acerque se denomina medial.
- C. Plano transversal/ eje longitudinal:** En posición anatómica, el plano transversal está orientado de lado a lado y de delante hacia atrás. Divide el cuerpo en dos partes, una superior y otra inferior. Existe un número infinito de planos transversales. Todo lo que se sitúa por encima del plano transversal medial se denomina craneal, y todo lo que se encuentra por debajo se denomina caudal. Se observa desde arriba o desde abajo. El eje longitudinal de rotación es perpendicular al plano transversal [36].

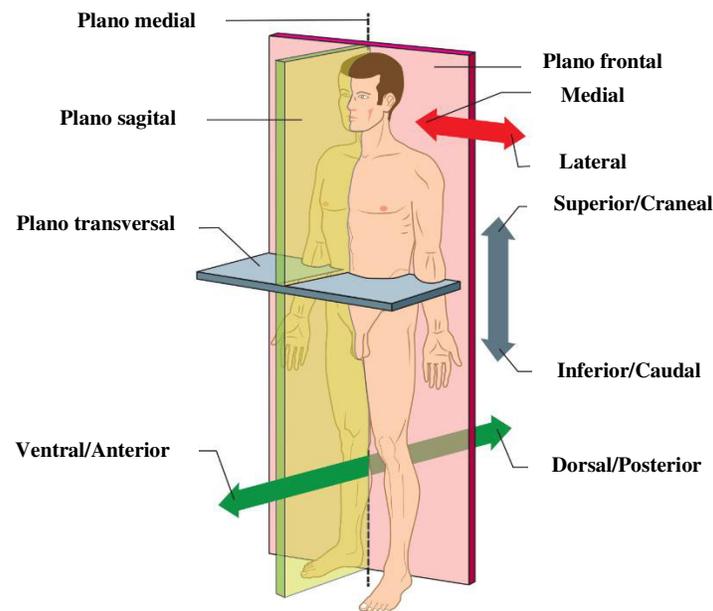


Fig. 2.1. Planos y ejes de referencia y términos de orientación asociados [36].

Movimientos

El movimiento consiste en la modificación continua de la posición. Así pues, existen dos grandes categorías de movimientos del cuerpo humano, fundamentales y particulares.

▪ **Movimientos fundamentales**

El movimiento fundamental es un movimiento realizado con respecto a los planos de orientación. Se desarrolla siempre en un plano y alrededor de un eje. El movimiento se describe a partir la posición neutra. Los movimientos fundamentales pueden describirse de dos maneras: describiendo el

desplazamiento de un segmento corporal con respecto a otro (por ejemplo, flexión del antebrazo sobre el brazo, extensión del muslo en el tronco, etc.); en relación con una articulación (por ejemplo, flexión del codo, extensión de la cadera, etc.). Existen seis movimientos fundamentales: flexión, extensión, abducción, aducción, rotación lateral y rotación medial (ver Figura 2.2).

▪ Movimientos particulares

Estos movimientos corresponden principalmente a la circunducción y a los movimientos oblicuos. La circunducción es un movimiento circular, realizado sucesivamente en los tres planos y alrededor de los tres ejes, formando un cono irregular. Los movimientos oblicuos constituyen una combinación de movimientos fundamentales que se efectúan en planos intermedios [36].

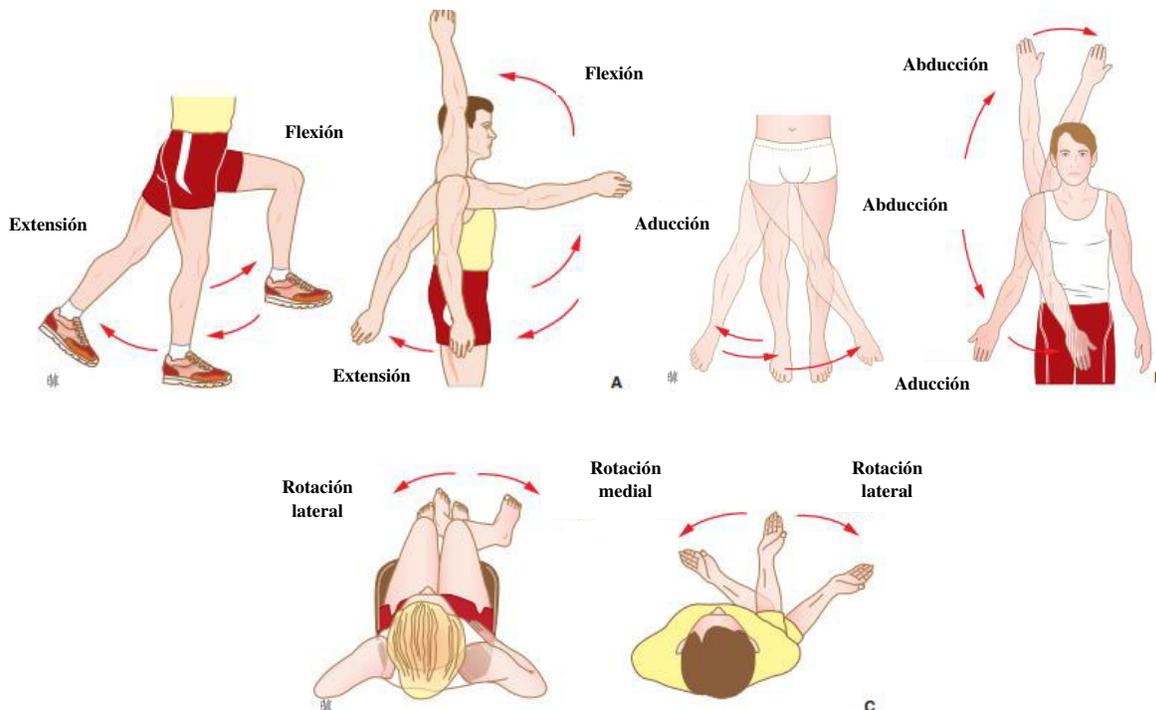


Fig. 2.2. Ejemplos de movimientos fundamentales de la cadera y el hombro derecho según [37]. A. En el plano sagital; B. En el plano frontal; C. En el plano transversal.

Como se ha visto hasta ahora, la biomecánica juega un importante rol en la comprensión de los principios fundamentales del movimiento humano, por lo que esta disciplina requiere un buen entendimiento de la mecánica básica, tal como la terminología y la física que se utilizan para describir las fuerzas internas del cuerpo humano.

En conclusión, la investigación en biomecánica tiene como objetivo mejorar el conocimiento de la estructura más compleja existente: el cuerpo humano.

2.2 Anatomía y funcionamiento del pie humano

El pie humano corresponde a la porción distal del miembro inferior. Es un instrumento de apoyo y locomoción cuya interacción armónica de cada una de sus articulaciones le permiten alcanzar índices extraordinarios de movimiento, y le capacitan para ser el soporte esencial para la posición bípeda humana, y pieza fundamental para la marcha [33].

El pie es un miembro de extrema complejidad. Lo forman 26 huesos diseñados para soportar el peso y distribuir la carga corporal. A su vez, los huesos se relacionan con otras tantas articulaciones que le confieren una estructura semirrígida, aunada a un complejo sistema vascular arterial que le proporciona los nutrientes necesarios, y a una red nerviosa que le da sensibilidad y propioceptividad, lo que le permite realizar complicados movimientos a través de los diversos grupos musculares que le confieren la capacidad de adaptarse a toda clase de superficies [41].

2.2.1 Huesos y articulaciones del pie

El pie contiene 26 huesos repartidos en tres grupos (Figura 2.3) [19]:

1. **Huesos del tarso:** son siete dispuestos en dos filas; una fila posterior con el astrágalo y calcáneo, forman el tarso posterior; una fila anterior con el cuboideas, el navicular y los cuneiformes medial, intermedio y lateral, constituyen el tarso anterior.
2. **Metatarso:** constituye el esqueleto del antepié, entre el tarso anterior y los dedos, está unido a los primeros por la articulación tarsometatarsiana y a los segundos, por las articulaciones metatarsofalángicas. Existen cinco metatarsianos, enumerados del I al V, que van de medial a lateral.
3. **Falanges de los dedos del pie:** su disposición es semejante a la de los huesos de la mano, cada dedo del pie, excepto el primero, poseen tres falanges proximal, media y distal (1ª, 2ª, y 3ª falange), estos huesos son muy cortos en especial el último, a pesar de su calidad de “huesos largos” sus extremidades están prácticamente en contacto una con la otra. Reciben las intersecciones de numerosos tendones que aseguran los movimientos de flexión dorsal y plantar, cuya acción locomotora no es despreciable. La falange proximal del primer dedo suele estar flaqueada por los huesos sesamoideos, uno medial y otro lateral, próximos a su cara plantar.

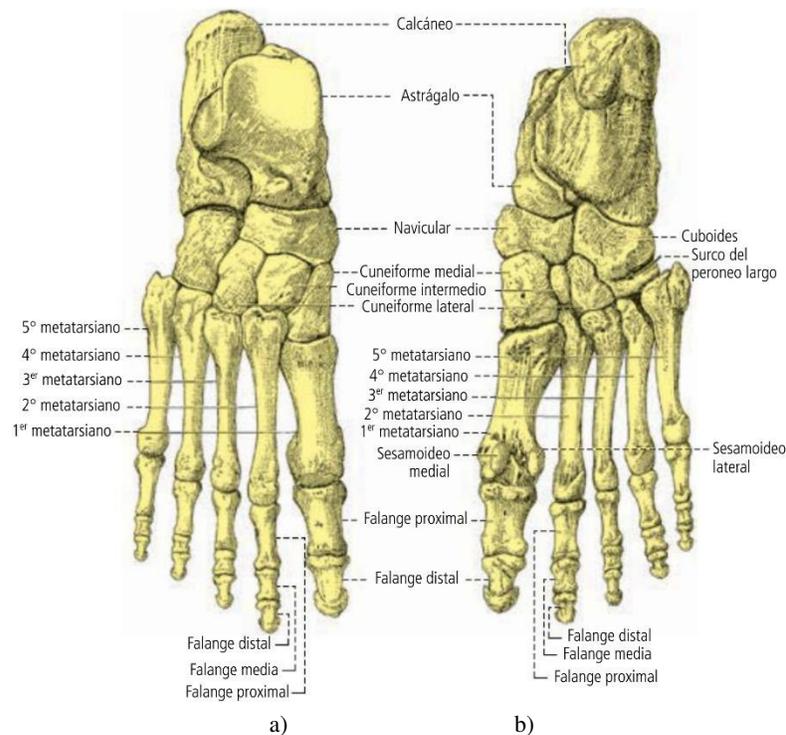


Fig. 2.3. Huesos del pie derecho: a) cara dorsal y b) cara plantar [19].

Cuando están articulados los unos con los otros, los huesos del pie adoptan una disposición muy particular y diferente de la de los huesos de la mano. Esta disposición está adaptada a la función locomotora del pie y a la posición bípeda, plantígrada del hombre.

Los huesos forman en sentido anteroposterior dos arcos, uno posterior y otro anterior:

- A. El arco **posterior** parte del cuerpo del astrágalo y se extiende hasta la apófisis de la tuberosidad calcánea.
- B. El arco **anterior** partiendo de la cabeza del astrágalo, y del tubérculo del calcáneo se inclina hacia adelante. Comprende los huesos del tarso anterior, los metatarsianos y los dedos.

Estos dos arcos de longitudes muy diferentes describen una concavidad inferior, la **bóveda plantar**. Está se apoya sobre el plano horizontal atrás, por la apófisis de la tuberosidad calcánea y adelante por la cabeza de los metatarsianos.

A partir del astrágalo y del calcáneo, atrás se distinguen dos arcos anteroposteriores:

- A. Un **arco medial**, constituido por la cabeza del astrágalo, el navicular, el cuneiforme medial y el 1^{er}, 2^o y 3^{er} metatarsianos.
- B. Un **arco lateral**, que parte del tubérculo del calcáneo y se continua por el cuboides y el 4^o y 5^o metatarsiano.

Esta disposición del esqueleto mantenida por las diversas articulaciones, pero movilizada por los numerosos músculos insertados en el pie, le confieren una considerable elasticidad.

2.2.2 El pie: músculos, tendones y ligamentos

Anteriormente se explicó ya, que el conjunto de músculos del cuerpo humano tiene como función principal la de generar movimiento, ya sea voluntario o involuntario. Así pues, los músculos, tendones y ligamentos del pie, no son la excepción. Este conjunto permite a los huesos del pie moverse, haciendo posible la marcha mientras mantiene su estabilidad.

Ligamentos del pie

Los ligamentos son fibras densas de tejido conectivo especializado que unen dos huesos entre sí, varían en tamaño, forma, orientación y localización. Las fibras están compuestas de colágeno tipo I en 85%, dispuestas en forma paralela, el resto está compuesto por otros tipos de colágeno (III, VI, V, XI y XIV). La orientación de los haces en cada ligamento representa una función precisa y específica [44]. Además, poseen formas variables: banda o cinta, cordón diferenciado, espesamiento adherente a la capsula. Su resistencia considerable, le confieren a la articulación del pie gran firmeza.

Sólidos y flexibles, los ligamentos presentan una elasticidad variable:

- **Ligamentos fibrosos:** prácticamente inextensibles, su extensión limita el movimiento.
- **Ligamentos elásticos:** son algo más extensibles, como por ejemplo los ligamentos amarillos de las articulaciones vertebrales.

Los ligamentos pueden lesionarse debido a traumatismos articulares, simple distensión, desgarramiento, rotura (esguince), o bien desinserción con arrancamiento óseo o sin él.

Cuando ocurre un amplio desgarro capsuloligamentoso, este permite los desplazamientos amplios de las superficies articulares que se enfrentan, como ocurre en las luxaciones.

Los principales ligamentos presentes en las diversas articulaciones del pie son los siguientes [19]:

- Ligamento **talocalcáneo interóseo** (astragalocalcáneo interóseo), firme y fuerte, ocupa el seno del tarso y da solidez al conjunto.
- Ligamento **talocalcáneo lateral**, fascículo débil, se dirige de la cara lateral del astrágalo a la cara lateral de calcáneo.

- Ligamento **talocalcáneo posterior**, aplanado y cuadrilátero se inserta en el astrágalo, el tubérculo que limita lateralmente la corredera del tendón del músculo flexor largo del dedo gordo, y por abajo, en la cara superior del calcáneo.
- Ligamentos **talonaviculares**, dorsal y plantar, se extienden de la parte superior del cuello del astrágalo, al borde superior del hueso navicular.
- Ligamentos **calcaneocuboideos**, dorsal y plantar, se extienden del borde superior de la cara del calcáneo a la cara dorsal del cuboide; y de la cara inferior del calcáneo por delante de las tuberosidades (ligamento plantar largo).
- Ligamento **bifurcado** (en Y o de Chopart), común a todas las articulaciones talocalcaneonavicular y calcaneocuboidea, es la clave de la desarticulación mediotarsiana.
- Ligamento **dorsal**, desde la parte lateral y superior del hueso navicular, hasta la parte superior y medial del cuboide.
- Ligamento **plantar**, transcurre desde el borde inferior del navicular hasta la cara plantar del cuboide.
- Ligamento **interóseo**, corto y resistente, une entre sí las superficies óseas.
- Ligamentos **interóseos, dorsales y plantares** que unen el resto de las articulaciones.

La figura 2.4 muestra los ligamentos plantares del pie derecho, cara plantar I-V metatarsianos.

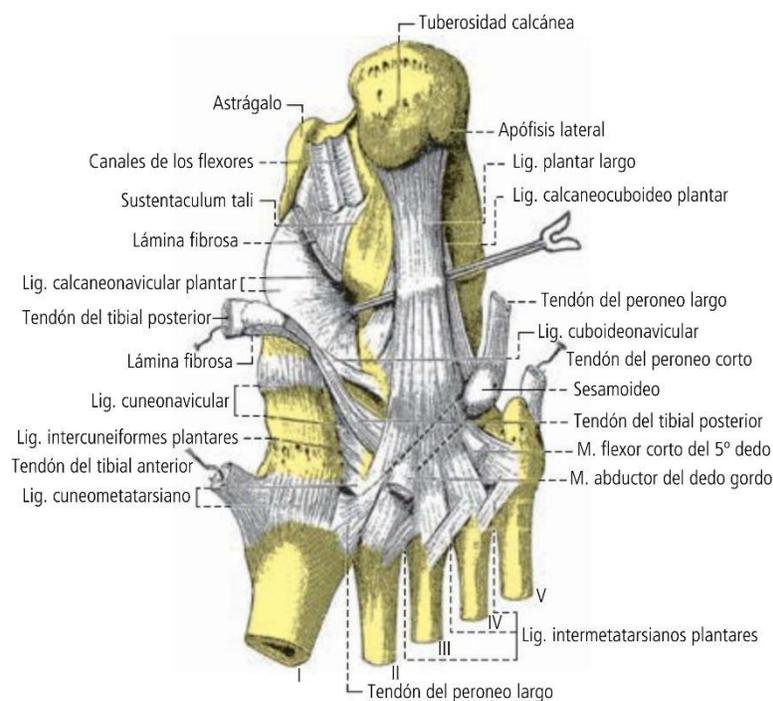


Fig. 2.4. Ligamentos plantares del pie derecho [19].

Músculos del pie

Se cuentan veintiún músculos propios del pie (ver Figuras 2.5 y 2.6), de los cuales dos están ubicados en la cara dorsal, y diecinueve en la cara plantar [19].

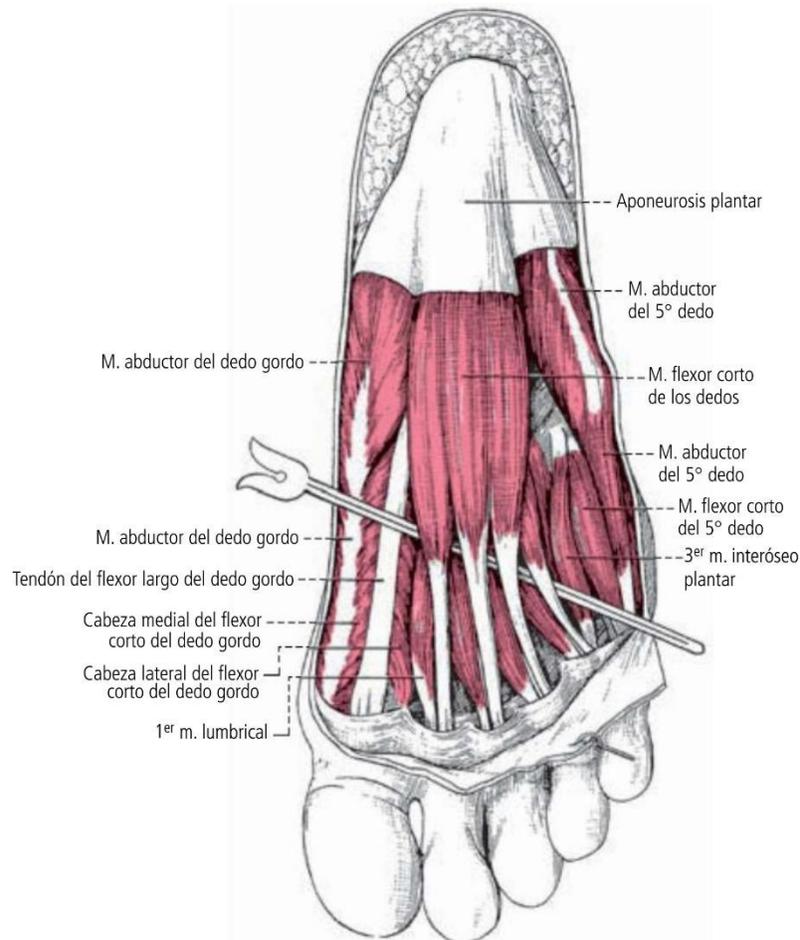


Fig. 2.5. Músculos de la planta del pie capa superficial [19].

Región dorsal

Los músculos, **extensor corto de los dedos del pie y del dedo gordo** se extienden desde el tarso posterior hasta los cuatro primeros dedos.

Se insertan de forma conjunta de atrás, en la parte anterior de la cara dorsal y lateral del calcáneo y en los fascículos fibrosos del seno del tarso (fundamentalmente el extensor corto del dedo gordo).

El cuerpo muscular del extensor corto del dedo gordo, de forma ahusada y plano, se dirige en dirección oblicua hacia delante y medialmente, hacia la base de la falange proximal del dedo gordo, donde se inserta por medio de un tendón delgado. Estos tendones se unen al tendón del músculo, tendón largo correspondiente, a la altura de la articulación metatarsofalángica.

Región plantar

En ellas los músculos forman tres grupos: **medial**, músculos del dedo gordo; **lateral**, músculos del V dedo; y **mediano**, músculos del II al IV dedo.

Entre los músculos del grupo medial se encuentran:

- **Abductor del dedo gordo:** Se inserta en la apófisis medial de la tuberosidad calcánea, en la parte inferior y anterior del retináculo de los músculos flexores, en la tuberosidad del navicular y en la cara profunda de la aponeurosis plantar. Su función es la de flexión y abducción del dedo gordo, lo separa además del II dedo.
- **Músculo flexor corto del dedo gordo:** Se inserta atrás en el cuboide, en el cuneiforme medial, y en las extensiones plantares del tibial posterior. Es el flexor del dedo gordo.
- **Músculo aductor del dedo gordo:** está situado lateralmente al músculo flexor del hallux, en el plano profundo de la planta del pie. Su acción es la de flexión y aducción del dedo gordo.

Entre los músculos del grupo lateral se encuentran:

- **Músculo abductor del V dedo:** se inserta por atrás mediante dos fascículos, en la apófisis medial y lateral de la tuberosidad calcánea, en la aponeurosis plantar y en el tabique que lo separa del flexor corto de los dedos. Su acción es la flexión y abducción del V dedo.
- **Músculo flexor del V dedo:** situado profundamente con respecto al anterior, que lo cubre, es más corto y delgado que este último. Se inserta en la vaina del peroneo largo a la altura del cuboide, en el extremo posterior del V metatarsiano, de ahí se dirige hacia delante y se inserta por medio de un tendón aplanando en la base de la falange del V dedo. Realiza la flexión de este.
- **Músculo oponente del V dedo:** se sitúa profundamente al flexor corto del V dedo, sus inserciones posteriores son comunes con este, pero se separa después de un trayecto variable, para insertarse en los dos tercios anteriores de la diáfisis del V metatarsiano. Es flexor del V dedo.

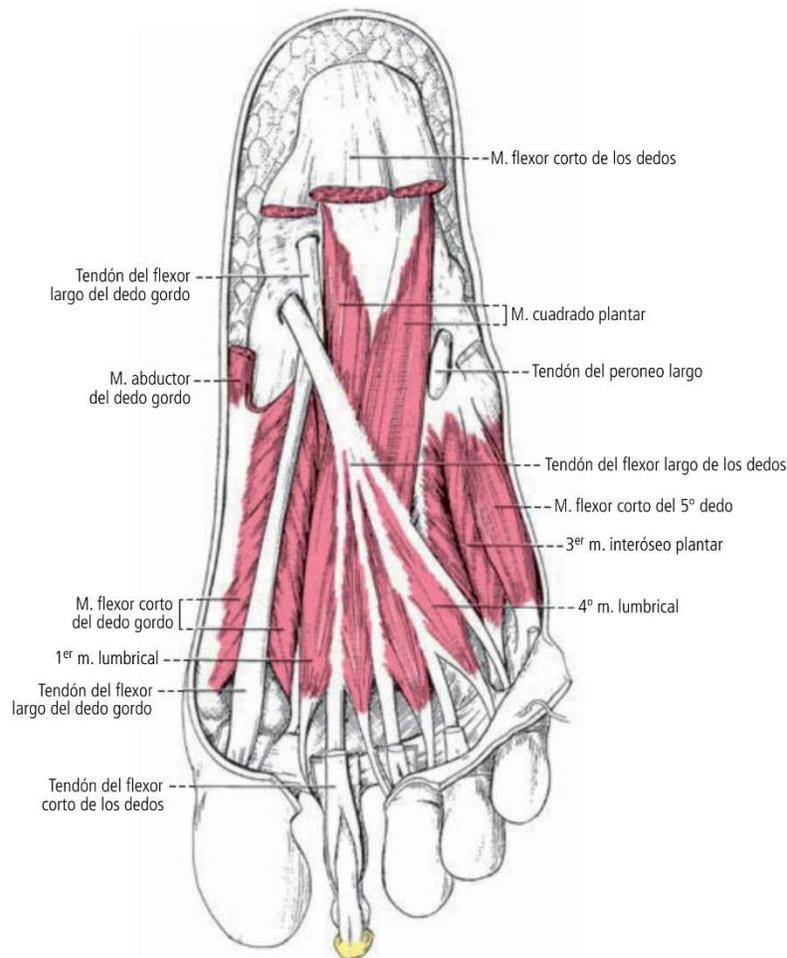


Fig. 2.6. Músculos de la planta del pie capa media [19].

Los músculos del grupo mediano se sitúan entre los grupos precedentes, de la superficie a la profundidad, entre ellos se encuentran los siguientes:

- **Músculo flexor corto de los dedos:** corto y cuadrilátero, se extiende desde el calcáneo hasta los últimos cuatro dedos. Es el flexor de las falanges proximales de los cuatro últimos dedos.
- **Músculo cuadrado plantar:** se inserta por un fascículo medial y uno lateral desde la cara medial del calcáneo, fijándose en el tendón del flexor largo de los dedos, cerca de su división. Su función es la de auxiliar al flexor largo en la flexión de los cuatro dedos.
- **Músculos lumbricales:** se sitúan en los tendones del flexor largo de los dedos, su acción es la de flexionar la falange proximal y extender las otras dos.
- **Músculos interóseos:** cada espacio intermetatarsiano está ocupado por un interóseo plantar y uno dorsal, existen tres plantares y cuatro dorsales. Se encargan de flexionar la falange proximal y extender las otras dos.

Fascia y aponeurosis del pie

Fascia dorsal del pie

Se describen tres:

- **Fascia superficial:** prolonga en el dorso del pie la parte inferior del retináculo de los extensores. Se inserta en los bordes medial y lateral del pie, y adelante, se adelgazan a nivel de los dedos.
- **Fascia pedía:** cubre los músculos, extensor corto de los dedos y extensor corto del dedo gordo, junto con el pedículo correspondiente.
- **Fascia profunda:** cubre a la cara dorsal de los interóseos dorsales.

Aponeurosis plantar

Existe una aponeurosis superficial y una aponeurosis profunda (ver Figura 2.7).

La aponeurosis plantar superficial presenta tres porciones, medial, lateral y media. La primera se extiende desde la apófisis medial de la tuberosidad del calcáneo hasta la raíz del dedo gordo, más delgada atrás se engrosa de modo considerable hacia adelante, como dependencia de la plantar media; la aponeurosis plantar lateral primera se extiende desde la apófisis lateral de la tuberosidad del calcáneo hasta la raíz del V dedo.

Finalmente, la aponeurosis plantar media tiene forma de triángulo con vértice truncado extendido desde la tuberosidad posterior del calcáneo hasta los dedos. A nivel de las extremidades metatarsianas se extiende en cintillas pretendinosas para cada dedo. Esta aponeurosis refuerza la aponeurosis lateral y medial. Se trata de una aponeurosis tensa y gruesa.

De la cara profunda de la aponeurosis parten tabiques fibrosos en forma de dientes de peine (regiones plantares), que van a insertarse en el esqueleto, dividiendo así la planta del pie entre regiones: medial, que corresponde al grupo de los músculos mediales del dedo gordo; lateral, a los músculos del V dedo; mediano, contienen los músculos, flexor corto de los dedos, flexor largo de los dedos, cuadrado plantar y lumbricales.

Por otro lado, la aponeurosis plantar profunda cubre a los músculos interóseos y los espacios metatarsianos, así como el arco vascular profundo de la planta del pie.

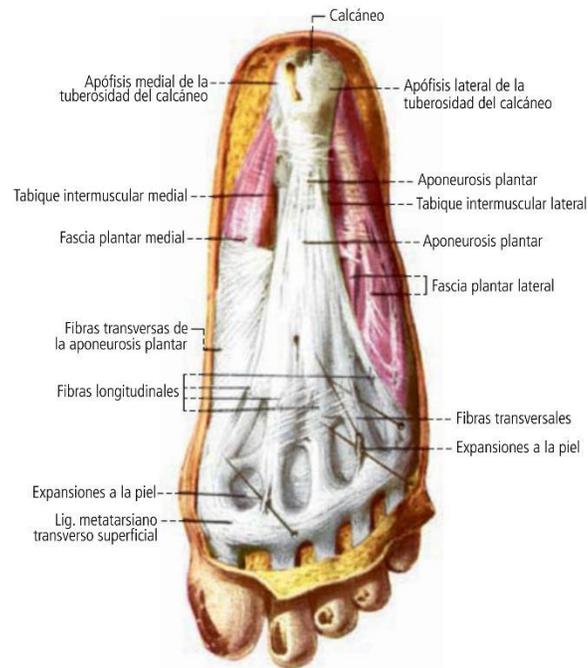


Fig. 2.7. Aponeurosis plantar superficial, vista por su cara inferior [19].

Tendones del pie

Como se describió ya en apartados anteriores, la función de los tendones es ayudar a la inserción de los músculos en las superficies óseas correspondientes. Por lo que en la Figura 2.8 se muestran algunos de los principales tendones de la planta del pie.

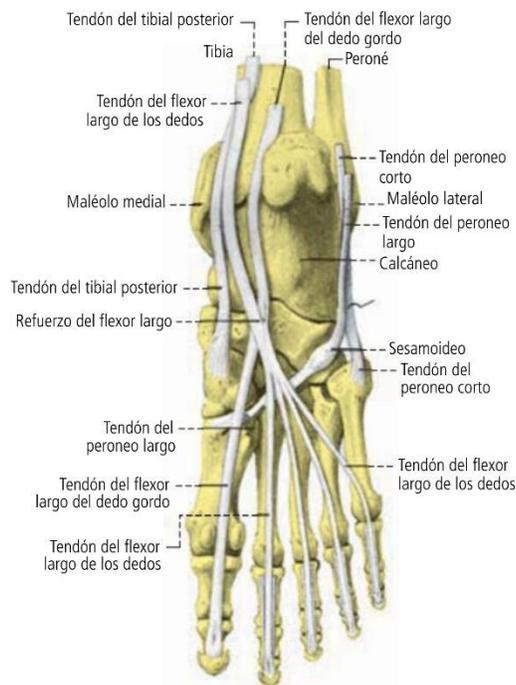


Fig. 2.8. Tendones del pie, vistos por su cara inferior [19].

2.2.3 Ángulos fisiológicos

La medición adecuada de ciertos ángulos del pie puede orientar a especialistas en el área en cuanto a las relaciones estructurales y biomecánicas de este. En general, son muchos los parámetros a tomar en cuenta, cuando se trata de describir las bases del funcionamiento de este miembro, sin embargo, para fines de este trabajo, se presentan a continuación solo algunos de los ángulos más frecuentemente utilizados en la práctica cotidiana, tratando de describir los más sobresalientes por su aceptación y aplicación en la práctica diaria, tanto para el diagnóstico de los padecimientos y lesiones más frecuentes del pie, como para la evaluación de su tratamiento [45-49].

Ángulo de Böhler

Se obtiene trazando una línea tangencial a la superficie articular subastragalina del calcáneo, tomando en cuenta los puntos más prominentes de las facetas anterior y posterior. Otra línea, igualmente tangencial, se traza de la faceta posterior a la tuberosidad mayor, obteniendo la intersección de ambas y formando un ángulo cuyo valor normal se considera de 28 a 40°; este ángulo es de gran utilidad en la evaluación de las fracturas de calcáneo, véase la Figura 2.9.



Fig. 2.9. Medición del ángulo de Böhler en: a) un pie sin carga y b) uno con carga [50].

Ángulo Tamba

Ángulo formado entre la perpendicular de la base del primer metatarsiano y el eje del astrágalo (ver Figura 2.10). Si este ángulo es mayor a 30° existe una subluxación del astrágalo, compatible con astrágalo oblicuo. Si el ángulo es mayor a 60° existirá una luxación completa compatible con astrágalo vertical congénito [45-49].

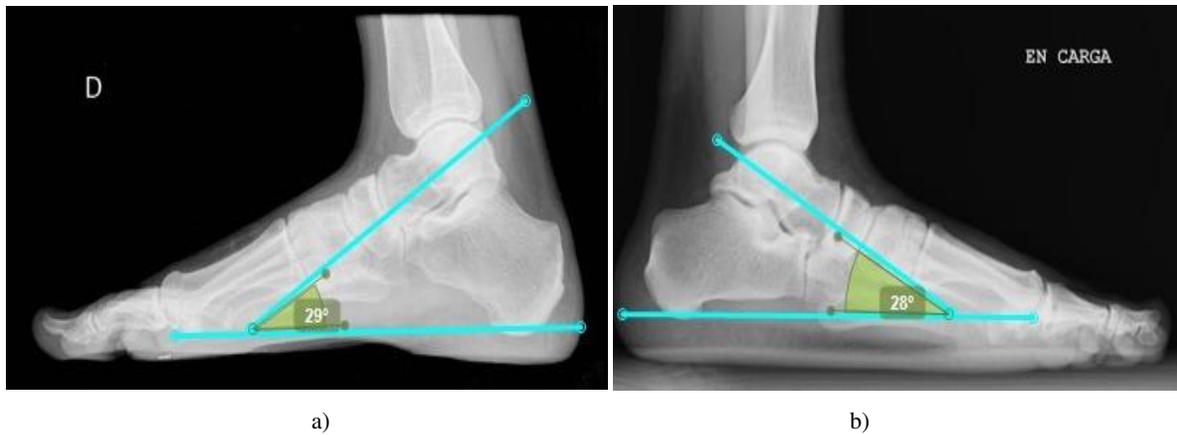


Fig. 2.10. Medición del ángulo Tamba en: a) un pie si carga y b) uno con carga [19].

Ángulo de divergencia astrágalo calcánea o de KITE

Este ángulo se forma en la proyección dorso-plantar, por la convergencia de los ejes longitudinales del astrágalo y el calcáneo, es decir, las que pasan por el centro de cada uno de estos huesos, cuyo valor normal es de 15 a 25° [51], veáse Figura 2.11. En la proyección lateral también se puede determinar la orientación de estos dos huesos a través de dos líneas que pasan por el centro de ambos y convergen distalmente, siendo su valor normal de 20 a 35° [45]. Su utilidad radica en la evaluación de patologías traumáticas y ortopédicas que involucran, por lo regular a la articulación subastragalina.



Fig. 2.11. Medición del ángulo de KITE en ambos pies [50].

Ángulo de Moreau Costa Bartani

Se definen dos ángulos, uno interno y otro externo, cuya finalidad es determinar la configuración de la bóveda plantar a través de la altura de los arcos interno y externo (ver Figura 2.12). El primero se obtiene trazando una línea que se dirige del polo inferior del sesamoideo interno al punto más bajo de la cabeza del astrágalo, de este mismo punto se traza otra línea hasta el punto más bajo de la tuberosidad posterior del calcáneo. En condiciones normales presenta un valor entre los 120-130° [51]; si el pie es plano o pronado el valor será mayor; si el pie es supinado o cavo el valor será menor. El ángulo externo va desde la línea que une el punto más bajo de la cabeza del 5to metatarsiano, hasta el punto más bajo de la articulación del calcáneo-cuboidea, y desde la línea que une este punto hasta el punto más bajo de la tuberosidad posterior del calcáneo. En condiciones normales su valor va de los 130-140°. Si el pie es cavo se obtendrá un ángulo mayor, si es plano se obtendrá un ángulo menor.

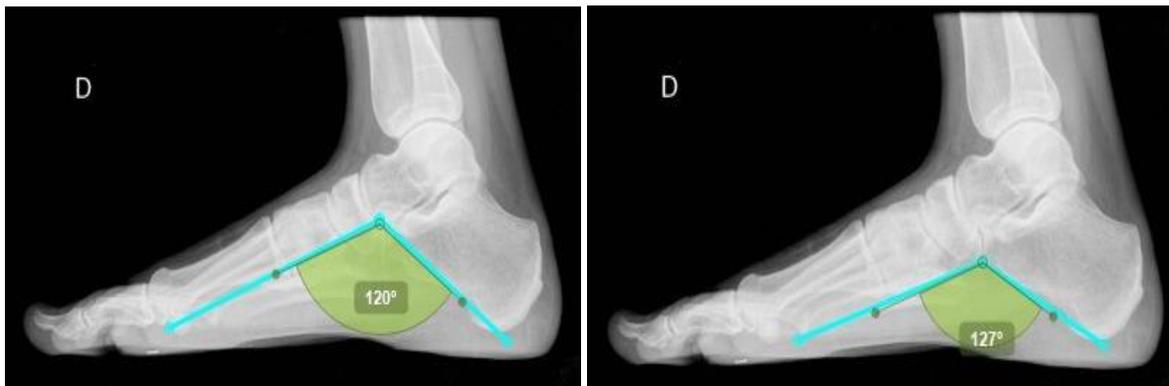


Fig. 2.12. Medición del ángulo de Costa Bartani interno, en un pie sin carga y otro con carga [50].

2.2.4 Biomecánica del pie

La biomecánica del pie y tobillo es compleja, y ambas están asociadas de manera compleja una con la otra. El pie es una parte mecánica integral de la extremidad inferior y es necesaria para una marcha suave y estable. El tobillo transfiere la carga de la extremidad inferior al pie e influye íntimamente en la orientación del pie con el suelo.

Además de actuar como una plataforma de soporte estructural capaz de soportar cargas repetitivas de múltiplos del peso corporal, el complejo pie/tobillo también debe ser capaz de ajustarse a diferentes superficies de suelo y variar las velocidades de locomoción. Las cualidades únicas del pie le permiten ser rígido cuando es necesario, o bastante flexible. La transición desde la plataforma que absorbe el impacto, a la palanca rígida capaz de propulsar hacia adelante, tiene lugar con cada paso del ciclo de marcha.

Cualquier cambio patológico en la estructura o movimiento del tobillo o pie, aunque sutil, puede tener un profundo impacto sobre el papel estabilizador, propulsor y absorbente de impactos del pie y tobillo [33].

Cinemática del pie

El movimiento global del pie es complejo y tiene lugar en torno a tres ejes y sobre tres planos (ver Figura 2.1). La flexión-extensión tiene lugar en el plano sagital, la abducción-aducción en el plano horizontal o transversal, y la inversión-eversión en el plano coronal o frontal.

Con fines prácticos, el movimiento del pie puede considerarse de dos diferentes tipos: en descarga y en carga. El movimiento pasivo en descarga puede testarse en una persona sentada, y el pie y el tobillo colgando en el aire. El movimiento activo del pie en carga difiere de la movilidad pasiva por que las fuerzas producidas por el peso del cuerpo y por la contracción muscular actúan estabilizando las articulaciones. Generalmente el movimiento funcional activo del pie durante la marcha tiende a ser menor que el movimiento pasivo del pie.

Movimientos del pie y tobillo durante la marcha

La marcha es la forma característica del desplazamiento humano, un proceso que cada persona aprende, y determinado por factores como la longitud de los segmentos corporales, masa corporal, entre otros, haciendo posible así, que se pueda diferenciar al individuo por su manera de caminar.

El ciclo de marcha comprende una fase portante y una fase de oscilación. La fase portante abarca el 62% del ciclo mientras que la fase de oscilación completa el restante 38%. La fase portante se divide a su vez en: el contacto del talón, pie plano, despegue del talón, despegue y despegue de los dedos. Por otro lado, la fase de oscilación se divide en las fases de aceleración, elevación de los dedos y desaceleración, véase Figura 2.13. La parte de la fase portante que se produce con ambos pies sobre el suelo se llama doble apoyo y tiene lugar en los 12% iniciales y finales de la fase portante. Los hombres normales tienen una media de velocidad de marcha de 82 m/min y 58 contactos de talón [33].

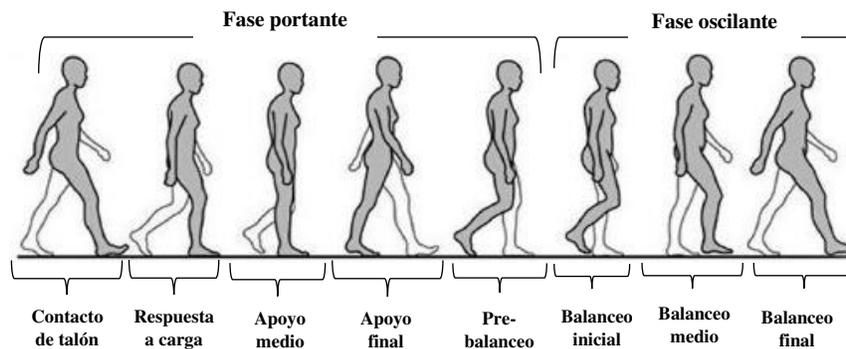


Fig. 2.13. Fases del ciclo de marcha [41].

Acción muscular durante la marcha

Aunque los movimientos del pie y tobillo se producen principalmente durante el ciclo de la marcha como resultado de las restricciones pasivas de las articulaciones y ligamentos, la electromiografía ha mostrado que se produce actividad muscular durante la marcha normal (ver figura 2.14). En el contacto del talón, la musculatura pretibial descarga excéntricamente para controlar el descenso del antepié y prevenir la caída brusca del pie. En la parte media de la fase portante, la musculatura de la pantorrilla se contrae, para controlar el movimiento hacia delante del cuerpo sobre el pie y prevenir así la marcha en cuclillas. Los músculos intrínsecos también se contraen durante la parte media de la fase portante hasta el despegue de los dedos para ayudar a la rigidificación del antepié. El despegue de los dedos es principalmente un proceso pasivo. La musculatura pretibial de nuevo se contrae durante la fase oscilante para asegurar que el pie se separe del suelo.

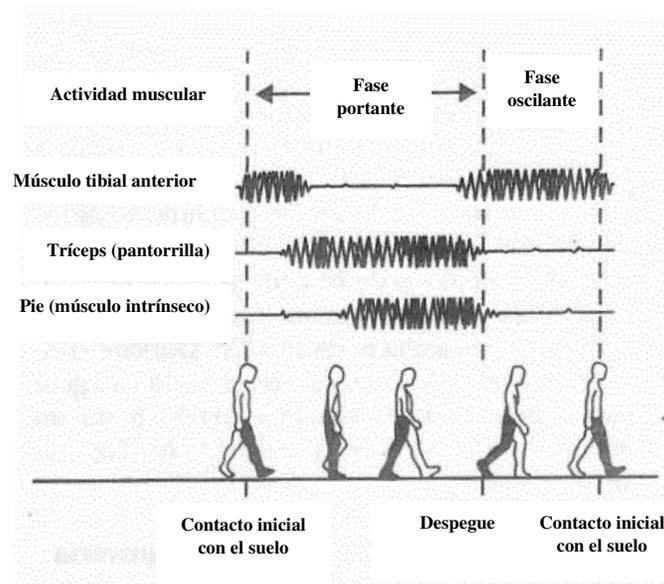


Fig. 2.14. Actividad eléctrica esquemática de los músculos de la pierna y el pie durante la marcha [33].

Los músculos intrínsecos, los flexores, músculos plantares y músculos peroneos son importantes estabilizadores de la superficie plantar y el retropié, durante la fase de pie plano.

Control muscular del pie

Doce de los 13 músculos extrínsecos y los 19 músculos intrínsecos controlan el pie y tobillo. El músculo plantar delgado es un músculo extrínseco que generalmente no tiene una participación en el control muscular del pie y tobillo. Los músculos extrínsecos son los más fuertes e importantes a la hora de proporcionar el control activo durante la marcha. Los músculos de la pierna se activan en un

patrón durante la marcha normal para asegurar una transferencia eficiente de la fuerza muscular hacia el suelo y una suave progresión del peso corporal hacia adelante a lo largo del eje de progresión [33].

Cinética del pie

La magnitud de las cargas experimentadas por el pie es impresionante. Las fuerzas pico verticales alcanzan el 120% del peso corporal durante la marcha y se aproximan al 275% durante la carrera. La parte más alta del arco longitudinal, las articulaciones astrágalo-escafoidea y escafoidea-cuña soportan la mayoría de la carga a través de las articulaciones tarsianas. La columna medial del pie, que comprende el astrágalo, el escafoides, las cuñas del primer al tercer metatarsiano, soportan la mayoría de la carga. La columna lateral medial del pie, que consiste en la articulación calcáneo-cuboidea y los dos metatarsianos laterales, transmiten una menor carga. La distribución de las cargas bajo el pie, durante la puesta en carga ha sido objeto de intensa investigación durante la última mitad del siglo. Los estudios recientes de presión plantar de Cavanagh *et al* (1987) [52] sobre sujetos descalzos en bipedestación han determinado que la distribución de la carga en el pie es como sigue: talón 60%, mediopié 8%, antepié 28% y dedos 4% (ver figura 2.15).

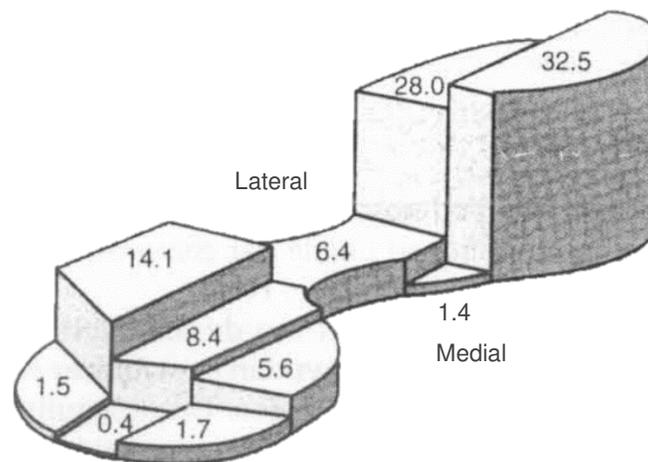


Fig. 2.15 Distribución promedio regional del peso expresado como un porcentaje de la carga total soportada por el pie en bipedestación y descalzo [52].

Las presiones pico en el talón fueron 2.6 veces mayores que las presiones pico en el antepié, Las presiones pico en el antepié se producen bajo la cabeza del segundo metatarsiano. Durante la marcha descalzo, el centro de presión se localiza inicialmente en el centro del talón y se acelera rápidamente a través del mediopié hasta alcanzar el antepié, donde disminuye la velocidad. Las presiones pico en el antepié se alcanzan al 805 en la fase portante y se centran bajo el segundo metatarsiano. En el despegue de los dedos el centro de la presión se localiza en el primer dedo.

Tejidos blandos del pie

Los tejidos blandos del pie se modifican para proporcionar tracción, amortiguación y protección de las estructuras subyacentes. La piel de la cara plantar se inserta firmemente a los huesos, articulaciones y vainas tendinosas subyacentes del talón y antepié mediante extensiones especializada de la fascia plantar. Esta función de la fascia plantar es esencial para que se produzca la tracción entre el suelo y las estructuras esqueléticas del pie en carga.

Durante la extensión de las extensiones metatarsofalángicas, estos ligamentos de la fascia limitan el movimiento de la piel del antepié y del paquete adiposo metatarsiano plantar.

2.3 El método del elemento finito

El método del elemento finito es un procedimiento numérico que puede ser usado para obtener la solución a una gran clase de problemas de ingeniería que involucran análisis de esfuerzos, transferencia de calor, electromagnetismo y flujo de fluidos.

En general, los problemas de ingeniería son modelos matemáticos de situaciones físicas, los cuales, en su mayoría, son ecuaciones diferenciales con un conjunto de correspondientes condiciones de frontera o condiciones iniciales. Las ecuaciones diferenciales se derivan de aplicar las leyes fundamentales y principios naturales a un sistema o volumen de control. Estas ecuaciones gobernantes representan balances de masa, fuerza o energía. Cuando es posible, la solución exacta de esas ecuaciones describe el comportamiento detallado de un sistema bajo un conjunto de condiciones dadas. Las soluciones analíticas se componen de dos partes: una parte homogénea y una particular. En cualquier problema de ingeniería dado, hay dos conjuntos de parámetros de diseño que influyen la forma en que un sistema se comporta. Primero, hay dos parámetros que proveen información respecto al comportamiento natural de un sistema dado. Estos parámetros incluyen propiedades del material y geometría tales como módulo de elasticidad, conductividad térmica, viscosidad, área y segundo momento de área.

Por otro lado, hay parámetros que producen perturbaciones en un sistema. Ejemplos de estos parámetros incluyen fuerzas externas, momentos, diferencias de temperaturas a través de un medio y diferencia de presión en el flujo de un fluido. Las características del sistema dictan su comportamiento natural y siempre aparecen en la parte homogénea de la ecuación diferencial gobernante. En contraste, los parámetros que causan perturbaciones aparecen en la solución particular.

2.3.1 Métodos numéricos

Existen diversos problemas prácticos en ingeniería para los cuales no se pueden obtener soluciones exactas. Esta incapacidad para obtener soluciones exactas puede ser atribuida, ya sea, a la compleja

naturaleza de las ecuaciones diferenciales de gobierno, o a las dificultades que surgen de tratar con las condiciones de frontera e iniciales. Para tratar con tales problemas, se recurre a aproximaciones numéricas. En contraste con las soluciones analíticas, que muestran el comportamiento exacto de un sistema en cualquier punto de este, las soluciones numéricas aproximan soluciones exactas únicamente en puntos discretos, llamados nodos. Existen dos clases comunes de métodos numéricos: método de diferencia finita y método de elemento finito.

El método de elemento finito usa formulaciones integrales en lugar de ecuaciones diferenciales para crear ecuaciones algebraicas. Además, una función continua es asumida para representar una aproximación de la solución para cada elemento. La solución completa es después generada conectando o ensamblando las soluciones individuales, permitiendo la continuidad entre fronteras interelementales.

2.3.2 Pasos básicos en el método de elemento finito

Los pasos básicos involucrados en cualquier análisis de elemento finito se concentran en tres fases:

Fase de pre-proceso

1. Crear y discretizar el dominio de la solución en elementos finitos; que es, subdividir el problema en nodos y elementos.
2. Suponer una función de forma que represente el comportamiento físico de un elemento; que es una función continua que asuma la representación del comportamiento aproximado (solución) de un elemento.
3. Desarrollar ecuaciones para un elemento.
4. Ensamblar los elementos que presentan el problema completo. Construir una matriz de rigidez global.
5. Aplicar las condiciones de frontera, condiciones iniciales y carga.

Fase de solución

6. Resolver un conjunto de ecuaciones algebraicas simultaneas, lineales o no lineales, para obtener resultados nodales, como valores de desplazamiento en varios nodos o valores de temperatura en diferentes nodos.

Fase de postproceso

7. Obtener otra información importante, como valores de esfuerzos principales, flujo de calor [53].

2.4 No linealidades en el análisis de esfuerzos

En análisis lineales, la respuesta es directamente proporcional a la carga. La linealidad puede ser una buena representación de la realidad o puede solamente, ser un resultado inevitable de una consideración hecha debido a los propósitos del análisis. En los análisis lineales se puede asumir que los desplazamientos y rotaciones son pequeños, el esfuerzo es directamente proporcional a la deformación y las cargas mantienen sus direcciones originales conforme la estructura. La ecuación de equilibrio $KD = R$ es escrita para las condiciones de soporte originales. El desplazamiento $D = K^{-1}R$ resulta en un solo paso de la solución de la ecuación. Si bien, muchos problemas prácticos pueden ser resueltos por una sola aproximación mediante análisis lineales, existen también muchas razones que pueden hacer que la solución dada por un análisis lineal este fuera de la realidad, haciendo de un problema no-lineal (Figura 2.16), entre ellos:

- Las partes adyacentes pueden hacer o romper los contactos.
- Un área de contacto puede cambiar conforme lo hace la carga.
- El material elástico se puede volver plástico, o puede no haber una relación lineal esfuerzo-deformación a ningún nivel de esfuerzo.
- Parte de la estructura puede perder rigidez debido al pandeo o falla del material.
- Los desplazamientos y rotaciones pueden ser lo suficientemente grandes para que las ecuaciones de equilibrio puedan ser escritas por la configuración deformada en lugar de la configuración original.

Grandes rotaciones causan que las cargas de presión cambien de dirección y magnitud si hay un cambio en el área en que son aplicadas.

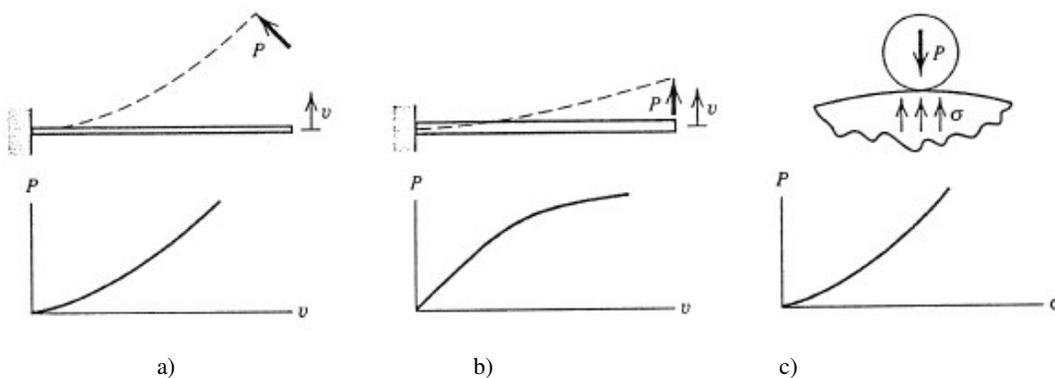


Fig. 2.16. Condiciones que pueden hacer de un problema no-lineal: a) Viga elástica delgada cargada por una fuerza seguidora P, b) viga elástico-plástica cargada por una fuerza de dirección fija P y c) esfuerzo de contacto en un rodamiento de rodillos [54].

Simples ejemplos de problemas no-lineales se muestran en la Figura 2.16. Una viga esbelta, Fig. 2.16a), es cargada por una fuerza P que actúa normal al eje de la viga en todo tiempo. Este es un ejemplo de una fuerza de seguimiento. El desplazamiento mostrado intenta representar el desplazamiento real, no uno ampliado de un desplazamiento lineal pequeño de la solución. En este caso, la no-linealidad es geométrica, lo que significa que las no linealidades incrementan debido a los cambios significativos en la estructura de la geometría. Las no linealidades del material provocan el comportamiento de la Figura 2.16b): el material del cual está fabricada la viga tiene una relación esfuerzo-deformación no lineal.

La construcción en la Figura 2.16c) exhibe, “contacto no lineal” por que el área de contacto entre dos cuerpos incrementa con el incremento de P , si el material, cede o no. Este es un ejemplo de no linealidad geométrica en el cual los desplazamientos y deformaciones son pequeños.

Entre los tipos de no lineales mas frecuentes se enlistan las siguientes:

- No linealidades en la geometría.
- No linealidades del material.
- No linealidades por aberturas o penetración en los contactos.

2.4.1 No linealidades geométricas

Las no linealidades geométricas surgen cuando las deformaciones son suficientemente grandes para alterar significativamente la forma en que la carga es aplicada o resistida por una estructura. En un problema de contacto, las deformaciones son pequeñas, pero lo suficientemente grandes para incrementar el área de contacto y por lo tanto hacer la presión de contacto una función no lineal de carga aplicada. Para ilustrar los aspectos de la no linealidad geométrica se presenta el siguiente ejemplo:

La viga de longitud L en la Figura 2.17a tiene una rigidez flexional EI y una rigidez axial AE/L . Un rodillo sin fricción en el extremo derecho es restringido a permanecer siempre en contacto con la pared vertical. El resorte lineal tiene rigidez k . Los desplazamientos son confinados al plano de la página. La barra y el resorte están sin estrés cuando $F=0$. Para el caso $c \ll L$, puede observarse que

$$F = \left[\frac{AE}{2L^2} (2c - v)(c - v) \right] + k \Big] v \quad (2.1)$$

donde v es el desplazamiento vertical producido por la fuerza F . La expresión entre corchetes es la rigidez k de la estructura y es claramente dependiente del desplazamiento.

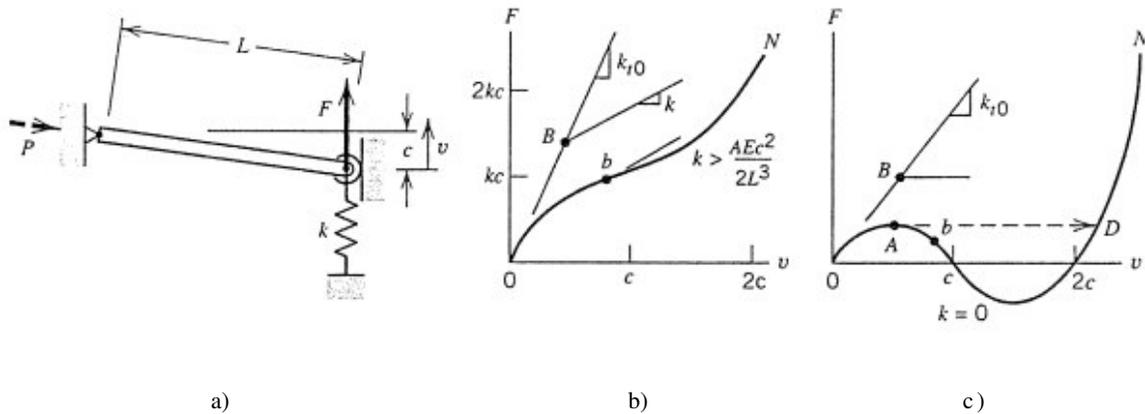


Fig. 2.17. a) Una viga esbelta, con bisagras en un extremo y confinada sin fricción a una pared vertical en el otro extremo, b) y c) Posible carga vs comportamiento del desplazamiento. En b), k es tal que $k_t > 0$ para todo v . En c), $k = 0$ [54].

La rigidez tangencial es

$$k_t = \frac{dF}{dv} = \frac{AE}{2L^3} (2c^2 - 6cv + 3v^2) + k \tag{2.2}$$

Por la suma de las fuerzas y usando ángulos pequeños de aproximación una fuerza axial de compresión P en la viga.

$$P = \frac{L}{cv} (F - kv) = \frac{AE}{2L^2} (2c - v)v \tag{2.3}$$

La fuerza P es cero cuando $v = 0$, y crece a su máximo (en compresión) con $v = c$, se vuelve cero nuevamente en $v = 2c$, luego crece en tensión para $v > 2c$.

En la Figura 2.17, un análisis lineal se basa en la configuración no deformada ($v = 0$) y produce un esfuerzo lineal cuya pendiente es el módulo tangente inicial, k_{t0} .

La respuesta no lineal real es la curva $0N$ en la Figura 2.17b. Un análisis lineal indica que P es directamente proporcional a F . Cuando, y si la vida se pandea como una columna, esta lleva su fuerza axial $P = P_{cr} = \pi^2 EI / L^2$. Donde B será el punto de bifurcación, en el cual el pandeo ocurre, de acuerdo con la teoría lineal. En realidad, como v incrementa desde $v = 0$. Cada incremento adicional dv produce menos incremento en P que el precedente incremento. Acordemente, la teoría no lineal muestra que más grande que B es requerida para producir P_{cr} . Por lo tanto, el pandeo puede en realidad ocurrir en el punto b . Por qué F es más pequeña en b que en B , se puede concluir que la teoría de pandeo lineal es no conservativa en este problema. Las trayectorias post pandeo tienen una

pendiente positiva porque su resorte lineal aún está activo. Una pendiente positiva caracteriza una estructura que tiene estabilidad post pandeo. En algunas estructuras la trayectoria post pandeo tiene una pendiente negativa, lo cual significa que la configuración post pandeo es inestable. En la Figura 2.17c, el resorte el resorte está ausente ($k = 0$).

Como se describió arriba, la teoría lineal debe indicar bifurcación en el punto B, mientras la teoría no lineal indica bifurcación en b. Pero el pandeo puede no ocurrir en cualquiera de estos puntos: en su lugar, el desplazamiento v puede de repente atravesar desde A hasta D. El punto A es llamado punto límite, el cual es un punto donde la rigidez tangencial es cero, pero no hay configuración de equilibrio adyacente. Un algoritmo de solución que no pueda atravesar puede resultar en una falla de convergencia en el punto límite.

Debido a las imperfecciones de carga y geometría, tal vez demasiado pequeñas para ser vistas a simple vista, muchos problemas de este tipo son estudiados por un modelo de elemento finito que deliberadamente haga pequeñas alteraciones en la geometría. Carga, o condiciones de soporte. Un análisis no lineal puede ser realizado para proveer un estimado más realista del colapso real de la carga que el provisto por la teoría lineal con una geometría de estructura ideal.

La figura 2.18 ilustra algunas estructuras adicionales que presentan no linealidades geométricas. Estas geometrías ilustran aspectos de no linealidades geométricas y consideraciones necesarias para obtener una solución numérica.

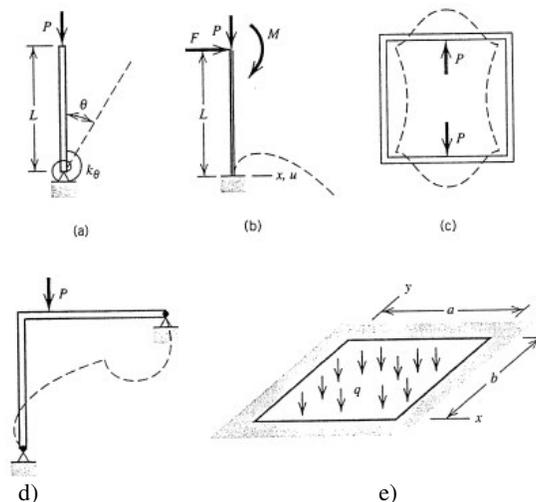


Fig. 2.18. Ejemplos de estructuras en las cuales la no linealidad geométrica puede ser importante. Las líneas punteadas sugieren formas de deflexión reales, las soluciones de desplazamientos no son escaladas. a) Barra rígida, b) Viga o columna elástica, c) y d) Marcos planos, e) membrana inicialmente plana, o placa [54].

2.4.2 No linealidades del material

El comportamiento del material mostrado en la Figura 2.19 es caracterizado por una línea recta cuya pendiente es el módulo elástico E , y una curva cuya pendiente es el módulo tangente E_t , donde $E_t = d\sigma/d\varepsilon$. La Figura 2.19a), muestra un comportamiento elástico no lineal, lo cual significa que durante la descarga el nivel de esfuerzo sigue la misma trayectoria que durante la carga. Por el contrario, la Figura 2.19b), muestra el efecto elástico-plástico: el comportamiento es elástico hasta el punto A en tensión y punto B en compresión. Para niveles altos de esfuerzo, existe el efecto plástico y la descarga desde puntos en los cuales $|\sigma| = \sigma_y$, tales como C o D, siguen una trayectoria diferente que, durante la carga, específicamente una trayectoria de pendiente E , lo cual resulta en una deformación permanente cuando la carga es removida. El esfuerzo σ_y es conocido como el esfuerzo de cedencia del material. Generalmente, σ_y y el módulo tangente E_t , son determinados experimentalmente mediante pruebas de tensión uniaxial.

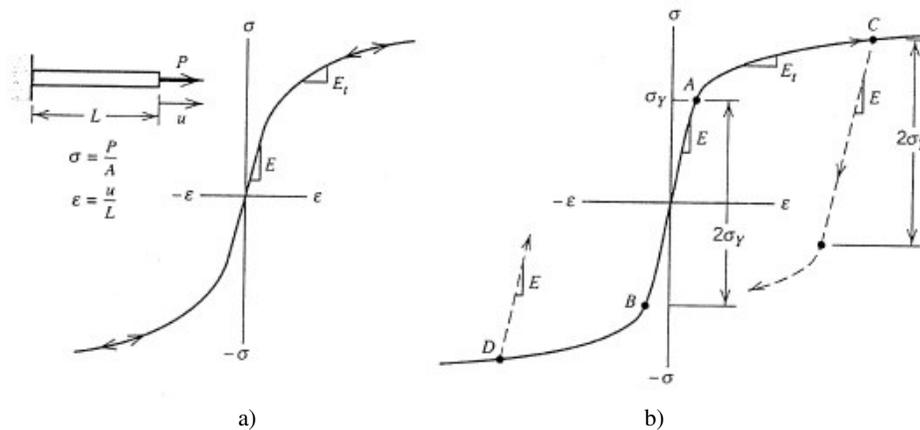


Fig. 2.19. Relación esfuerzo-deformación uniaxial: a) Material elástico no-lineal y b) Material elástico-plástico [54].

Para el análisis de elementos finitos se debe entender tres conceptos fundamentales de la teoría de plasticidad. El primero es el criterio de cedencia, este describe el estado de la cedencia del estado de esfuerzos. Para metales el criterio de von Mises es el más usado. Entonces cuando σ_t alcanza el valor de σ_y se asume que la cedencia inicia. El segundo concepto es la regla de flujo; este relaciona los incrementos de esfuerzos, los incrementos de desplazamientos y el estado de esfuerzos en el rango plástico. La regla de flujo conocida como la relación Prandtl-Reuss es usada comúnmente en metales. El tercer criterio es la regla de endurecimiento; este describe como la “superficie de cedencia” crece y se mueve conforme las deformaciones plásticas se acumulan. Para los metales se utilizan

comúnmente el “endurecimiento cinemático”, el cual es mostrado en la Figura 2.19b), para un estado de esfuerzo uniaxial: un rango elástico $2\sigma_y$ existe antes de la cedencia y se preserva después de la cedencia.

El criterio de cedencia de von Mises y la regla de flujo de Prandtl-Reuss se crearon para el algoritmo de plasticidad y pueden escogerse varias reglas de endurecimiento. Las matrices de rigideces de los elementos se formulan usando las geometrías de los elementos, los patrones nodales y las funciones de forma que son también usados en el análisis elástico lineal.

Un algoritmo elástico plástico debe mantener un registro de estado de esfuerzo para cada uno de los “puntos muestra” en la estructura de elemento finito. Estos puntos pueden ser elementos centroidales o puntos gaussianos de elementos isoperimétricos. Los algoritmos de solución marcan la propagación de la cedencia y reportan el estado de esfuerzos y deformaciones en cada nivel. Una solución elástica-plástica puede ser estimada por el programa de elemento finito cuando, en cada elemento, el incremento de deformación plástica en la iteración más reciente no es más grande que un pequeño porcentaje de la componente elástica de la deformación total.

2.4.3 Problemas de aberturas y contacto

En algunos problemas prácticos, dos estructuras (o dos partes de la misma estructura) podrían hacer contacto cuando la separación entre ellas se reduce, podrían separarse después de hacer contacto o podrían deslizarse una sobre otra sin fricción. En la figura 2.20 se muestran las situaciones mencionadas.

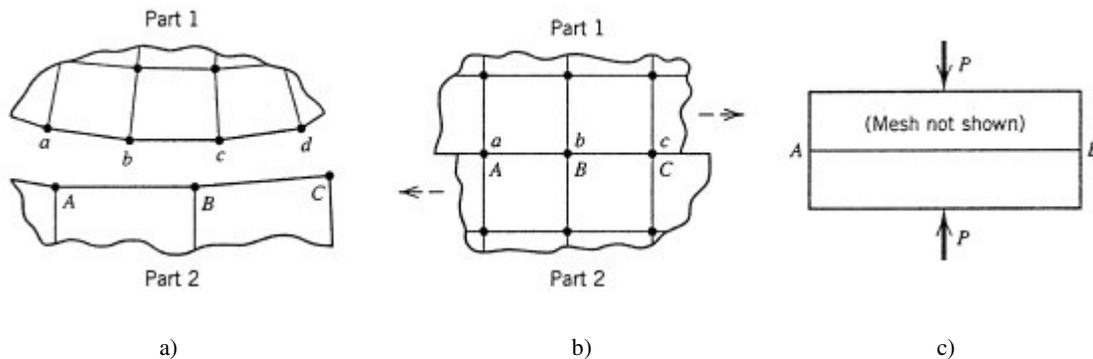


Fig. 2.20. Dos partes de un modelo de elemento finito pueden: a) entrar en contacto, b) deslizarse una sobre otra y c) perder contacto cerca de los puntos A y B [54].

En la figura 2.20a, las partes 1 y 2 pueden hacer contacto, pero, debido al movimiento relativo entre ellas, el punto inicial de contacto entre las partes no se puede conocer exactamente. El algoritmo de solución debe encontrar la ubicación del punto de contacto y así prevenir la penetración de las partes.

En la figura 2.20b, las partes 1 y 2 están en contacto, pero no se sabe si deslizarán una sobre otra o si estas se separarán. El algoritmo de solución debe prevenir deslizamiento hasta que la fricción estática es vencida, de ahí aplicar una fuerza de corte proporcional al producto de la fuerza normal por el coeficiente de fricción y no existirá fuerza de tensión por el contacto. En la figura 2.20c, la fuerza P presiona dos bloques elásticos uno contra otro. Para resolver este problema el algoritmo de solución debe calcular el estado de esfuerzos de contacto mientras permite una posible separación cerca de los puntos A o B.

Computacionalmente, tales problemas son problemas de restricciones: un nodo podría tener uno de sus grados de libertad restringidos en movimiento cuando este hace contacto con un soporte fijo, o podría tener la restricción de tener el mismo movimiento que su nodo adyacente con el cual hace contacto. Las condiciones de las restricciones pueden ser aplicadas exactamente, por el método de eliminación, por el método Aumentado de Lagrange o aproximadamente por el método de Penalización (penalty method).

Los programas actuales de solución no han estandarizado un método, sin embargo, el método de penalizaciones es el más común: elementos adicionales son introducidos, su rigidez es cero o muy pequeña cuando la separación es abierta, y grande cuando la separación se cierra. El ejemplo presentado a continuación, explicará el proceso de cálculo de contactos. La estructura en la figura 2.21a consiste en dos resortes. La pared en B aplica una fuerza de reacción solo si la abertura g se cierra. El modelo usado para el cálculo es mostrado en la figura 2.21b. Un tercer resorte de mayor rigidez ha sido agregado. Con u_A y u_B como los desplazamientos de la estructura, la matriz de rigidez es

$$K_t = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_B \end{bmatrix} \text{ donde } \begin{cases} k_B = k_2 & \text{si } u_B < g \\ k_B = k_2 + k_3 & \text{si } u_B > g \end{cases} \quad (2.4)$$

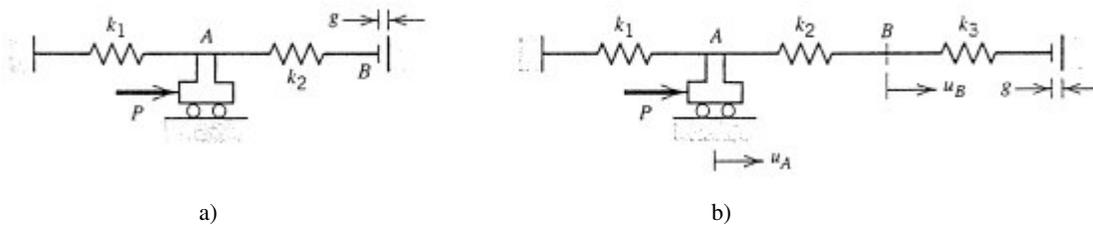


Fig. 2.21. a) Estructura simple con una abertura g que podría cerrarse, b) arreglo para del problema para solución numérica [54].

La matriz K_t es usada para calcular los incrementos de desplazamientos: los asociados con el incremento ΔP de la fuerza externa aplicada y aquellos asociados con las iteraciones de equilibrio del método de Newton- Raphson mientras la carga se mantiene en su nivel actual.

Paso de carga aplicado

Iteraciones de equilibrio en la carga

$$K_t \begin{Bmatrix} \Delta_{U_A} \\ \Delta_{U_B} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta P \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad K_t \begin{Bmatrix} \Delta_{U_A} \\ \Delta_{U_B} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} r_A \\ r_B \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

en la cual las fuerzas de resistencia de la estructura están dadas por

$$\begin{aligned} r_A &= (k_1 + k_2)u_A - k_2u_B & \text{paratodo } u_B \\ r_B &= -k_2u_A + k_2u_B & \text{si } u_B < g \\ r_B &= -k_2u_A + k_2u_B + k_3(u_B - g) & \text{si } u_B > g \end{aligned} \quad (2.6)$$

La formulación precedente puede obtenerse definiendo el resorte con rigidez k_3 , como no lineal. El resorte no lineal es siempre asociado a la estructura, pero no tiene rigidez en tensión ni en compresión hasta que se acorta una cantidad g . Para otras aplicaciones, definiendo una relación lineal de la fuerza F versus e , se pueden adaptar una gran variedad de resortes no lineales.

Los conceptos anteriores han sido utilizados dentro de una gran variedad de elementos y algoritmos. En el caso de contactos de la figura 2.20a, se puede definir que para las superficies AB y BC se detecte cualquier contacto con los nodos a, b, c o d y entonces se ejerza una fuerza normal de resistencia contra la superficie contactora. La fuerza de resistencia es $f_N = k_n u_n$ donde k_n es una rigidez grande y u_n es la pequeña cantidad de penetración. La fricción por contacto puede ser tratada por un elemento de contacto que tiene una rigidez grande de contacto k_n debido a fuerzas normales y k_s por fuerzas de corte. No se ejercen fuerzas cuando existe una abertura entre las partes. Cuando no hay abertura las fuerzas normales y cortantes son $f_n = k_n u_n$ y $f_s = k_s u_s$, excepto que f_s , tiene la máxima magnitud $\mu |f_s|$, donde μ es el coeficiente de fricción. El efecto de la fricción puede ser incluido en el algoritmo de contacto para el caso de la figura 2.20a.

La rigidez del resorte usado en las aberturas y elementos de contacto debe ser preferentemente elegida por el analista y no utilizar los valores predefinidos del software. Si la rigidez del resorte es demasiado pequeña las restricciones serán pobremente esforzadas. Si son demasiado grandes, las ecuaciones pueden llegar a ser mal condicionadas y la exactitud se pierde. También, y una rigidez muy grande puede provocar fallas en la convergencia, en la cual los elementos cambian de estado en cada iteración, de abierto a cerrado y viceversa. En muchos casos una apropiada rigidez del resorte es 100 veces la rigidez del elemento adyacente, donde la rigidez del elemento puede ser aproximada de acuerdo con su tipo y como esté cargado por las fuerzas de restricción [54].

2.5 Algoritmos de solución y criterios de convergencia

¿Cómo resuelve un problema no lineal un programa de computadora?, es importante entender lo rudimentario del algoritmo de solución, debido a que el analista puede hacer suposiciones iniciales y, además, saber que intentar si el procedimiento falla. Muchos aspectos de los métodos de solución lineal pueden ser discutidos independientemente de la fuente de no linealidad. El siguiente resumen de métodos de solución considera una ecuación no lineal que tiene un solo grado de libertad (DOF). Los métodos mostrados también pueden aplicarse a estructuras no lineales con múltiples DOF's. Se considera un resorte no lineal cargado con una fuerza P (ver figura 2.22). En general, si el alargamiento u se incrementa, la rigidez k del resorte puede incrementarse (endurecimiento estructural) o disminuirse (ablandamiento estructural).

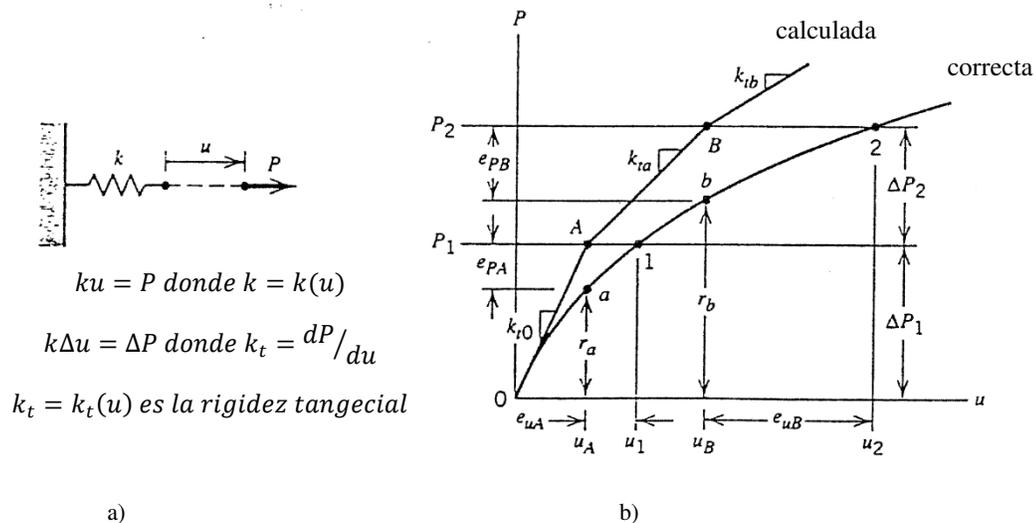


Fig. 2.22. a) Resorte no lineal. El desplazamiento u no es directamente proporcional a la carga. b) Relación de carga versus desplazamiento. La solución incremental muestra desviación de la solución [54].

El propósito del análisis es determinar el alargamiento del resorte para cada valor de carga, esto es, se construye una gráfica de P versus u . La rigidez k es una función de u y puede ser calculada para cada valor de u . Sin embargo, se asume que la ecuación $ku = P$ no puede ser resuelta explícitamente como función de P . Esta restricción se hace tal que el problema de un solo DOF semeja ecuaciones de múltiples DOF $KD = R$, que es no lineal debido a que K es una función de D . Los métodos numéricos no son capaces de resolver ecuaciones no lineales explícitas para D como función de R . En su lugar, los problemas no lineales son resueltos tomando una secuencia de pasos lineales.

2.5.1 Algoritmos de solución

Una forma sencilla de resolver ecuaciones no lineales se llama sustitución directa. El método es lento mientras la curva de no linealidad sea suave (sin cambios drásticos o pronunciados), este no es muy ampliamente usado para análisis de esfuerzos, donde los métodos incrementales son más usados. Estos usan el módulo de rigidez (rigidez tangencial); el cual para un problema de un DOF es la pendiente de la gráfica P contra u , determinando $kt = dP/dU$. En un problema de un DOF se podría obtener la curva “exacta” (Figura 2.22b) calculando P para cada valor de u . El procedimiento análogo para un problema de múltiples DOF sería calcular vectores carga R para cada vector desplazamiento D . Sin embargo, esta opción no es viable debido a que la relación correcta a través de los DOF en D no puede ser descrita; sino que debe ser calculada.

Solamente cuando la relación es conocida se puede obtener de D la relación de R y la matriz de módulos de rigidez K .

Una solución incremental es la misma que el método de Euler para resolver una ecuación diferencial de primer orden. Empezando en $u=0$, se obtiene el módulo de rigidez inicial k_{i0} . Aplicando un incremento de carga ΔP_1 y resolviendo una ecuación lineal se llega al punto A de la Figura 2.22b), para el cual el desplazamiento $u_A = u_a$. El módulo de rigidez que corresponde a este desplazamiento es k_{ia} . Aplicando el siguiente incremento de carga ΔP_2 se llega al punto B. Simbólicamente, el proceso es

$$k_{i0}\Delta u_1 = P_1 - 0, \text{ resolviendo para } \Delta u_1, \text{ entonces } u_A = 0 + \Delta u_1 \quad (2.7)$$

$$k_{ia}\Delta u_2 = P_2 - P_1, \text{ resolviendo para } \Delta u_2, \text{ entonces } u_B = 0 + \Delta u_2 \quad (2.8)$$

y así sucesivamente. El conjunto de puntos calculados A, B y los siguientes, pueden ser conectados por segmentos de líneas para proveer la relación calculada P y u . La relación correcta es desconocida en la práctica, pero se muestra en la Figura 2.22b) para ilustrar que la curva calculada tiene un sentido progresivo en comparación con la curva correcta.

Los desplazamientos calculados u_A , u_B y los siguientes, son erróneos en la cantidad de e_{u_A} , e_{u_B} y siguientes, la corrección de este error es como sigue:

En el punto A en la Figura 2.22b), la fuerza aplicada P , es más grande que la fuerza resistiva del resorte, la cual es $r_a = ku_A$ cuando el desplazamiento del resorte es u_A . La diferencia,

$P_A - r_a = e_{pA}$, es una fuerza que va a ser usada para manejar el desplazamiento al valor correcto u_1 haciendo una “iteración de equilibrio” mientras la fuerza P_1 se mantiene constante. En la Figura 2.23a) las ecuaciones de equilibrio son realizadas por el método de Newton-Raphson, el cual es una manera de resolver una ecuación no lineal. En la primera ecuación de equilibrio se usa el módulo de rigidez k_{ta} , se resuelve la ecuación $k_{ta}\Delta u = e_{pA}$ para Δu , entonces se agrega u_A llegando con esto al punto A’.

En el punto A’ se tiene una nueva fuerza de desbalance, específicamente la pequeña distancia vertical entre los puntos A’ y a’, y se tiene también un nuevo módulo de rigidez que corresponde al desplazamiento en A’. Un paso tangente a la curva desde el punto a’, permite ahora estar muy cerca del punto correcto 1. Cada ecuación de equilibrio reduce la fuerza de desbalance. Cuando se considera que es lo suficientemente pequeña para la fuerza de convergencia, entonces se está listo para incrementar la fuerza a P_2 , de manera que se alcanza el punto C y se inicia la iteración de equilibrio con la carga mantenida de P_2 . Así se establecen varios puntos en la gráfica de P contra u , conectándose estos se aproxima a la curva actual.

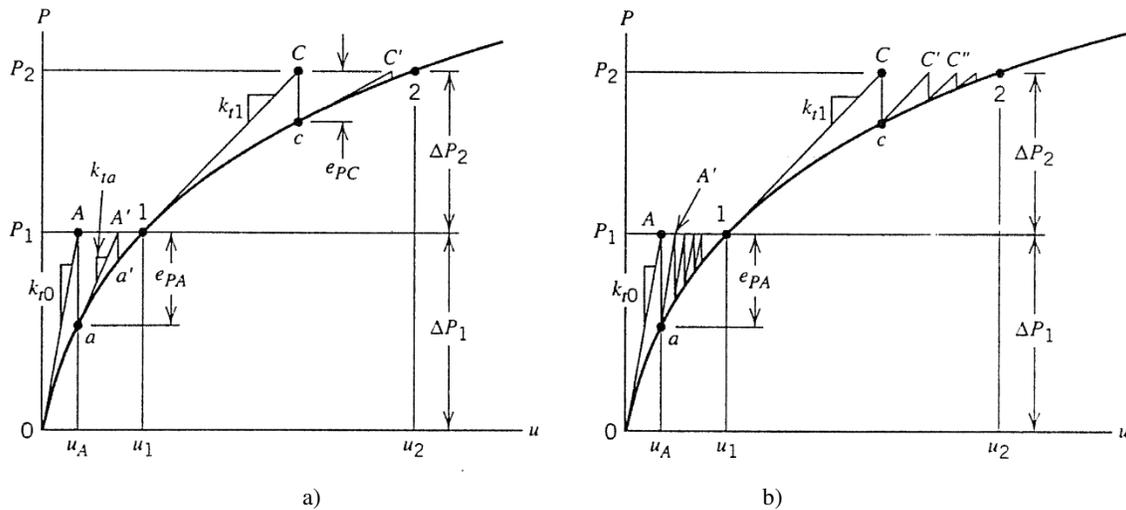


Fig. 2.23. Soluciones incrementales con ecuaciones de equilibrio después de cada paso de carga, para ablandamiento estructural: a) Iteraciones Newton-Raphson y b) Iteraciones Newton-Raphson modificado [54].

El método anterior puede ser tardado en un problema con múltiples DOF debido a que la matriz de módulo de rigidez K_t debe ser construida y reducida para resolver la ecuación en cada iteración. Una alternativa llamada método de Newton-Raphson modificado, se ilustra en la Figura 2.23b). Aquí, las iteraciones en cada paso de carga son desarrolladas usando la rigidez que prevalece en el comienzo del paso de carga. Así la matriz de módulos de rigidez K_t necesita ser construida y reducida solo una

vez para todas las iteraciones por paso de carga. Sin embargo, el número de ecuaciones de equilibrio necesarias es considerablemente más grande.

Lo explicado anteriormente está lejos de ser todo lo referente al tema. Hay método cuasi-newtonianos, los cuales modifican la inversa de la matriz de rigidez en cada iteración en lugar de reconstruir la matriz, lo puede reducir enormemente el esfuerzo de cómputo. En una dimensión, un paso cuasi-newtoniano es la secante de la curva. En otro algoritmo diferente, llamado “relajación dinámica”, la estructura es dotada con masa y amortiguamientos ficticios, idealmente como si la estructura estuviera críticamente amortiguada; y la respuesta dinámica es calculada. Cuando la estructura deja de moverse, la solución estática se obtiene. Independientemente del método de solución, se busca una configuración D tal que las cargas aplicadas estén balanceadas con la resistencia de la estructura. La resistencia depende de la deformación y puede ser calculada sumado las contribuciones de los elementos, así que la matriz de rigidez K de la estructura deformada no necesita ser formada explícitamente. En resumen, la respuesta no lineal se construye tomando un numero de pasos lineales, donde cada paso representa un paso de carga. El lapso de un paso de carga a otro se divide en subpasos. Cada paso, subpaso y ecuación de equilibrio requiere la solución de un conjunto de ecuaciones lineales. La solución de una ecuación iterativa puede ser efectiva en un problema no lineal, ya que la solución de un subpaso es usualmente una muy buena aproximación de la solución del siguiente subpaso [54].

2.5.2 Criterio de convergencia

Las ecuaciones de equilibrio en un paso de carga dado pueden ser detenidas cuando la solución está “suficientemente cerca”, de acuerdo con valores establecidos. Asumiendo que ahora se trabajan modelos con múltiples DOF, una posible definición de error es

$$err = \frac{\|e_p\|}{\|R\|} \quad (2.9)$$

donde los símbolos de norma indican la norma euclidiana. Entonces el numerador es la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (RCSC) de las fuerzas de desbalance actuales para todos los DOF del modelo; el denominador es la RCSC para las cargas actuales aplicadas a todos los DOF. La iteración termina cuando el valor err es más pequeño que 0.001. Un valor de tolerancia muy pequeño es una pérdida de tiempo para obtener una exactitud no necesaria y un valor muy grande puede no proveer la exactitud suficiente.

Una medición del error, como la mostrada en la ecuación (2.9), se puede obtener para valores de desplazamientos. Entonces el numerador involucra los incrementos de desplazamientos calculados en las iteraciones más recientes y el denominador involucra los desplazamientos actuales. Una

medición de error de desplazamiento puede provocar la terminación prematura de la iteración sólo porque la convergencia es “lenta”. De otra manera, es posible que los desplazamientos tengan convergencia cuando las fuerzas de desbalance se mantienen. Es posible establecer un límite al número de iteraciones permitidas para cada paso de carga. El alcanzar el límite y no alcanzar la convergencia se llama “falla de convergencia”. Cuando esto sucede una opción en el programa puede reiniciar la corrida desde un paso de carga anterior con un paso de carga más pequeño [54].

2.6 Introducción a la mecánica del contacto

Los problemas de valor límite que involucran contacto son de gran importancia en la industria relacionada a ingeniería mecánica y civil, pero también en el ambiente y aplicaciones médicas. Virtualmente, todos los movimientos en este planeta involucran contacto y fricción, desde las simple marcha o carrera, el manejo de autos o andar en bicicleta. Si la fricción no estuviera presente, todos estos movimientos no serían posibles. Además, debido a que el área en la que el pie o la llanta de un automóvil interactúa con el suelo, el camino o el carril, no es conocida a priori, conduce a problemas de valor límite no lineales, para estas simples tareas del diario.

Debido a la naturaleza no lineal de la mecánica del contacto, muchos problemas en el pasado han sido comúnmente aproximados por suposiciones especiales dentro del proceso de diseño. Debido a la rápida mejora de la tecnología computacional moderna, hoy en día se pueden aplicar herramientas de mecánica computacional para simular aplicaciones que incluyen mecanismos de contacto numérico [55].

Para presentar la metodología básica y las dificultades relacionadas con la mecánica de contacto, se presenta a continuación un problema de contacto simple.

2.6.1 Contacto en un sistema Masa-Resorte

Formulación general

Contacto sin fricción. Considérese un problema de contacto que consiste en una masa puntual m bajo carga gravitacional que es soportada por un resorte con rigidez k . La desviación de la masa puntual m está restringida por un plano rígido, ver Figura 2.24. La energía para este sistema puede ser escrita como

$$\Pi(u) = \frac{1}{2}ku^2 - mgu \quad (2.10)$$

Si no se coloca ninguna restricción en el desplazamiento u , entonces se puede calcular el extremo de la ecuación (2.10) por variación, lo que lleva a

$$\delta\Pi(u) = ku\delta u - mg\delta u = 0 \quad (2.11)$$

Dado que la segunda variación de Π lleva a $\delta^2\Pi = k$, entonces el extremo de (2.10) es un mínimo en $u = \frac{mg}{k}$. Esto se ilustra en la Figura 2.24b, en la cual la energía del sistema masa resorte es graficada.

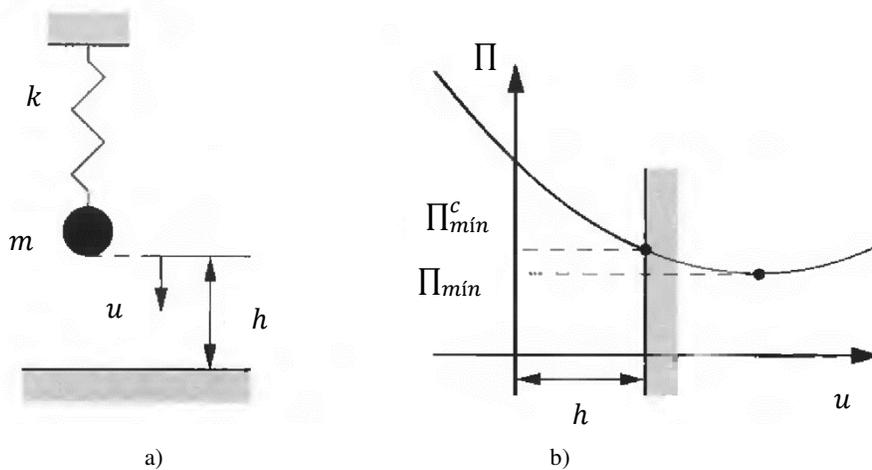


Fig. 2.24. a) Punto de masa soportado por un resorte. b) Energía del sistema masa resorte [55].

La restricción del movimiento de la masa por un soporte rígido puede ser descrita por

$$c(u) = h - u \geq 0 \quad (2.12)$$

que excluye la penetración como una restricción de desigualdad. Para $c(u) > 0$ se tiene un espacio entre la masa puntual y el soporte rígido. Para $c(u) = 0$ la brecha (gap) se cierra.

Téngase en cuenta que la variación δu está restringida en la superficie de contacto; de la ecuación (2.12) se obtiene $\delta u \leq 0$, lo que significa que el desplazamiento virtual tiene que cumplir la restricción y solo puede apuntar hacia arriba. El uso de esta variación en la forma variacional la ecuación (2.11) produce una desigualdad

$$k u \delta u - m g \delta u \geq 0 \quad (2.13)$$

En la cual el signo de *mayor que* viene del hecho de que la fuerza mg es mayor que la fuerza del resorte kh en el caso del contacto, y la variación es $\delta u < 0$ en el soporte rígido. La ecuación (2.13)

es llamada *ecuación de desigualdad*. Debido a la restricción del espacio de solución por la condición de restricción (2.12) la solución de (2.10) no está en el punto mínimo asociado con $\Pi_{mín}$, pero sí en el punto asociado con $\Pi_{mín}^e$, el cual denota la energía mínima dentro del espacio de solución admisible, véase la Figura 2.24b.

Usualmente, en lugar de la variación δu , se usa la diferencia entre una función de prueba v y la solución u : $\delta u = v - u$. La función de prueba deberá cumplir la condición $v - h \leq 0$ en el punto de contacto, así como también debe hacerlo la solución u . Con la función de prueba v , (2.11) puede ser escrita como:

$$ku(v - u) - mg(v - u) = 0 \quad (2.14)$$

dado que $mg > ku$ en el punto de contacto, se tiene con $v - h \leq 0$

$$ku(v - h) \geq mg(v - h) \quad (2.15)$$

En ambos casos, la desigualdad (2.12) que restringe el desplazamiento u conduce a desigualdades variacionales que caracterizan la solución de u . Estas desigualdades variacionales no se pueden aplicar directamente para resolver el problema de contacto. Para esto hay que construir métodos especiales. Algunos métodos de uso frecuente se analizan en las siguientes secciones. Una vez que la masa puntual contacta la superficie rígida, aparece una fuerza de reacción f_R . En la mecánica de contacto clásica, suponemos que la fuerza de reacción entre la superficie rígida y la masa puntual es negativa, por lo tanto, la presión de contacto solo puede ser compresión.

Tales suposiciones excluyen las fuerzas de adhesión en las superficies de contacto y llevan a la restricción

$$f_R \leq 0 \quad (2.16)$$

Esto significa que ya sea que se tenga un estado de compresión ($f_R < 0$) o una fuerza de reacción inactiva $f_R = 0$.

Resumiendo, se has distinguido dos casos dentro de un problema de contacto donde el movimiento es restringido por (2.12).

1. La rigidez del resorte es suficientemente grande que el punto de masa no toca la superficie rígida. En este caso, las siguientes condiciones son válidas:

$$c(u) > 0 \quad \text{and} \quad f_R = 0 \quad (2.17)$$

2. los datos del sistema son tales que el punto de masa hace contacto con el soporte rígido. En ese caso las condiciones

$$c(u) = 0 \quad \text{and} \quad f_n < 0 \quad (2.18)$$

se mantienen.

Ambos casos pueden combinarse en la sentencia

$$c(u) \geq 0, \quad f_R \leq 0 \quad \text{and} \quad f_R c(u) = 0 \quad (2.19)$$

Que son conocidas como las condiciones en la mecánica del contacto de Kertz-Signorini-Moreau.

2.6.2 Método del multiplicador de Lagrange

La solución a un problema de contacto, en el cual el movimiento es restringido por la desigualdad (2.12) puede ser obtenida utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange. Para esto se supone que una restricción está activa, lo cual significa que la condición (2.18) es cumplida por la solución. Por lo tanto, este método suma a la energía del sistema (2.10) un término que contiene la restricción y lleva a

$$\Pi(u, \lambda) = \frac{1}{2}ku^2 - mgu + \lambda c(u) \quad (2.20)$$

Una comparación con (2.19) muestra que el multiplicador de Lagrange λ es equivalente a la fuerza de reacción f_R . La variación de (2.20) lleva a dos ecuaciones, dado que δu y $\delta \lambda$ pueden ser variadas independientemente:

$$k u \delta u - m g \delta u - \lambda \delta u = 0 \quad (2.21)$$

$$c(u)\delta\lambda = 0 \quad (2.22)$$

La primera ecuación representa el equilibrio para el punto de masa incluye la fuerza de reacción cuando este toca la superficie rígida (ver Figura 2.25), y la segunda ecuación establece el cumplimiento de la ecuación de restricción cinemática (2.12) para el contacto: $u = h$.

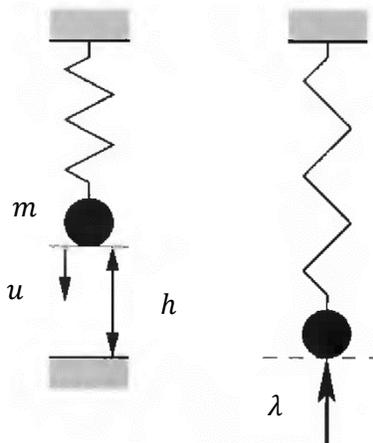


Fig. 2.25. Punto de masa soportado por un resorte y diagrama de cuerpo libre para el método del multiplicador de Lagrange [55].

Debido a esto, la variación no es mayormente restringida, y se puede resolver para el multiplicador de Lagrange λ

$$\lambda = kh - mg = f_R \quad (2.23)$$

Sin embargo, la condición (2.16) deberá ser verificada y cumplida por la condición (2.23). Si esta condición no se cumple, y por lo tanto una fuerza de adhesión es calculada, entonces la suposición de contacto ya no se sostiene. Esto significa que la restricción de desigualdad esta inactiva y la solución correcta debe ser calculada por (2.11) como $u = \frac{mg}{k}$, además, la fuerza de reacción del multiplicador de Lagrange es cero.

2.6.3 Método de penalización

Otro método bien conocido que usualmente se aplica en análisis de elemento finito para problemas de contacto es el enfoque de penalización. Aquí, para una restricción activa se suma un término de penalización a la energía (2.10) como sigue

$$\Pi(u) = \frac{1}{2}ku^2 - mgu + \frac{1}{2}\epsilon[c(u)]^2 \quad \text{con } \epsilon > 0 \quad (2.24)$$

Como puede verse en la Figura 2.26, el parámetro de penalización ϵ puede ser interpretado como la rigidez de un resorte en la interfaz de contacto, entre el punto de masa y el soporte rígido. Esto es debido al hecho de que la energía del término de penalización tiene la misma estructura que el potencial de energía de un simple resorte. La variación de (2.24) lleva a

$$ku\delta u - mg\delta u - \epsilon c(u)\delta u = 0 \quad (2.25)$$

de donde la solución

$$u = (mg + \epsilon h)/(k + \epsilon) \quad (2.26)$$

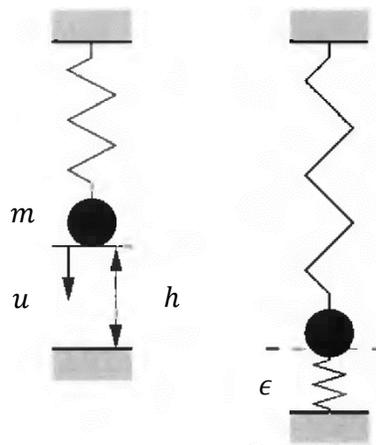


Fig. 2.26. Punto de masa soportado por un resorte y un resorte de penalización debido al término de penalización [55].

puede ser derivada. El valor para la ecuación de restricción es entonces

$$c(u) = h - u = \frac{kh - mg}{k + \epsilon} \quad (2.27)$$

Dado que $mg \geq kh$ en el caso del contacto, la ecuación (1.18) significa que una penetración del punto de masa dentro del soporte rígido ocurre, lo cual es físicamente equivalente a la compresión del resorte, véase Figura 2.26. Note que la penetración depende del parámetro de penalización. La ecuación de restricción es solamente cumplida en el límite $\epsilon \rightarrow \infty \Rightarrow c(u) \rightarrow 0$. Así, en el método de penalización se pueden distinguir dos casos limitantes:

1. $\epsilon \rightarrow \infty \Rightarrow u - h \rightarrow 0$, lo cual significa que se puede aproximar la solución correcta para parámetros muy grandes de penalización. Intuitivamente, es claro ya que eso significa que la rigidez del resorte de penalización es muy grande, y así, solo una pequeña penetración ocurre.
2. $\epsilon \rightarrow 0$ representa la solución no restringida, y así es solo válida para restricciones inactivas. En el caso de contacto, una solución con un parámetro de penalización muy pequeño ϵ lleva a grandes penetraciones, véase (2.27).

La fuerza de reacción para un método de penalización es calculada (ver (2.25) de $\lambda = \epsilon c(u)$). Para este ejemplo, se llega con (2.27) a

$$\lambda = f_R = \epsilon c(u) = \frac{\epsilon}{k + \epsilon} (kh - mg) \quad (2.28)$$

Que en el límite $\epsilon \rightarrow \infty$ lleva la correcta solución obtenida por el método del multiplicador de Lagrange, ver (2.23).

2.7 Modelado y simulación por elemento finito del pie y sus aplicaciones

En secciones anteriores se habló del importante rol que juega la biomecánica en la comprensión de los principios fundamentales del movimiento humano; en la prevención y tratamiento de enfermedades musculoesqueléticas; y en el desarrollo de implementos y herramientas relacionadas al movimiento humano. De igual forma, con la finalidad de estudiar y comprender la compleja biomecánica del pie humano, se han desarrollado muchas técnicas experimentales. Debido a la carencia de tecnología y a la naturaleza invasiva de las mediciones experimentales, los estudios experimentales usualmente se ven restringidos al estudio de las presiones plantares y movimientos grosos del complejo pie-tobillo, haciendo escasas las evaluaciones internas del hueso y movimientos de los tejidos blandos, así como de la distribución de carga en el pie. Muchos investigadores han cambiado al aproximamiento computacional, así como al método del elemento finito (FEM), en búsqueda de más información biomecánica.

El continuo avance en las técnicas numéricas, así como en la tecnología informática, ha hecho del método de elemento finito una herramienta versátil y exitosa para la investigación biomecánica debido a su capacidad de modelado de estructuras geométricas irregulares, propiedades de materiales

complejos, complicadas condiciones de carga y frontera en análisis estáticos y dinámicos. Con respecto al humano pie y tobillo, el enfoque FE permite predecir el movimiento articular y la distribución de la carga entre el pie y los diferentes soportes, que ofrecen información adicional como los esfuerzos internos y deformaciones de las estructuras modeladas. Aunque el FEM ha sido ampliamente utilizado en el estudio de las articulaciones intervertebrales, hombro, rodilla y cadera, el desarrollo del modelo detallado de pie FE acaba de comenzar a fines de la década de 1990 [21].

2.7.1 Análisis de elemento finito de pie y tobillo

Un número de modelos de elemento finito bidimensionales (2D) y tridimensionales (3D) han sido desarrollados para explorar la biomecánica de las estructuras de pie-tobillo. Estos análisis por elemento finito proveen más información sobre condiciones clínicas y calzado. Las características y aplicaciones de los existentes modelos de elemento finito de pie se reúnen en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Configuración y aplicaciones de los modelos de elemento finito existentes en la literatura [21].

Años	Autores	Propiedades geométricas	Material y condiciones de cargas	Parámetros de interés
1981	Nakamura <i>et al.</i>	2D, bosquejo ingenieril (huesos del pie unificados, tejido blando plantar, suela de zapato)	Huesos (EL), tejido plantar (ENL), plantilla de zapato (EL/ENL) Articulación de tobillo y tendón de Aquiles fuerzas para simular fase media del CM.	Rigidez de la plantilla y esfuerzos en tejido plantar suave
1995	Chu <i>et al.</i>	3D bosquejo ingenieril (huesos del pie-tobillo unificados, tejido blando encapsulado, ortesis de pie-tobillo)	Huesos, ligamentos, tejido blando y ortesis (EL), FRS, FTA, FTF, FTE para simular choque de talón y despegue.	Rigidez de la ortesis y DE en la ortesis de pie-tobillo.
1995	Chu and Reddy			
1997	Lemmon <i>et al.</i>	2D, video imagen del espécimen (hueso metatarsal, tejido blando encapsulado, plantilla, entresuela)	Hueso (EL), tejido encapsulado, plantilla, entresuela (H) Simulación del contacto de la interfaz soporte-pie para simular empuje del pie (push off).	6 espesores de la plantilla, 2 espesores de tejido, 36 diseños de entresuela (3 materiales, 6 geometrías, 2 locaciones de colocación en la presión plantar máxima.
2005	Erdemir <i>et al.</i>			
1999	Jacob & Patil			

1999	Jacob & Patil			DE en los huesos del pie & tejidos blandos con disfunción en músculos, reducción en el espesor del CA, espesor del TS plantar & dureza. Distribución de carga de las A del pie & ligamentos durante las fases del CM.
2004	Thomas <i>et al.</i>	3D, rayos X del sujeto (huesos del pie, tejido blando plantar)	Huesos, cartílago, ligamentos, tejido plantar (EL), A de tobillo & fuerzas musculares para simular choque de talón, fase media y empuje del pie.	
2000	Giddings <i>et al.</i>	2D, ITC del sujeto (huesos del pie)	Huesos, cartílago, ligamento y tendón (EL). Simulación de contactos de la mayoría de A, FRS distribuidas en los huesos del pie para simular las 6 fases de postura.	Distribución de cargas en las A del pie & ligamentos durante las fases de postura y marcha.
2000	Kitagawa <i>et al.</i>	3D, ITC de pie cadavérico (huesos de pie-tobillo)	Huesos, ligamentos y TS plantar (EL). Simulación del contacto de la mayoría de las A y soporte plantar.	Fuerzas y deformaciones en el pie bajo carga de compresión estática & dinámica.
2000	Gefen <i>et al.</i>			
2001	Gefen			
2002	Gefen	3D, IRM del sujeto (huesos del pie TS plantar)	Huesos, CA (EL), ligamentos tejido plantar (ENL) A de tobillo & fuerzas musculares importantes para simular las 6 fases del CM.	DE en los huesos del pie & tejidos blandos durante las fases con variación de posicionamiento de las FRS & magnitud de las fuerzas musculares.
2002	Gefen			
2003	Gefen	2D, IRM del sujeto (huesos del pie, TS plantar)	Huesos, CA (EL). Ligamentos, tejido plantar (ENL) A de tobillo & FTA para simular equilibrio.	Liberación de la fascia plantar parcial y completa. Rigidez del TS plantar.
2001	Bandak <i>et al.</i>	3D, ITC de pie cadavérico (huesos de pie-tobillo, TS plantar)	Huesos, cartílago, TS plantar (VE) Ligamentos (EL) Simulación de contacto de articulaciones importantes & soporte plantar. Impacto vertical de	DE en los huesos de la parte trasera del pie y tobillo. Ligamentos bajo impacto de carga.

			la carga a diferentes velocidades.	
2001	Chen <i>et al.</i>			
2003	Chen <i>et al.</i>	3D, ITC del sujeto (huesos de pie-tobillo, TS encapsulado)	Huesos, cartílago, ligamentos, TS encapsulado (EL). Plantilla, entresuela (HE), Simulación del contacto del soporte plantar. Control de desplazamiento de la planta del pie & soporte para simular fase media y despegue.	Presión plantar del pie & esfuerzos de los huesos durante las fases. Plantilla de contacto plano y total con diferentes combinaciones de material en la distribución de presión plantar.
2002	Camacho <i>et al.</i>	3D, ITC de pie cadavérico (huesos de pie-tobillo, TS plantar)		Posiciones relativas de los huesos del pie.
2004	Verdejo & Mills	2D, (hueso de talón, talonera, entresuela)	Hueso (EL), talonera, entresuela (HE) Simulación del contacto del soporte del talón en la interfaz de deformación vertical en talón plantar para simular choque de talón.	DE en la talonera con & sin el soporte de la entresuela.
2004	Cheung <i>et al.</i>			
2005	Cheung <i>et al.</i>			
2005	Cheung and Zhang			
2006	Cheung <i>et al.</i>			
2006	Cheung <i>et al.</i>			
2006	Cheung and Zhang			
2007	Cheung and Zhang	3D, IRM del sujeto (huesos del pie-tobillo, TS encapsulado)	Hueso, cartílago y ligamentos (EL), TS encapsulado, ortesis (EL/HE) Simulación del contacto de las A del pie más importantes (excepto los dedos) y soporte plantar. FRS & FTA u otros músculos extrínsecos para simular el equilibrio/ fase media.	DE en los huesos del pie y TS con variación de la rigidez de la fasciotomía de la FP parcial y completa, rigidez patológica del tejido suave & variación de magnitudes de la carga del TA, disfunción del TTP. Ortesis de pie a medida con diferentes combinaciones de rigidez del material, altura del arco & espesor de la presión plantar. DE de los huesos.

2005	Spears <i>et al.</i>	3D, ITC de pie cadavérico (hueso del talón, tejido del talón)	Huesos del talón (rígido), planta del talón (HE&VE) Simulación del contacto del soporte del talón. FRS verticales en el soporte del talón para simular choque de talón.	Esfuerzos del tejido del talón con fuerza variable, razones de velocidad e inclinación del pie con el suelo.
2006	Goske <i>et al.</i>	2D, IRM del sujeto (hueso del talón, tejido del talón, talonera, plantilla, entresuela)	Hueso (rígido), talonera (EL) Tejido del talón, plantilla & entresuela (HE) Simulación del contacto de la interfaz pie-zapato. Carga vertical en el hueso del talón.	3 niveles de conformación de la plantilla, 3 diferentes materiales, 3 espesores de plantilla en la distribución de presión en el talón.
2006	Erdemir <i>et al.</i>	2D, IRM del sujeto (hueso y tejido del talón)	Hueso (rígido), talonera (EL) Tejido del talón, plantilla & entresuela (HE) Simulación del contacto de la interfaz pie-zapato. Carga vertical en el hueso del talón.	5 espesores de talonera & 40 tejidos específicos no lineales en la presión máxima del talón.
2006	Actis <i>et al.</i>	2D, ITC de 6 sujetos (huesos del pie, TS encapsulado, plantilla, suela de zapato)	Huesos, CA, FP, tendón flexor (EL), TS encapsulado, plantilla, suela del zapato (ENL)	Módulo de elasticidad del hueso, cartílago, fascia, tendón flexor & el uso de contacto total insertado en las presiones pico en el metatarso en pie diabético.
2007	Wu	2D, IRM e ITC (huesos del pie, TS encapsulado, ligamentos plantares más importantes & músculos)	Huesos, cartílagos, ligamentos plantares, FP & tendones (EL) Músculos y cartílago (HE) Simulación del contacto de la interfaz del soporte del pie Peso del cuerpo & FTA para simular el equilibrio.	Variaciones de la rigidez de los músculos intrínsecos pasivos, fasciotomía plantar & lesiones en ligamentos plantares y esfuerzos en los tejidos, distribución de la presión plantar.
2007	Spears <i>et al.</i>	2D, IRM del sujeto (hueso del talón,	Hueso (rígido), talonera	Talonera en la DE en piel &

		tejido del talón, talonera, plantilla y entresuela)	(rígida/EL), piel, almohadilla del pie, plantilla, entresuela (HE) Simulación del contacto de la interfaz pie-zapato. Carga vertical en el hueso del talón para simular posición de pie.	almohadilla del talón.
--	--	---	--	------------------------

2.7.2 Limitaciones de los modelos de elemento finito existentes

Muchos modelos de EF han sido desarrollados bajo ciertas simplificaciones y suposiciones, incluyendo una forma simplificada o parcial del pie, asumiendo propiedades de material EL, y condiciones de frontera lineales sin considerar fricción o deslizamiento. Debido a la alta demanda de exactitud para la simulación de la geometría, el comportamiento del material, las condiciones de carga y frontera para una simulación biomecánica realista del pie y tobillo humano, las mejoras en ciertas categorías son necesarias para los modelos de elemento finito existentes, con la finalidad de servir como una herramienta objetiva para aplicaciones clínicas y diseño [21].

Propiedades geométricas

Distintos modelos de EF han sido construidos con una forma simplificada o parcial del pie. Por ejemplo, en algunos modelos su naturaleza ha sido desarrollada en 2D e incorporando solo partes, estructuras simétricas del pie en las cuales las cargas fuera del plano y los movimientos de las articulaciones no pueden ser tomados en cuenta. Muchos modelos 3D consideran únicamente estructuras de los huesos del pie que representan el arco medial y lateral, sin diferenciar los huesos metatarsales de manera individual en las direcciones medial y lateral. Mientras tanto, los huesos y tarsos fusionados son usualmente considerados sin permitir el movimiento relativo de los huesos. Muchos modelos de pie consideran únicamente los ligamentos más importantes y el tejido plantar suave, resultando en representaciones inexactas de la integridad estructural y rigidez del complejo pie-tobillo.

Propiedades de los materiales

Las propiedades de los materiales son asumidas para ser homogéneas, isotrópicas y elásticas lineales en algunos de los modelos de pie. Esto es seguramente, un caso aproximado de los tejidos biológicos, los cuales exhiben un comportamiento no homogéneo, anisotrópico, no lineal y viscoelástico. Además, la justificación de la selección de algunos de los parámetros no es proporcionada y los

valores asumidos se desvían de las observaciones experimentales. Muchos de los modelos de pie consideran el uso de elasticidad no lineal, hiperelasticidad, en el modelado del comportamiento del material de los ligamentos, tejidos plantares blandos, estructuras de huesos y varios materiales aórticos. Sin embargo, algunos de los parámetros de material asignados no son obtenidos de las estructuras de pie-tobillo y han sido originalmente tomados de otras partes del cuerpo, en su lugar.

Condiciones de carga y frontera

Cierto número de modelos de EF han considerado únicamente las fuerzas de reacción con el piso o las componentes verticales de las fuerzas de presión, con la estabilización de las fuerzas musculares ignoradas o agrupadas como resultado del movimiento del tobillo. Solo un número limitado de análisis del pie ha considerado las cargas fisiológicas que involucran las fuerzas de músculos y tendones. En estos modelos las fuerzas musculares se han aproximado por datos de electromiografía normalizada asumidas por una ganancia muscular constante, una relación del área de la sección transversal y una consideración de fuerzas de equilibrio. Excepto para algunos análisis de impacto verticales, muchos de los modelos ignoran la dinámica o efectos de la inercia del movimiento pie-tobillo.

Los movimientos finitos de las articulaciones y los huesos no se han tenido en cuenta en muchos modelos de EF. Las superficies articulares adyacentes generalmente son fusionadas por tejido conectivo sin considerar el movimiento articular relativo. Aunque se permitieron movimientos relativos de las superficies de articulación en algunos modelos, estos consistían en un número reducido de segmentos óseos distintos. En consecuencia, muchos de los modelos existentes se limitan en predicciones de movimientos relativamente pequeños de pie-tobillo y deberían haber resultado en una representación de una estructura de tobillo demasiado rígida.



Universidad
de **Guanajuato**

Capítulo 3

Este capítulo permitirá abordar paso a paso el desarrollo del modelo numérico del pie, así como cada una de las consideraciones tomadas en cuenta para lograrlo. Como primer paso, se presenta un diagrama general de la metodología implementada para la realización del trabajo, para entender de mejor manera los pasos a seguir. Enseguida se expondrán cada una de las actividades realizadas desde el modelado CAD de cada uno de los elementos presentes en el modelo numérico, hasta la aplicación de las condiciones de carga y frontera.

METODOLOGÍA DE ANÁLISIS

- 3.1 Documentación del proyecto
- 3.2 Revisión del estado del arte
- 3.3 Digitalización de huesos y tejidos blandos
- 3.4 Generación del modelo CAD del pie
- 3.5 Búsqueda y definición de los modelos de material
- 3.6 Simulación numérica estructural del modelo de pie

Capítulo 3

Metodología de análisis

Con la finalidad de adquirir una mejor comprensión del trabajo desarrollado, se presenta a continuación, en la figura 3.1, un diagrama que describe la metodología implementada durante el proceso de desarrollo. Este diagrama representa también una parte importante de este trabajo, ya que permitió estructurar de mejor manera las actividades a llevarse a cabo para lograr la solución exitosa del trabajo.

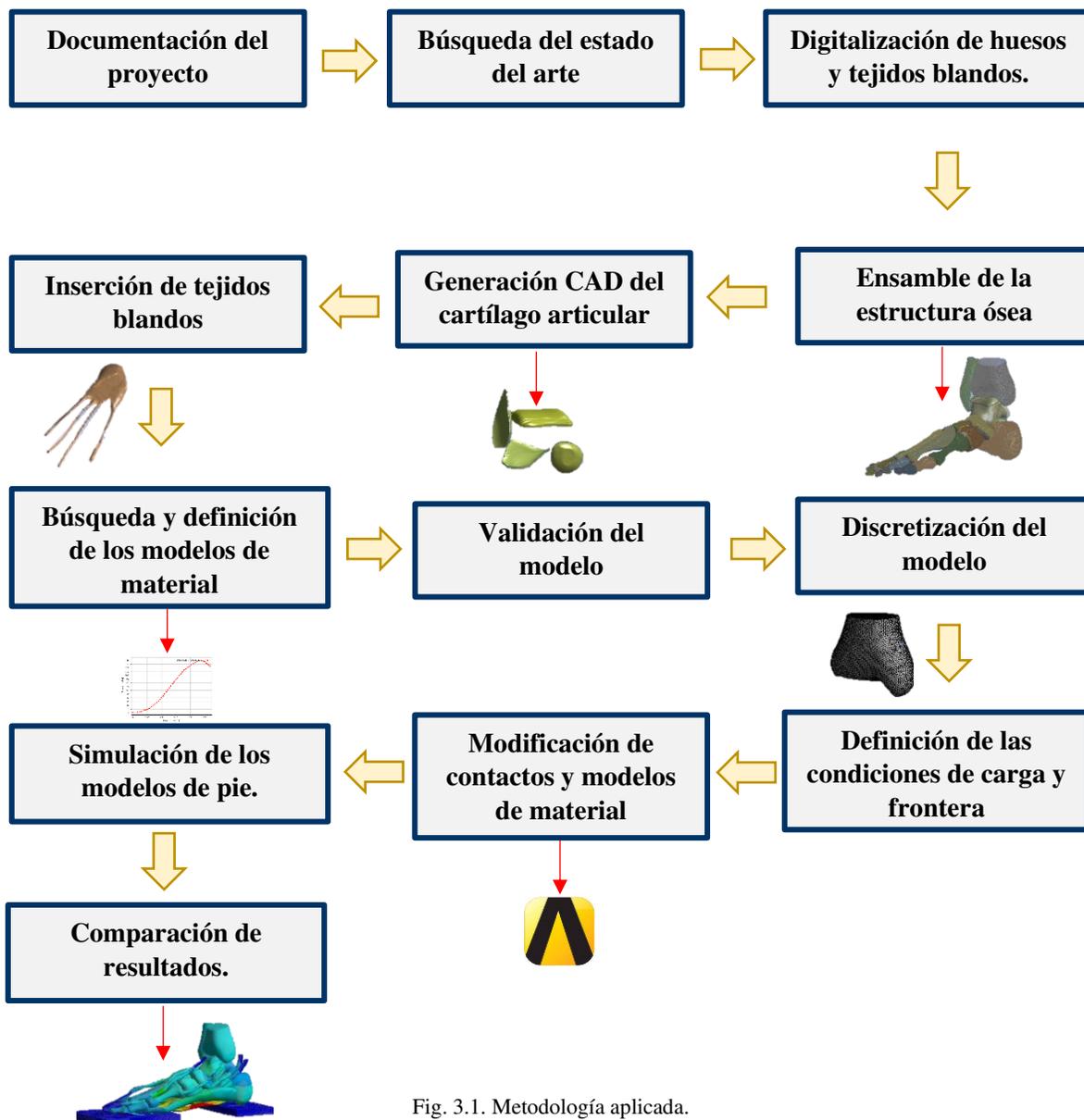


Fig. 3.1. Metodología aplicada.

3.1 Documentación del proyecto

La búsqueda de información relacionada con el problema planteado se realizó en fuentes de diversas disciplinas, debido al carácter multidisciplinar de este proyecto.

La consulta de libros de anatomía y biomecánica permitió obtener las bases de la anatomía y biomecánica del pie humano, abordada como primer punto en el marco teórico, además de una breve introducción a la biomecánica en general. Esto, a manera de antecedente sobre lo que se plantea realizar con el desarrollo de este trabajo. La consulta de libros de carácter ingenieril proporcionó las bases para abordar los temas del método del elemento finito, análisis de las no linealidades en el análisis de esfuerzos, y una introducción a la mecánica del contacto.

Además de libros, fueron consultadas distintas páginas web que contribuyeron a complementar la información recopilada, y diversos artículos científicos hicieron posible el recuento de los modelos numéricos de pie encontrados en la literatura hasta la fecha, además de contribuir al desarrollo del análisis numérico, con modelos de material tomados de ahí para los distintos tejidos blandos insertados, así como huesos y cartílago. Toda la información aquí mencionada y que sirve como pauta para dar un antecedente teórico al trabajo que aquí se desarrolla, se expuso en los capítulos 1 y 2.

3.2 Digitalización de huesos y tejidos blandos

En la tabla 2.1, expuesta en el capítulo 2, se muestran la configuración y aplicaciones de los modelos numéricos de pie existentes en la literatura. En esta, es posible observar como la obtención de imágenes por tomografía computarizada y resonancia magnética, es la base para el desarrollo de modelos de elemento finito de pie, al menos, en la gran mayoría de los trabajos recientes; es mediante estos procedimientos que es posible obtener las geometrías de huesos, cartílago y tejidos blandos que forman parte de los modelos desarrollados.

Mediante TC, es posible obtener imágenes transversales o cortes del cuerpo humano, al proyectar un haz de rayos X alrededor de este, el cual, produce señales que posteriormente son procesadas con una computadora. Las imágenes obtenidas contienen información más detallada que los rayos X convencionales, y pueden ser apiladas digitalmente de forma consecutiva de manera que permitan, a su vez, la formación de imágenes tridimensionales de las partes de interés [56]. La IRM por su parte, es una tecnología de imágenes no invasiva que produce imágenes anatómicas tridimensionales detalladas, sin el uso de la radiación dañina, por lo que son particularmente apropiados para obtener imágenes de las partes no óseas, o de los tejidos blandos del cuerpo [57].

Así pues, la digitalización de los modelos biológicos usados en este proyecto es el primer y más importante paso en el desarrollo de este trabajo, ya que es gracias a esto que es posible obtener las geometrías de las partes a analizar.

El proceso de digitalización se llevó a cabo en la Universidad de Zaragoza, España, por el grupo de Investigación AMB (Applied Mechanics and Biomechanics), del Instituto Universitario de Investigación de Aragón (i3A), donde se realizaron dos tomografías diferentes para capturar la geometría de todos los tejidos del pie.

Primero se usaron las imágenes de TC de rayos X, del pie derecho de un voluntario masculino de 49 años, con un peso de 70 kg y una altura de 170 cm, con una distancia de corte de 0.6 mm para definir los volúmenes óseos (corticales y trabeculares) y para esbozar así una distribución primaria de los tendones. Ya que la resonancia magnética proporciona una mejor definición de los tejidos blandos, posteriormente se recurrió a ella con la finalidad de mejorar la segmentación inicial, especialmente las capas más profundas de los músculos. Finalmente, la generación de sólidos 3D a partir de los cortes 2D, se llevó a cabo con MIMICS (Materialise, Lovaina, Bélgica), software de análisis, de visualización 3D, para la planificación preoperatoria, medición, de simulación en 3D y validación, de CAD, de imágenes anatómicas [58].

Los archivos STL de cada una de las partes que conforman el pie, se nos proporcionaron para proceder al rearmado de la estructura ósea con los respectivos tejidos blandos insertados. Dada la naturaleza de la obtención de cada una de las partes, se obtuvieron modelos con algunos errores de entrecruzamiento de caras o aberturas en estas, por lo que el siguiente paso a ser realizado para solucionar este tipo de errores fue la reparación de superficies.

3.2.1 Reparación de las geometrías

El entrecruzamiento de caras y aberturas en las superficies de las geometrías fueron errores importantes de solucionar, ya que de lo contrario podrían derivar en errores de discretización del modelo. Para ello, se implementó la metodología descrita en el diagrama de la Figura 3.2, y se utilizó el software de diseño Solid Works ®.

Una vez obtenido el archivo STL, se importó al programa de diseño CAD, SolidWorks ®, para llevar a cabo un análisis de importación de la geometría, y la reparación de sus superficies y así verificar que ninguna de estas estuviera abierta, garantizando así, que el modelo fuera totalmente sólido, y adecuado para ser exportado al software de elementos finitos. Cada una de las geometrías presentes en el modelo numérico fueron diagnosticadas y reparadas por separado, repitiendo el proceso ilustrado en la Figura 3.2, un total de 40 veces antes de proceder con el ensamble del modelo.

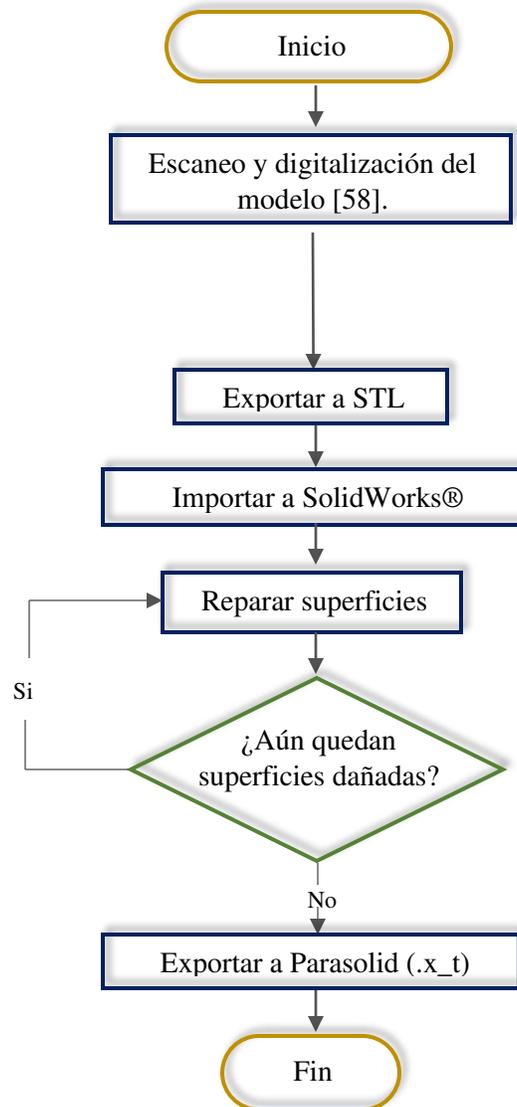


Fig. 3.2. Diagrama de flujo para la generación de las geometrías del pie.

3.3 Generación del modelo CAD del pie

El ensamble de cada una de las geometrías de huesos y tejidos blandos, así como el modelado del cartílago articular se presenta en esta sección.

Como se mencionó previamente, cada uno de los huesos que forman parte del pie, así como los doce tejidos blandos insertados en el modelo, fueron proporcionados por la Universidad de Zaragoza, como geometrías 3D individuales. Por lo anterior, un punto clave en la metodología de desarrollo de este trabajo es el ensamble de cada una de las partes entre sí, con la finalidad de lograr la obtención de la estructura ósea del pie. Así pues, a continuación, se describen cada uno de los pasos realizados para

lograr la generación del modelo CAD, que incluye huesos, cartílago y los tejidos blandos seleccionados.

3.3.1 Ensamble de la estructura ósea del pie

Con ayuda del software de diseño Solid Works®, se realizó el ensamble de la estructura ósea del pie. Y, con la finalidad de lograr una estructura anatómicamente correcta, fue necesaria la revisión de referencias como libros y atlas de anatomía interactivos. Estas herramientas, permitieron la constante comparación del modelo en desarrollo, con referencias anatómicas establecidas, para el posicionamiento adecuado de cada uno de los huesos del pie. Se tuvo especial cuidado también, en que la estructura ósea ensamblada tuviese valores dentro de los rangos considerados como normales, para los ángulos fisiológicos de Costa Bartani y de Kite. Una vez se llevó a cabo la medición y se hubieron verificado los valores de los ángulos mencionados (ver Figura 3.3 y 3.4), se procedió al modelado del cartílago articular en cada uno de los huesos correspondientes.

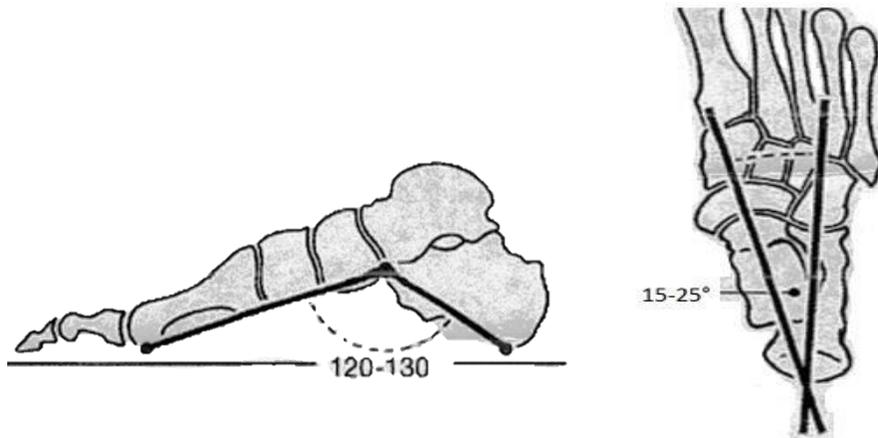


Fig. 3.3. Rango de valores normales para los ángulos fisiológicos de a) Costa Bartani y b) Kite.

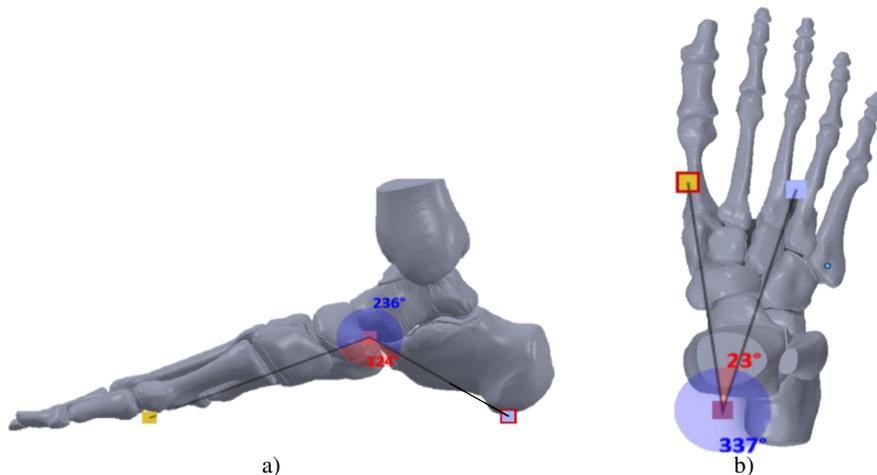


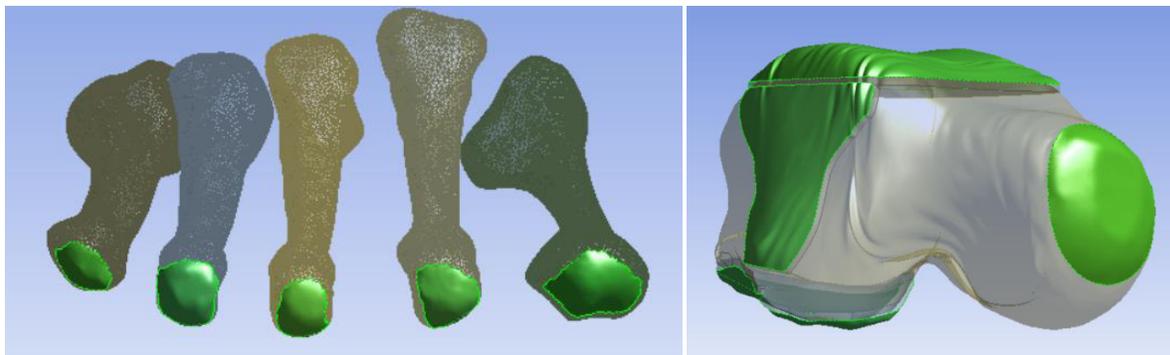
Fig. 3.4. Valores de los ángulos de a) Costa Bartani y b) Kite medidos en el modelo CAD de la estructura ósea del pie.

3.3.2 Modelado CAD del cartílago articular

El CA es un tejido conectivo que facilita la transmisión de cargas con un bajo coeficiente de fricción. Permite el deslizamiento adecuado entre las superficies articulares, previendo su abrasión y facilitando el acoplamiento entre ambas, para ayudar a que la fricción se difunda sobre toda la superficie. Debido a su elasticidad, el CA es capaz de amortiguar las presiones violentas que puedan producirse durante la actividad física y hacerlas desaparecer gradualmente [59].

El espesor del cartílago depende de diferentes factores, entre ellas edad, género y la zona corporal en que se encuentre. En personas sin patología de cartílago, el espesor de este, en la zona metatarsofalángica, mide de 0.2 a 0.4 mm, siendo mayor en la segunda articulación y menor a nivel de la quinta. En las articulaciones interfalángicas varía de 0.1 a 0.5 [60]. Por otro lado, el espesor medio del cartílago articular en la zona de tobillo varía entre 1-1.7 mm [61,62].

El cartílago articular en este trabajo, fue modelado, con ayuda del módulo de diseño Desing Modeler, de ANSYS®, y fue realizado de manera individual para cada una de las partes que conforman las articulaciones del pie. Es decir, se generó una superficie en el extremo correspondiente a cada hueso que conforma una articulación, para después extruirla de acuerdo con el espesor correspondiente al cartílago de la zona. Las superficies que sirvieron de referencia para establecer el perímetro del cartílago fueron en su mayoría desarrolladas, a partir de la selección de las caras en los extremos de los huesos (ver Figura 3.5a), exceptuando el astrágalo, para el cual fue necesario realizar algunos cortes a la geometría, con ayuda de algunos planos de referencia, para generar la superficie deseada (Fig. 3.5b).



a)

b)

Fig. 3.5. Generación de superficies de referencia para el modelado del cartílago articular en a) un extremo de los cinco metatarsos y en b) el astrágalo.

Una vez generadas todas las superficies de referencia, estas fueron extruidas una distancia de 1.5 mm en los huesos de la zona del tobillo (peroné, tibia, astrágalo y calcáneo), y de 0.5 mm para el resto de los huesos. Lo anterior, de acuerdo con los valores de espesor para el cartílago articular reportados en la literatura [60-62]. La figura 3.6 muestra el modelo CAD de la estructura ósea con el cartílago modelado, el cual puede verse de manera detallada en la Figura 3.7.

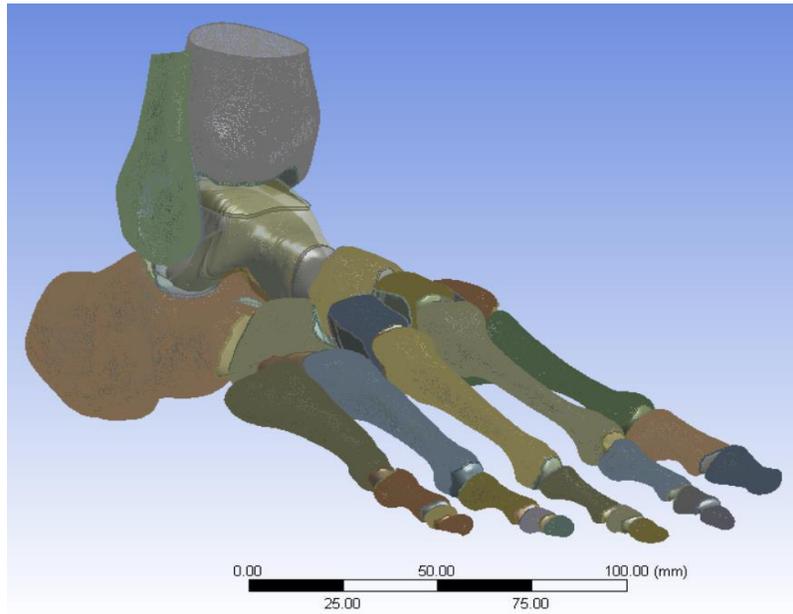


Fig. 3.6. Modelo CAD de la estructura óseo-cartilaginosa del pie.

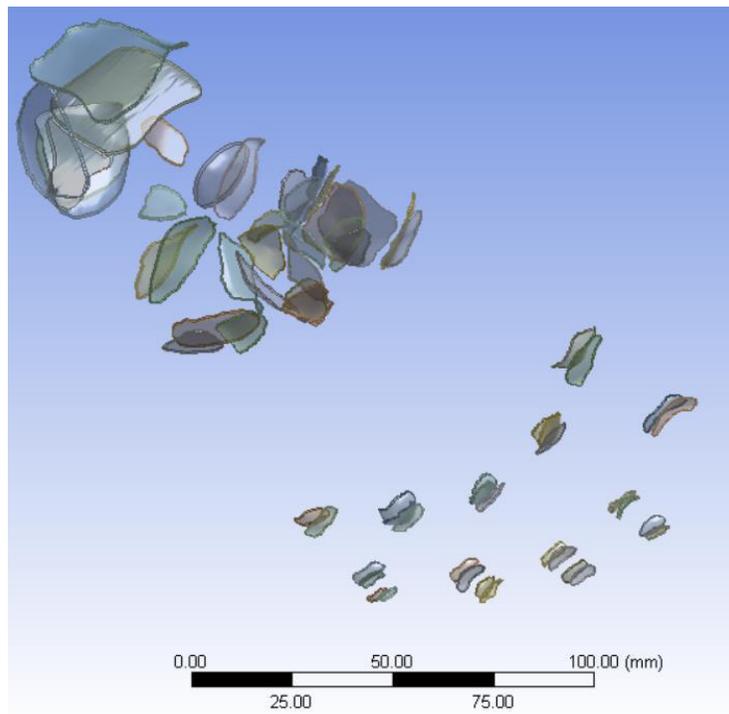


Fig. 3.7. Geometrías del cartílago articular, modelado.

3.3.3 Inserción de tejidos blandos

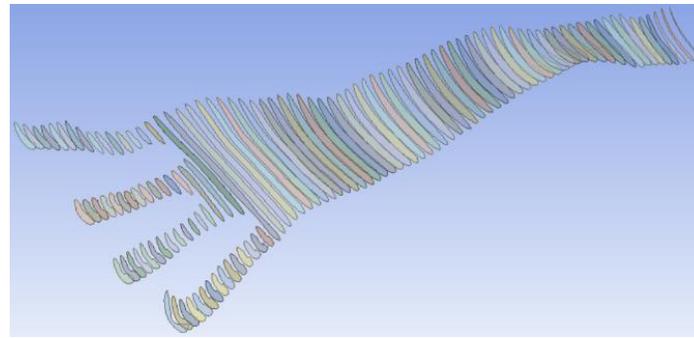
El siguiente paso en el desarrollo del modelo CAD del pie, fue la inserción de doce tejidos blandos, que forman parte de su estructura, entre ellos:

- **Fascia plantar central**
- **Fascia plantar lateral**
- **Músculo Extensor digitorum brevis** (músculo corto de los dedos del pie, I-IV)
- **Músculo Abductor Hallucis** (músculo del I dedo).
- **Músculo Abductor Digiti Minimi** (músculo del V dedo)
- **Músculo y tendón Flexor digitorum brevis** (músculo flexor corto de los dedos)
- **Tendón Extensor hallucis longus** (tendón extensor largo del dedo gordo)
- **Tendón Flexor digitorum longus** (tendón flexor largo de los dedos I-IV)
- **Tendón Flexor hallucis longus** (tendón flexor largo del I dedo)
- **Tendón tibialis anterior** (tendón tibial anterior)
- **Tendón tibialis posterior** (tendón tibial posterior)

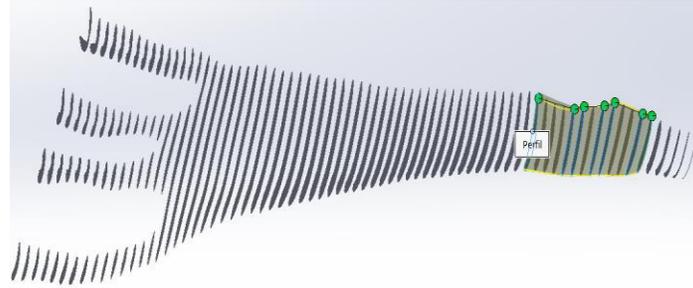
Los tejidos insertados, fueron seleccionados como los más relevantes debido a su directa participación en la estabilidad del arco plantar y el funcionamiento de los movimientos de flexión, y extensión de los dedos del pie [19].

Reparación de geometrías y superficies

Antes de proceder con la inserción de los tejidos fue necesario realizar el procedimiento de reparación de superficies que se describió en el diagrama de flujo de la figura 3.2, para cada una de las geometrías. Debido a un problema de entrecruzamiento de caras en la geometría correspondiente a la fascia plantar central, que derivaba en conflictos de mallado, fue necesario recurrir a otro procedimiento para eliminar las múltiples caras triangulares de la geometría, y unificarlas como superficies más extensas y regulares sin conflictos de aberturas o entre cruzamiento de caras. El procedimiento mencionado fue posible con la generación de múltiples cortes en la geometría base, para la creación de diversos planos perpendiculares al eje longitudinal del modelo, para después, realizar un recubrimiento de las superficies generando así una nueva geometría. El procedimiento mencionado se realizó, además, haciendo uso alternante entre el software de diseño Solid Works ® y el módulo Desing Modeler de ANSYS ®. La figura 3.8 muestra los distintos planos generados a partir de la geometría original y parte del recubrimiento realizado. Por otro lado, en las Figuras 3.9 y 3.10 puede observarse una comparación entre la geometría original y la modelada.



a)



b)

Fig. 3.8. a) Superficies perpendiculares al eje longitudinal de la geometría de la Fascia plantar central, generadas en Desing Modeler (ANSYS ®). b) Recubrimiento a partir de las superficies generadas, realizado en Solid Works ®.



Fig. 3.9. Geometría original de la Fascia plantar central.

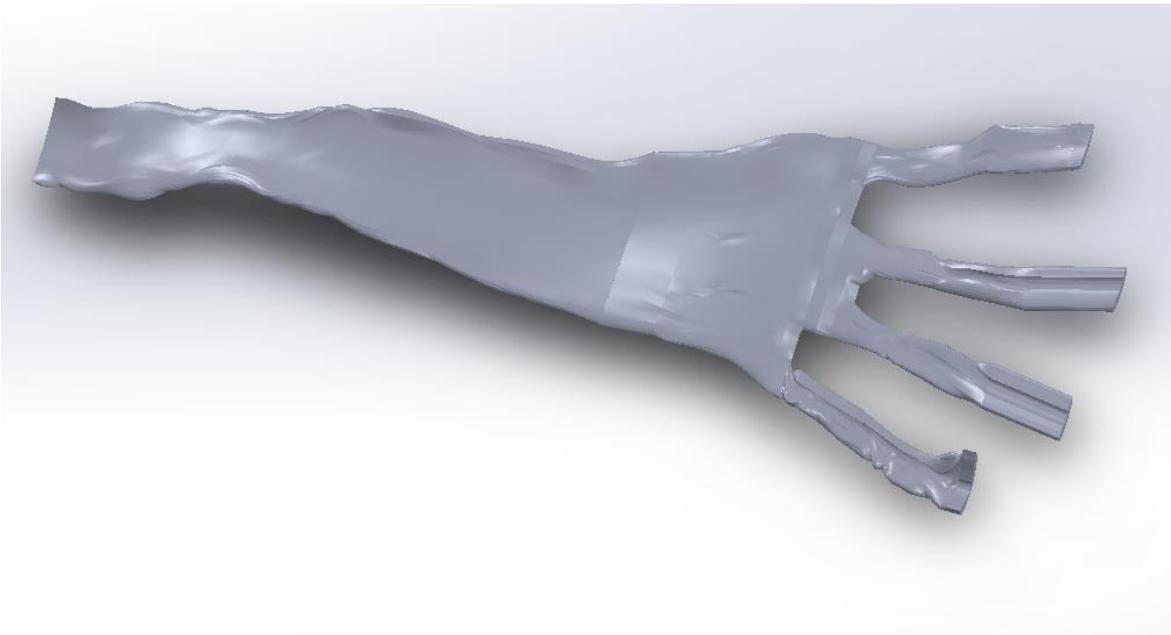


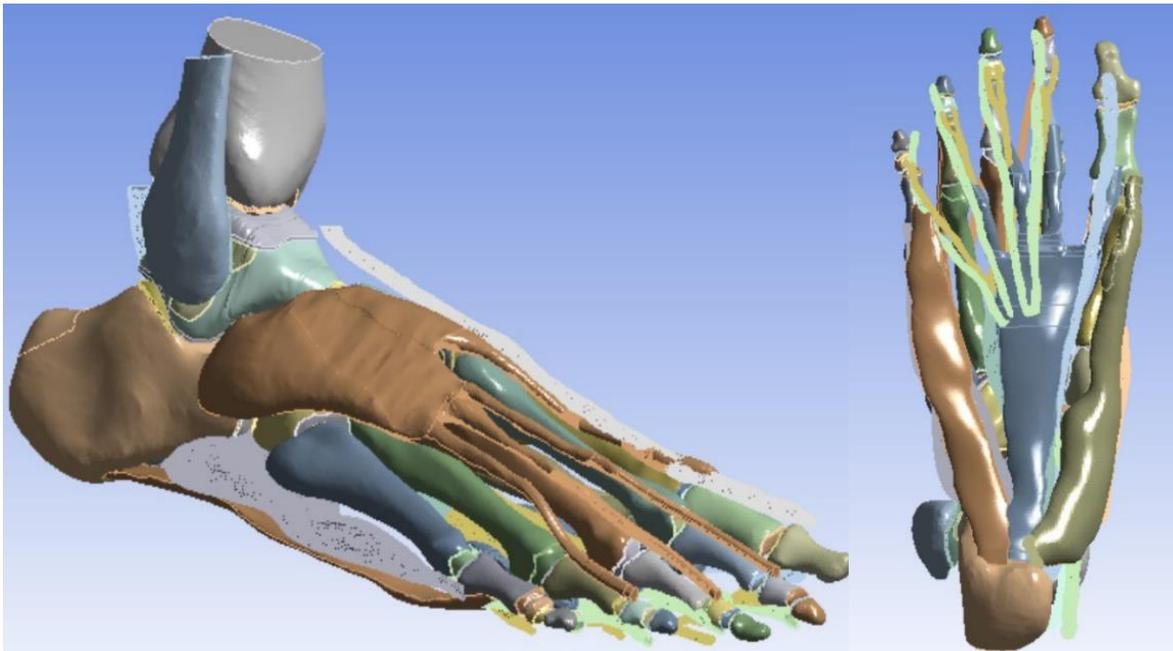
Fig. 3.10. Geometría de la Fascia plantar modelada con ayuda del recubrimiento de las superficies generadas.

En algunos otros de los tejidos a insertar tuvieron que hacerse modificaciones para lograr que estos llegaran hasta las superficies de los huesos donde deberían ser insertados, estas modificaciones se realizaron en el módulo de diseño de ANSYS®, usando herramientas de corte, extrusión, unión de superficies y generación de planos según se necesitara, además de un procedimiento muy similar al usado para modelar nuevamente la Fascia plantar. Estos procedimientos se realizaron a la par de las inserciones, ya que fue necesario, en primer lugar, posicionar los tejidos en las zonas de inserción correspondientes para poder proceder con las modificaciones necesarias.

Las geometrías 3D de los tejidos mencionados se muestran en la Tabla 3.2, con la finalidad de facilitar su ubicación en el modelo completo mostrado en la Figura 3.11. Por su parte, la tabla 3.1 muestra los nombres completos de cada uno de los tejidos y las abreviaciones correspondientes con que se les ubica en el modelo CAD del pie.

Tabla 3.1. Nombres y abreviaciones de los tejidos insertados.

Tejidos blandos	
<i>Nombres</i>	<i>Abreviaciones</i>
Fascia plantar central	FPC
Fascia plantar lateral	FPL
Extensor digitorum brevis	EDB
Músculo abductor hallucis	AH
Músculo abductor digiti minimi	ADM
Músculo flexor digitorum brevis	MFDB
Tendón flexor digitorum brevis	TFDB
Tendón extensor hallucis longus	EHL
Tendón flexor digitorum longus	FDL
Tendón flexor hallucis longus	FHL
Tendón tibialis anterior	TA
Tendón tibialis posterior	TP

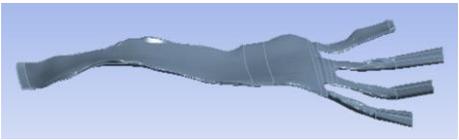
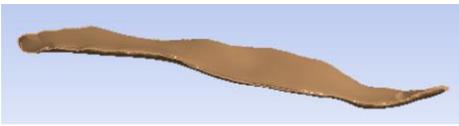
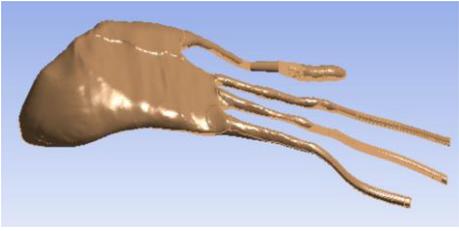
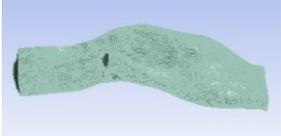
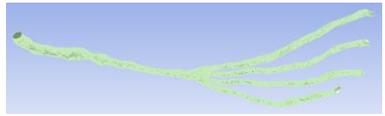
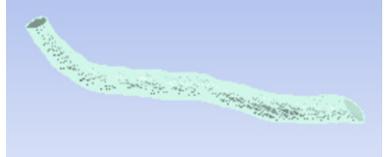


a)

b)

Fig. 3.11. a) Modelo CAD del pie completo: b) Vista inferior.

Tabla 3.2 Nombres y geometrías de los tejidos blandos insertados al modelo CAD del pie.

Tejidos insertados			
<i>Nombre</i>	<i>Geometría</i>	<i>Nombre</i>	<i>Geometría</i>
FPC		AH	
FPL		EHL	
EDB		FHL	
MFDB		FDL	
TFDB		TA	
ADM		TP	

Modelado de la plataforma

Una vez se realizó la inserción de los tejidos blandos, se modeló una plataforma horizontal, justo debajo del pie, para simular el contacto con la piel, ya que no fue posible incluir en el modelo la geometría de este tejido suave debido a problemas de convergencia. La figura 3.12 muestra el modelo CAD completo, con la plataforma modelada.

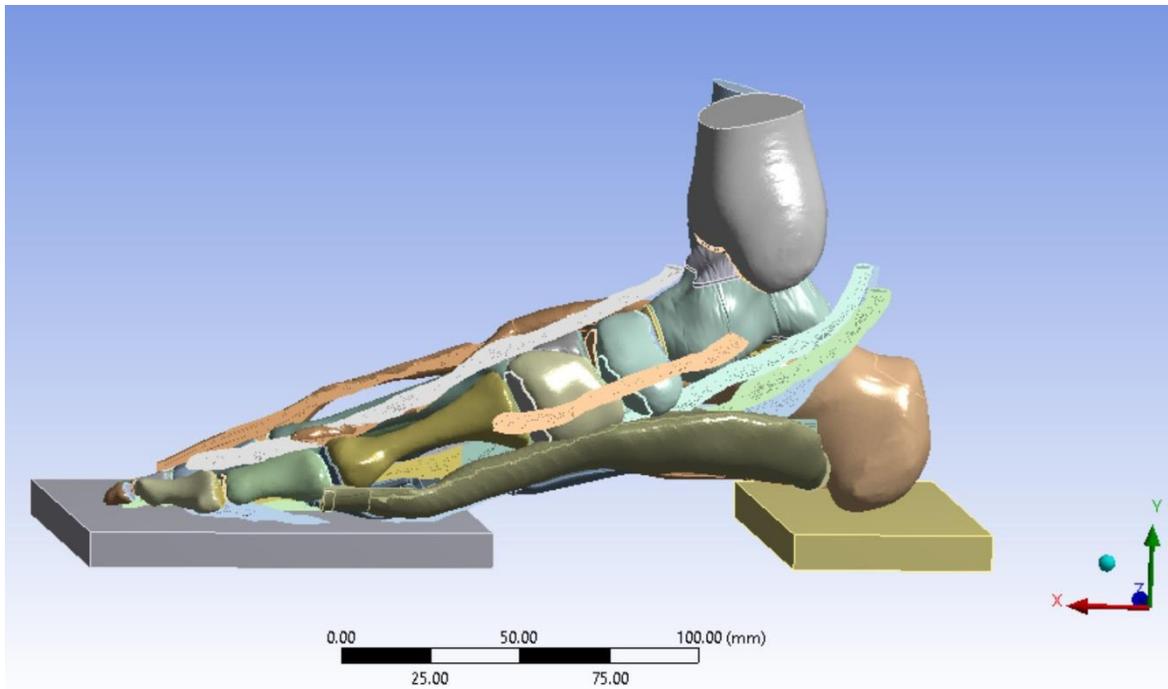


Fig. 3.12. Modelo CAD del pie y plataforma.

3.4 Búsqueda y definición de los modelos de material

Los modelos de material aplicados a cada parte del modelo numérico de pie fueron tomados de la literatura. Para fines del trabajo, se establecieron modelos de material lineales a todos los componentes del modelo de pie, incluidos huesos, cartílago y tejidos blandos, para una primera simulación. Con la finalidad de comparar el comportamiento y los cambios en los parámetros estructurales del modelo al usar modelos de material no lineales, se realizaron modificaciones a un segundo modelo en el que se usaron modelos de material no lineales para algunos de los tejidos blandos como la fascia plantar (FPC y FPL) y los músculos AH y ADM.

3.4.1 Modelos lineales

Para una primera simulación, todas las partes del modelo numérico de pie se consideraron homogéneas, elásticas y lineales, y sus constantes fueron obtenidas de la literatura [16,26,64-68]. En la tabla 3.3 se reportan los módulos de Young y razón de Poisson para huesos, cartílago y cada uno de los tejidos blandos.

Las constantes de material para los modelos de material de los tendones fueron establecidas de acuerdo con Morales-Orcajo *et al.* [67], de su trabajo de caracterización estructural de las propiedades de material para tendones humanos.

Tabla 3.3 Constantes de material de cada uno de los modelos usados en los distintos tejidos del pie.

Parte	Constantes del material
Hueso [12]	$E = 1.7 \times 10^{10} Pa, \nu = 0.3$
Cartílago [64]	$E = 10 MPa, \nu = 0.4$
Músculo (AH, ADM) [26,65]	$E = 5.359 \times 10^8 Pa, \nu = 0.475$
FPC [66,16]	$E = 1.0896 \times 10^9 Pa, \nu = 0.4$
FPL [66,16]	$E = 2.15 \times 10^9 Pa, \nu = 0.4$
EDB [67]	$E = 2.94 \times 10^8 Pa, \nu = 0.4$
EHL [67]	$E = 4.48 \times 10^8 Pa, \nu = 0.4$
FDB [67]	$E = 5.05 \times 10^8 Pa, \nu = 0.4$
FDL [67]	$E = 3.37 \times 10^8 Pa, \nu = 0.4$
FHL [67]	$E = 4.4 \times 10^8 Pa, \nu = 0.4$
TA [67]	$E = 1.65 \times 10^8 Pa, \nu = 0.4$
TP [67]	$E = 1.87 \times 10^8 Pa, \nu = 0.4$
Piel (Plataforma) [68]	$E = 54 MPa, \nu = 0.3$

3.4.2 Modelos no lineales

Como se mencionó anteriormente, los modelos de material aplicados a la fascia plantar (FPC y FPL) y los músculos AH y ADM, se cambiaron por modelos de material no lineales. Debido a la poca información encontrada en la literatura sobre modelos no lineales para cada uno de los tejidos, que pudieran adaptarse al modelo numérico desarrollado en este trabajo, se optó por modificar únicamente los modelos de material de estos 4 tejidos. La información sobre modelos de material hiperelásticos, usados para los tejidos blandos aquí usados, si bien no era amplia, si era existente, pero debido a problemas de convergencia del modelo, al usar estos modelos hiperelásticos, se optó por usar curvas de esfuerzo deformación obtenidas de pruebas experimentales, para después adaptarlas a un modelo de material, multilíneal.

Las curvas de esfuerzo deformación para la FPC y FPL (véanse figuras 4.16 y 4.17, capítulo 4), se obtuvieron de las pruebas experimentales realizadas por Guo *et al.* [66], de pruebas de tensión uniaxiales realizadas a la fascia plantar, como forma de caracterizar su comportamiento mecánico.

Del trabajo realizado por Erdemir *et al.* [26], se obtuvieron las constantes hiperelásticas para recrear la curva esfuerzo deformación para el modelo de material del músculo. En su trabajo, Erdemir *et al.* realizaron la caracterización de tejido suave de la parte de debajo del talón por medio de indentación, para posteriormente obtener las constantes hiperelásticas que caracterizan el comportamiento del material. Más tarde a partir de los coeficientes hiperelásticos obtenidos por Erdemir *et al.*, Petre *et al.* realizaron la optimización de estos coeficientes para usarlos en la predicción de la distribución de esfuerzos internos en los tejidos blandos del pie, incluidos los músculos.

Una vez se obtuvieron las curvas de esfuerzo deformación no lineales, para los tejidos mencionados con anterioridad, se procedió a realizar los ajustes de estas con un modelo de material multilíneal,

disponible para la parte de plasticidad en ANSYS ®. Este modelo de material se usa a menudo en análisis de grandes deformaciones. Para el cual se deben proporcionar los datos en forma de deformación versus esfuerzo.

3.5 Simulación numérica estructural del modelo de pie

En años recientes, el método del elemento finito se ha convertido en la más apropiada herramienta para el análisis de esfuerzos del sistema musculoesquelético en biomecánica, y es, en conjunto con una gran variedad de programas computacionales, que ayuda ampliamente a la labor de ingenieros que se dedican a la investigación dentro de esta área. ANSYS ® es un software de elementos finitos que ayuda en todos los procesos implícitos dentro de un análisis estructural como el que se desarrolla en este trabajo. Por ello, se eligió este software para llevar a cabo el análisis numérico del modelo de pie desarrollado en este trabajo.

A continuación, se presentan todos los pasos y consideraciones tomadas en cuenta para la solución del modelo de elementos finitos del pie. Desde la discretización del modelo y selección del tamaño de elemento para el mallado, hasta la elección de parámetros a evaluar y la explicación de la comparación realizada entre los diferentes modelos de pie.

3.5.1 Discretización del modelo CAD

Una vez el modelo fue reparado y ensamblado, se exportó a formato Parasolid (.x_t) y posteriormente fue importado a ANSYS® Workbench, donde se llevó a cabo el análisis estructural.

Por lo anterior, el siguiente paso en este análisis, corresponde a la discretización en elementos finitos, del modelo, para poder realizar su análisis estructural. Como se mencionó en algún momento, las geometrías de huesos y tejidos blandos se generaron con una gran cantidad de caras triangulares. Por lo que, con la finalidad de obtener una mejor calidad de malla, y en algunos de los casos, como las geometrías de los músculos EDB, AH y ADM, para que el mallado fuera posible, se usó la herramienta de topología virtual, para tratar el modelo del pie previo a su análisis estructural dentro del software de simulación.

El uso de esta herramienta asegura la limpieza de la geometría, y hace posible la creación células virtuales para ayudar a tener superficies más uniformes en la geometría. Este paso, representa parte importante en la preparación del modelo para la generación de la malla, teniendo en cuenta, que las modificaciones realizadas deben facilitar y optimizar su generación, de modo que la discretización se realice con calidad.

Una buena malla es aquella que presenta elementos poco distorsionados y deformados. Este parámetro puede ser evaluado por medio de las estadísticas de la malla, la relación de aspecto (*aspect*

ratio), es una de estas características, y representa una medida de estiramiento de un elemento. Zonas con detalles innecesarios, caras con ángulos agudos, y zonas problemáticas resultarán en una malla de mala calidad. Por lo que la limpieza y simplificación del modelo debe atenderse con la finalidad de obtener una malla adecuada para el estudio.

ANSYS® proporciona dentro de su módulo mecánico (Mechanical), una herramienta que permite la modificación de la topología del modelo, mejorándola en gran medida.

Herramienta de topología virtual

Un modelo CAD consta de dos partes:

1. **Topología:** se refiere a la conectividad de un modelo CAD, es decir, que los vértices están unidos a los bordes, que están conectados a las caras, que a su vez se conectan a los volúmenes. Cada una de estas entidades se refiere a una célula.
2. **Geometría:** La geometría del modelo CAD es la definición matemática subyacente de las células mencionadas anteriormente.

Una superficie virtual en las aplicaciones mecánica (Mechanical) o de mallado (Meshing), modifican la topología del modelo sobre el cual se esté trabajando. La nueva geometría facetada es también creada con topología virtual. Sin embargo, el mallador puede proyectar los nodos a la geometría original donde corresponda.

Se puede usar la topología virtual para simplificar la geometría y así mejorar o facilitar la generación de la malla. Existen diversos caminos para simplificar el uso de la topología, ya sea automático, manual o mediante una combinación de ambos enfoques, manual y automático. El mejor enfoque es usado generalmente basándose en los objetivos requeridos de la malla y limpieza del modelo CAD.

Las superficies virtuales son a menudo creadas para:

- Reducir el número de elementos (incrementar el tamaño de malla).
- Reparar la topología de cuerpos que no son barribles.
- Corregir problemas de mallado.

Los problemas de mallados resultantes se deben a la topología, cuando una falla de mallado ocurre, generalmente apunta a una topología inadecuada, el cual es el caso del modelo obtenido durante este trabajo. Por ello, el uso de una topología virtual manual es una buena manera de solucionar dichos problemas.

En esta parte del desarrollo, la herramienta de topología virtual (Figura 3.13) fue usada con la finalidad de corregir problemas de mallado que se presentaron en algunas de las geometrías, y a la vez, mejorar la calidad de la malla obtenida de otras. En la Figura 3.14 se pueden ver las superficies virtuales generadas en el modelo.

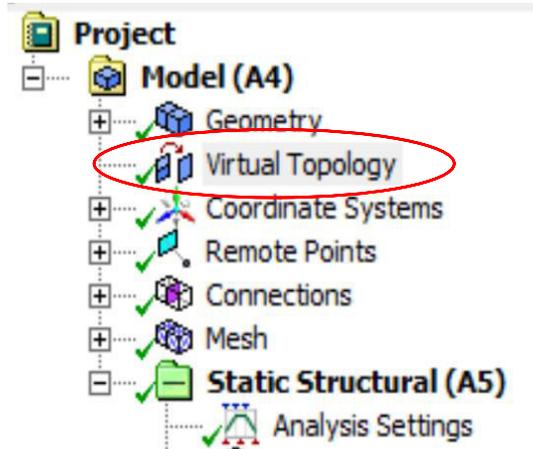


Fig. 3.13. Ubicación de la herramienta de topología virtual dentro del esquema de árbol del proyecto.

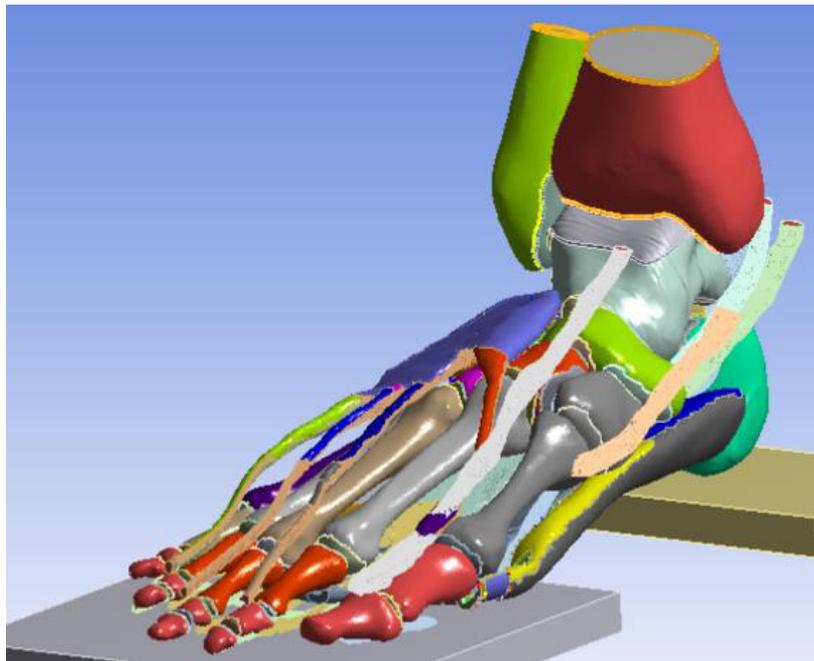


Fig. 3.14. Caras virtuales del modelo.

Una vez realizado el proceso previo de preparación del modelo con la herramienta de topología virtual, se obtuvo un modelo con caras más uniformes en su mayoría. La Figura 3.15 hace posible apreciar los cambios realizados en la geometría con el empleo de esta herramienta.

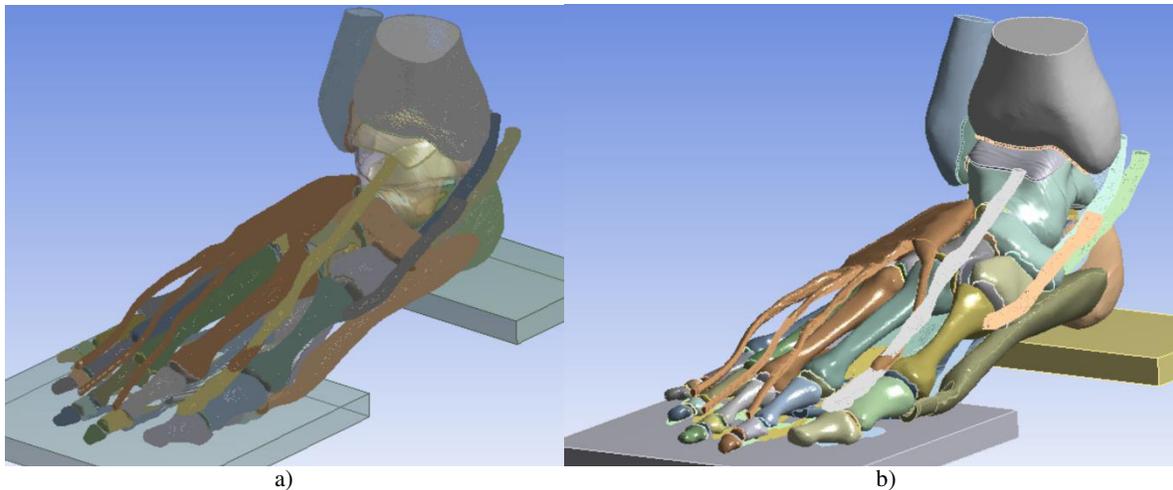


Fig. 3.15. a) Modelo CAD de pie b) con superficies virtuales.

El mallado es el proceso en el que la geometría se discretiza espacialmente en elementos y nodos. Esta malla junto con las propiedades del material se usa para representar matemáticamente la rigidez y la distribución de masa de la estructura a analizar. Como se mencionó previamente, la malla generada para la geometría de pie fue generada automáticamente con la herramienta de mallado de ANSYS Mechanical ®, resultando en una combinación de elementos tetraédricos para huesos y tejidos blandos y, hexaédricos para los cartílagos y la plataforma debajo del pie.

Existen dos algoritmos de mallado disponibles en el módulo de análisis de ANSYS ®, el algoritmo “Patch conforming” y “Patch independent”. El primero, es una técnica de mallado en la que se respetan todas las caras y sus límites (bordes y vértices dentro de una tolerancia muy pequeña para la parte a mallar, es decir, respeta toda la topología de la geometría. Con el segundo algoritmo, las caras y sus límites (bordes y vértices) no se respetan necesariamente a menos que haya una carga, condición de límite, contacto, selección con nombre, resultado u otro objeto con alcance en las caras, bordes o vértices (topología). El algoritmo de mallado “Patch independent” fue usado en algunas de las geometrías del modelo como cartílagos y tejidos blandos que presentaban conflicto de mallado debido a su tipología.

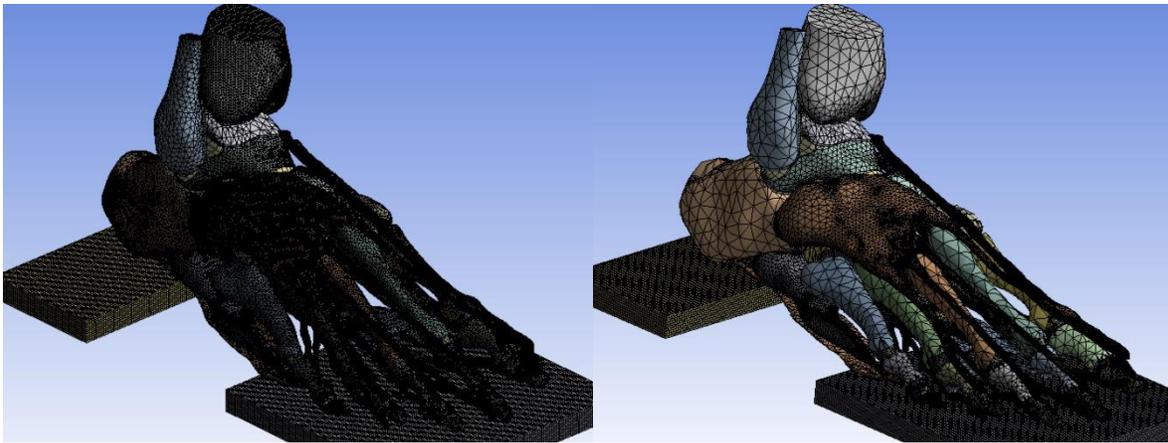
Análisis por sensibilidad de malla

Es un punto importante, asegurar que las variaciones en los resultados globales son independientes del número de elementos con que se genere la malla del modelo, ya que esto permite determinar un tamaño de malla óptimo, que además de asegurar la independencia, contribuya en optimizar el tiempo de cómputo empleado en la convergencia del análisis. Por lo anterior, fue realizado un análisis por sensibilidad de malla, para el cual se realizaron cinco mallas con una combinación de elementos

tetraédricos y hexaédricos. El número de elementos correspondientes a cada malla se reporta en la Tabla 3.4. Las diferencias presentadas entre las mallas generadas se pueden observar en la Figura 3.16a y b, donde se muestran las mallas con mayor y menor número de elementos (1 y 5).

Tabla 3.4 Número de elementos totales para cada malla generada del modelo de pie y plataforma.

<i>Malla</i>	1	2	3	4	5
<i>Número de elementos</i>	3,520,096	3,049,843	2,397,899	2,298,258	2,235,828



a)

b)

Fig. 3.16. Modelos mallados con a) 3,520,096 y b) 2,235,828 elementos.

En cada uno de los análisis con las diferentes mallas se evaluaron la deformación total, el esfuerzo de Von Mises, deformación unitaria equivalente y las fuerzas de contacto del modelo. Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 3.5.

Tabla 3.5 Valores de los parámetros estructurales evaluados.

Malla	Def. Total (mm)	Esfuerzo de V. Mises (MPa)	Def. Unitaria Equivalente (mm/mm)	Fuerza de contacto total (N)
1	11.300	254.650	2.973	536.338
2	11.266	275.140	2.525	532.997
3	10.986	251.340	4.184	535.490
4	10.919	415.590	4.196	530.520
5	10.930	333.340	5.145	539.142

Tomando en cuenta los valores de los parámetros estructurales obtenidos con cada una de las mallas, y definiendo como malla base la número 3, se calcularon las diferencias porcentuales de cada uno de los parámetros obtenidos con las mallas 1, 2, 4 y 5 respecto a los obtenidos con la malla 3. Los resultados de estas diferencias se presentan en la tabla 3.6. Por su parte, las Figuras 3.17-3.20 muestran el comportamiento de cada uno de los parámetros vs el número de elementos de cada malla.

Tabla 3.6 Porcentaje de diferencia entre las mallas 1,2,4 y 5, respecto a la malla 3.

<i>Referencia (malla 3)</i>				
Malla	Def. Total	Esf. V. Mises	Def. Unitaria	Fuerza de contacto
1	2.85%	1.31%	28.95%	0.15%
2	2.54%	9.46%	39.16%	0.46%
4	0.6%	65.34%	0.28%	0.92%
5	0.5%	32.62%	27%	0.68%

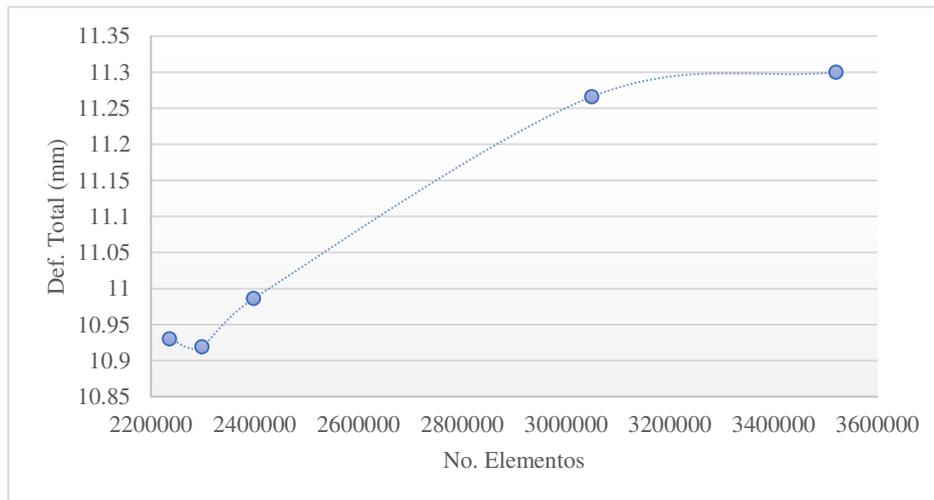


Fig. 3.17. Gráfica de deformación total vs Número de elementos.

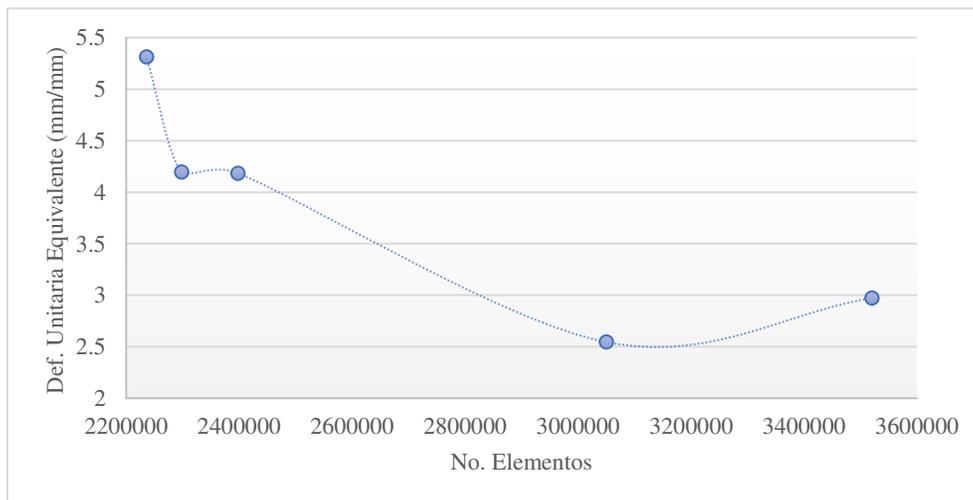


Fig. 3.18. Gráfica de Deformación unitaria equivalente vs Número de elementos.

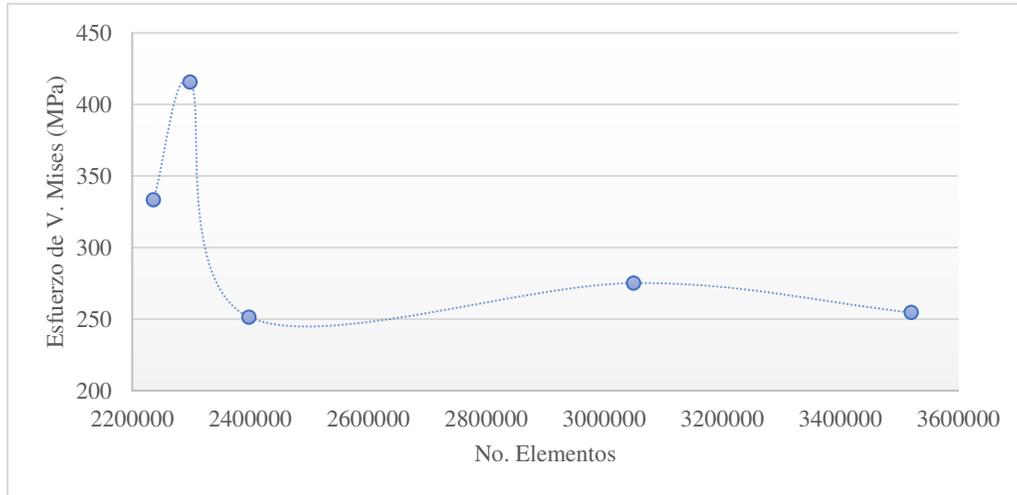


Fig. 3.19. Gráfica de Esfuerzo de V. Mises vs Número de elementos.

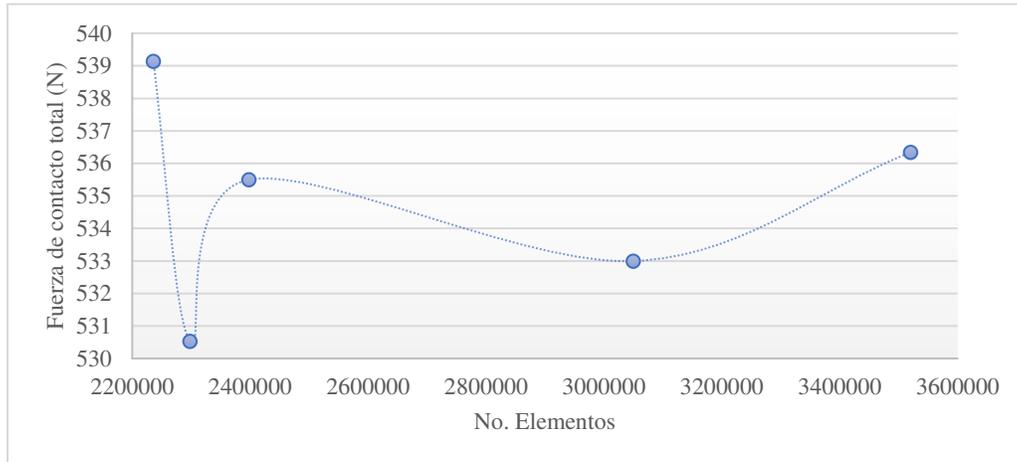


Fig. 3.20. Gráfica de Fuerza de contacto total vs Número de elementos.

3.5.2 Definición de contactos

Debido a que el mallado del modelo se realizó basado en partes, es decir, que cada una de las geometrías (huesos, cartílagos y tejidos blandos) se mallaron de forma individual y sin conexiones (además de las conexiones de malla o la fusión de nodos), fue necesaria la definición de regiones de contacto, usadas para definir condiciones de contacto individual entre dos partes.

Las consideraciones de contacto se basan en que los cuerpos y superficies en contacto:

- No interpenetran.
- Pueden transmitir fuerzas normales de compresión, y fuerzas de fricción tangenciales.
- Pueden estar unidos. (Lineales)
- Pueden ser capaces de separarse y colisionar. (No lineales)

Debido a la naturaleza no lineal de la mecánica del contacto, muchos problemas en el pasado han sido comúnmente aproximados por suposiciones especiales dentro del proceso de diseño, pero gracias a la rápida mejora de la tecnología computacional, hoy en día se pueden aplicar herramientas de mecánica computacional para simular aplicaciones que incluyen mecanismos de contacto numérico. Las soluciones de contacto son siempre complicadas, por lo que, con la finalidad de comprender mejor las selecciones que se realicen dentro del software, se explican a continuación las formulaciones usadas dentro de este.

Debido a que físicamente los cuerpos en contacto no penetran entre sí, la aplicación debe establecer relaciones entre dos superficies para prevenir así, que pasen una a través de la otra en el análisis. Cuando el software previene la penetración, se dice que asegura la “compatibilidad de contacto” (ver figura 3.21).

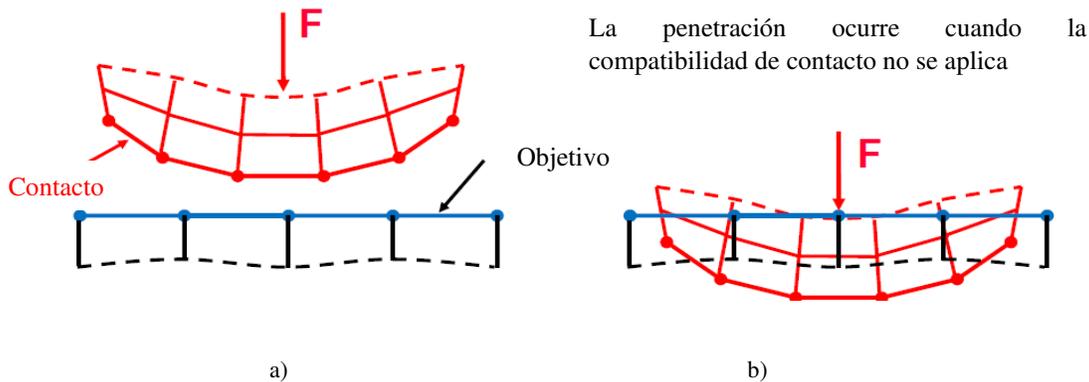


Fig. 3.21. a) Ilustración de la compatibilidad de contacto generada por el módulo ANSYS ® Mechanical, e b) ilustración de la penetración que ocurre cuando la compatibilidad de contacto no es aplicada.

Con la finalidad de asegurar la compatibilidad en la interfaz de contacto, Workbench Mechanical ofrece diferentes tipos de formulaciones de contacto usadas, entre ellas:

Formulación de Penalización (Pure Penalty) y Lagrange Aumentado (Augmented Lagrange)

Esta formulación de Penalización es la establecida como predeterminada por el programa, y la usada en este trabajo (ver sección 2.7, capítulo 2). Para cuerpos sólidos en contacto, o caras, ambas formulaciones están basadas en el método de penalización.

$$F_n = k_n x_p$$

Así, la fuerza de contacto finita F_n , es un concepto de la rigidez de contacto k_n , y cuanto mayor sea la rigidez de contacto, menor será la penetración x_p , véase Figura 3.22.

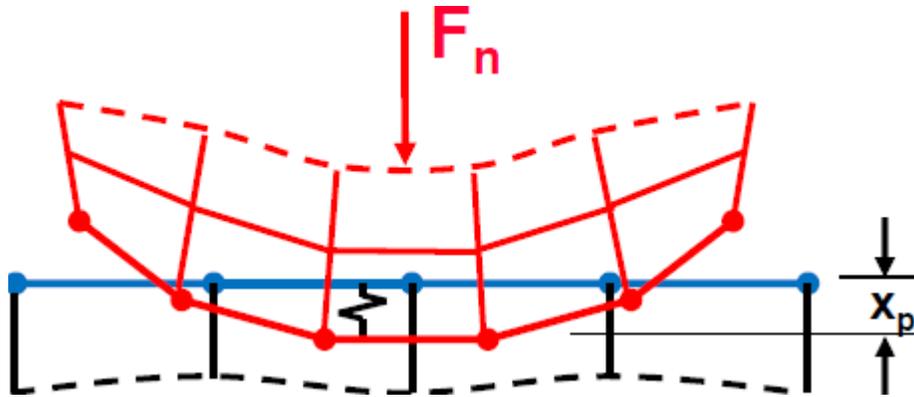


Fig.3.22. Ilustración de la formulación basada en el método de Penalizaciones.

Idealmente, para un valor infinito de k_{normal} , se debería obtener cero penetraciones. Esto no es numéricamente posible con el método basado en penalizaciones, pero, así como x_p es pequeña o despreciable, la solución resulta precisa.

La ventaja de este método es que incluye las restricciones de penetración directamente en la formulación, de manera que se puede formular el problema sin restricciones.

Ya que el modelo de pie consiste en un ensamble de diversas geometrías, fue necesario definir 2 clases de contactos en ellas. La primera clase de contactos fue la establecida entre **hueso-cartílago**, con la finalidad de simular la unión de los cartílagos a sus huesos correspondientes. La segunda clase y el motivo de análisis de este trabajo, fue la establecida entre **cartílago-cartílago**, para simular el contacto entre los huesos que conforman las articulaciones del pie.

Contactos hueso-cartílago

Ya que las geometrías del cartílago se modelaron como geometrías independientes de los huesos a los que pertenecen, fue necesario establecer regiones de contacto para generar una unión entre los cartílagos modelados y sus huesos correspondientes. Estos contactos se generaron del tipo “Bonded”, que es uno de los cinco tipos de contactos disponibles en el módulo de simulación. Este tipo de contacto no permite el deslizamiento ni la separación entre caras o bordes. Piensa en la región como pegada, y al mismo tiempo permite una solución lineal ya que, dada esta restricción, el área del contacto no cambiará durante la aplicación de la carga. Si se determina el contacto en el modelo matemático, se cerrarán las brechas y se ignorará cualquier penetración inicial. Para ilustrar los contactos aplicados en esta parte, la Figura 3.23a muestra la región de contacto establecida entre la tibia y su cartílago, lo cual se aprecia con más detalle en la Figura 3.23b.

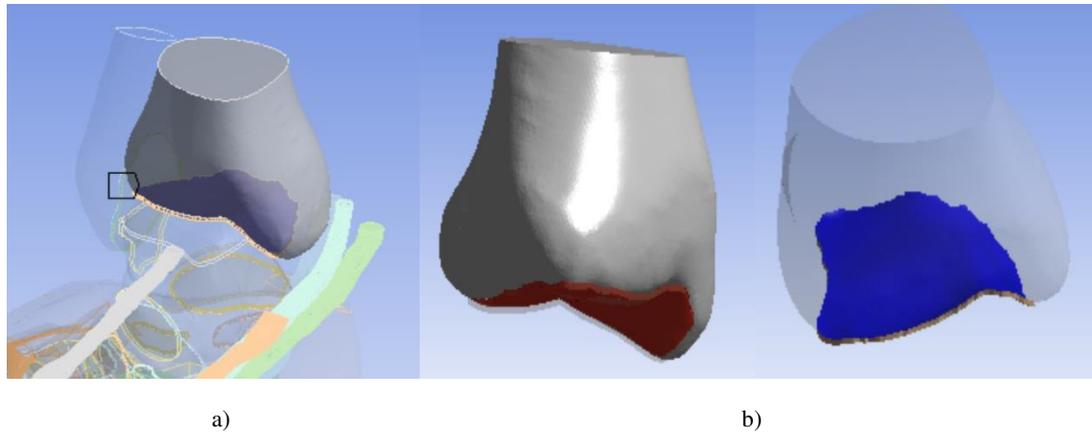


Fig.3.23. a) Contacto “Bonded” establecido entre la tibia y su cartílago. b) Regiones en contacto, en rojo la superficie perteneciente a la tibia y en azul la superficie perteneciente al cartílago.

El mismo tipo de contacto ilustrado en la Figura 2.23 fue aplicado a cada uno de los huesos de la estructura con sus correspondientes cartílagos.

Contacto cartílago-cartílago

Ya que se aseguró la unión, sin separaciones ni deslizamientos entre los cartílagos y sus huesos correspondientes, se dio paso a establecer la segunda clase de contacto definida en el modelo. Esta clase de contactos se definió con la intención de simular contacto que tienen los huesos entre sí, por medio de sus articulaciones, y se realizó, con el establecimiento de regiones de contacto entre los cartílagos de los diferentes huesos que tienen interacción entre sí.

Esta clase de contactos se varió en el modelo, entre dos tipos distintos, el primero de tipo “Bonded”, explicado previamente, y el segundo de tipo “No separation”. Este último, con la finalidad de simular el deslizamiento relativo entre los huesos que conforman las articulaciones del pie. Esta variación realizada entre los diferentes tipos de contactos es clave para el desarrollo de este trabajo, como se mencionó en un principio, ya que permitirá concluir como el uso de ambos tipos de contactos afecta el comportamiento del modelo y a los resultados obtenidos en cada modelo donde se utilicen. La figura 3.24 muestra un ejemplo de la clase de contacto establecida ahora en el modelo.

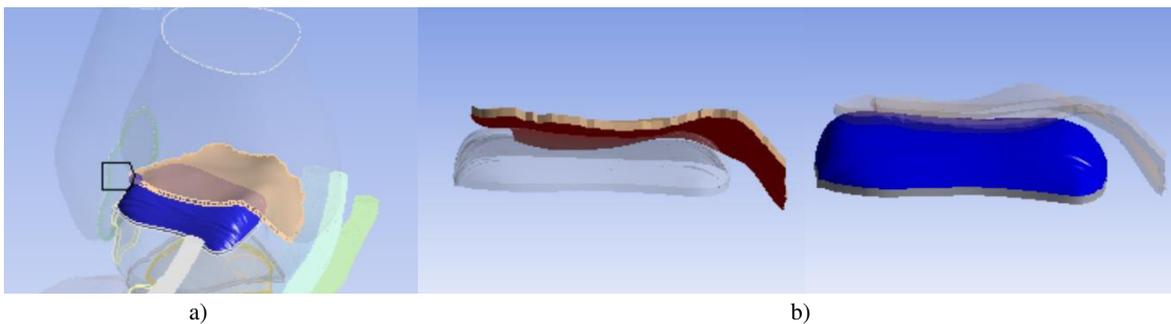


Fig.3.24. a) Contacto “No separation” establecido entre los cartílagos de tibia y astrágalo. b) Cartílagos de los huesos mencionados.

Es importante también mencionar, que, con la finalidad de determinar el estatus de contacto, es decir la posición y movimiento de los elementos de contacto, relativos a su superficie objetivo, asociada, se usó la opción de un radio de “Pinball”, en cada par de contactos establecidos. De esta manera el programa monitorea cada par de elementos en contacto asignando un estatus: abierto y muy lejos de hacer contacto; abierto y cerca del contacto; contacto deslizante y contacto pegado.

La región de pinball permite especificar el tamaño de búsqueda de contactos, al establecer un valor radio, las superficies que se encuentren dentro de la esfera cuyo radio se definió se consideran en contacto entre sí.

Contactos tejido blando-hueso

Una tercera clase de contactos se definió en el modelo, con la finalidad de unir cada uno de los tejidos blandos, a los huesos, en sus puntos de inserción correspondientes. Estas uniones se realizaron con condiciones de contacto “Joint”, que se basan en la definición de unión de los cuerpos mediante sus grados de libertad, rotacionales y traslacionales. De los doce tipos de articulaciones “Joint” disponibles en el software de simulación, se usaron las de tipo general para la unión de los tejidos blandos con sus respectivos huesos. Ese tipo de articulación tiene seis grados de libertad, tres de rotación y tres de traslación, de las cuales, todas pueden caracterizarse por sus grados de libertad de rotación y traslación como libres o restringidos por la rigidez. Todos los grados de libertad están configurados como fijos por defecto, y no se les realizó modificación alguna, en el modelo.

Las uniones se realizaron también mediante puntos remotos, los cuales dan al objeto una calidad "abstracta" porque no se aplica directamente a los nodos o vértices de un modelo, sin embargo, puede abarcar directamente un solo nodo o vértice de este.

La Figura 3.25, muestra las uniones establecidas entre la fascia plantar central y lateral, y los respectivos huesos (falanges proximales, calcáneo) donde estas se insertan. Las uniones se establecieron cuerpo-cuerpo, seleccionando las caras de huesos y tejidos blandos, donde posteriormente se establecieron los puntos remotos. Cada uno de los puntos remotos generados en huesos y tejidos blandos, se asociaron entre sí mediante ecuaciones de restricción, de manera que ambos puntos compartieran el desplazamiento en X, esto, para generar las uniones hueso-tejido.

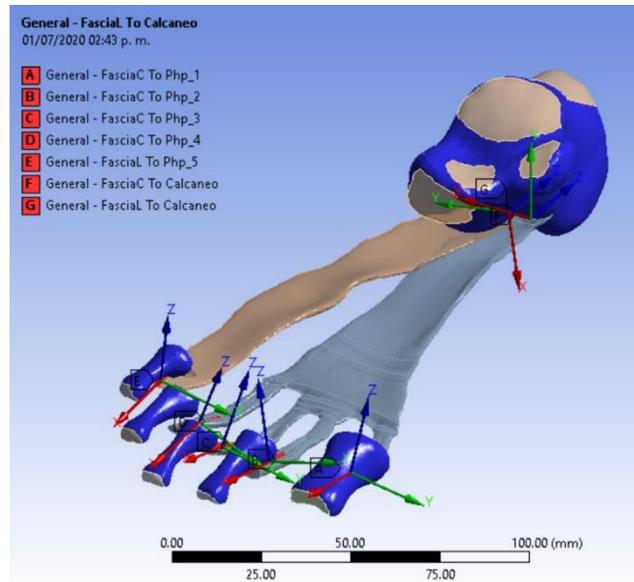


Fig.3.25. Uniones del tipo “Joint” para simular la inserción de FPC y FPL a sus respectivos huesos.

De la misma forma en que las uniones se establecen para la FPC y FPL y los huesos en que se insertan, se hizo para el resto de los tejidos blandos.

Además de las uniones “Joint” establecidas entre tejidos blandos y huesos, se establecieron contactos del tipo “No separation” en algunos de los tejidos blandos, con la finalidad de simular el deslizamiento de estos sobre los huesos con los que hacen contacto en el modelo, además de aquellos en los que tienen sus puntos de inserción. La figura 3.26 muestra el ejemplo del contacto establecido entre el EDB y los cinco metatarsos para permitir el deslizamiento del tejido con los huesos.

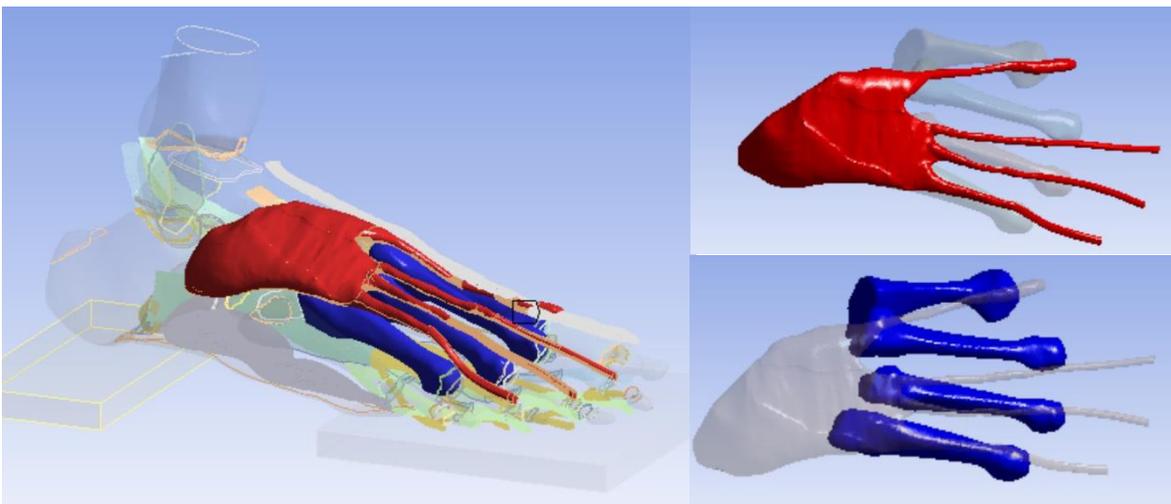


Fig.3.26. Contacto “No separation” establecido entre el EDB y los metatarsos.

3.5.3 Definición de condiciones de carga y frontera

El análisis del modelo se realizó en la posición de “Quiet stance”, en la que la fuerza de reacción del pie con eso suelo se distribuye en las zonas del antepié, mediopié y retropié (Figura 3.27). Sin embargo, con la finalidad de hacer más crítico el análisis, se consideró sobre el pie la carga total del peso corporal, condición que se da en la posición de “Mid stance”, del ciclo de marcha.

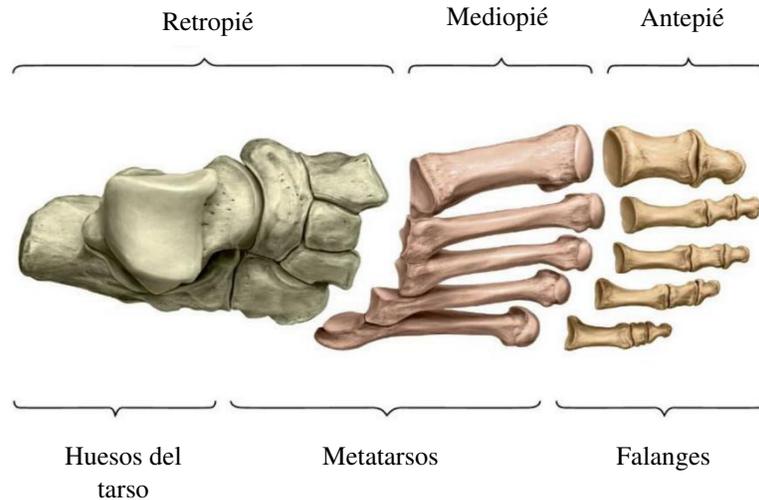


Fig. 3.27. Zonas del pie.

Fuerzas

En la posición mencionada se consideró al pie bajo el efecto del peso corporal de una persona. Esta carga se aplicó directamente sobre la superficie superior de la tibia, de manera vertical, suponiendo que es a través de ella que se hace la distribución del peso corporal al resto del pie. Con la finalidad de evaluar el comportamiento del pie, se consideraron 4 diferentes pesos corporales, 500, 700, 800 y 900 N, que corresponden aproximadamente a las masas corporales de 50, 70, 80 y 90 Kg. Cada una de estas cargas se aplicó a un modelo, resultando en un total de 4 modelos de pie, bajo la acción cada una de distintas cargas que representan el peso corporal de una persona.

La Figura 3.28 muestra un ejemplo de la condición de carga aplicada al modelo, con una magnitud de 700 N, sobre la superficie superior de la tibia.

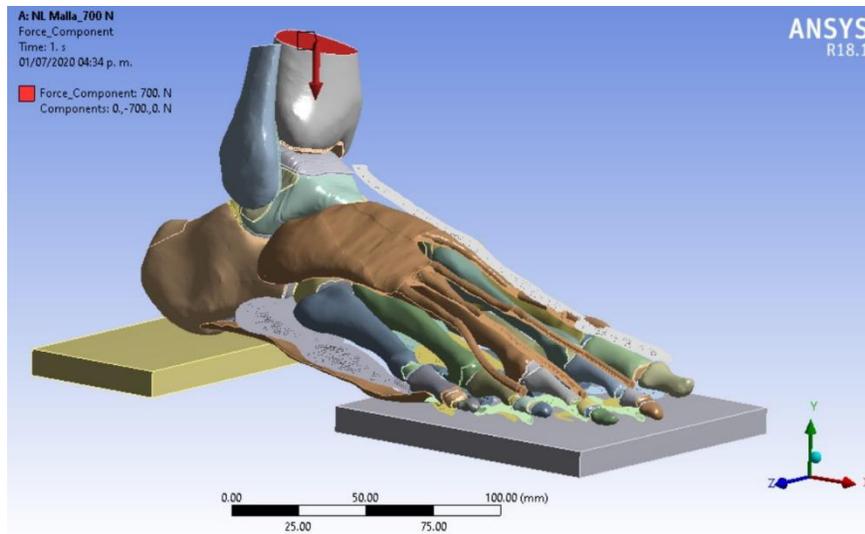


Fig. 3.28. Condición de carga del peso corporal aplicado en la dirección Y, sobre la superficie superior de la tibia.

Las siguientes condiciones de carga que se consideraron fueron las de las fuerzas ejercidas por los músculos relacionados a los tendones TA, EHL, FHL y FDL, cuyas magnitudes se reportan en la tabla 3.7. La figura 2.29 muestra las fuerzas aplicadas al modelo.

Tabla 3.7. Magnitudes de la fuerza ejercida por los músculos TA, EHL, FHL y FDL a través de sus respectivos tendones.

<i>Tejido</i>	<i>Fuerza (N)</i>
TA	30
EHL	15
FHL	15
FDL	7.5

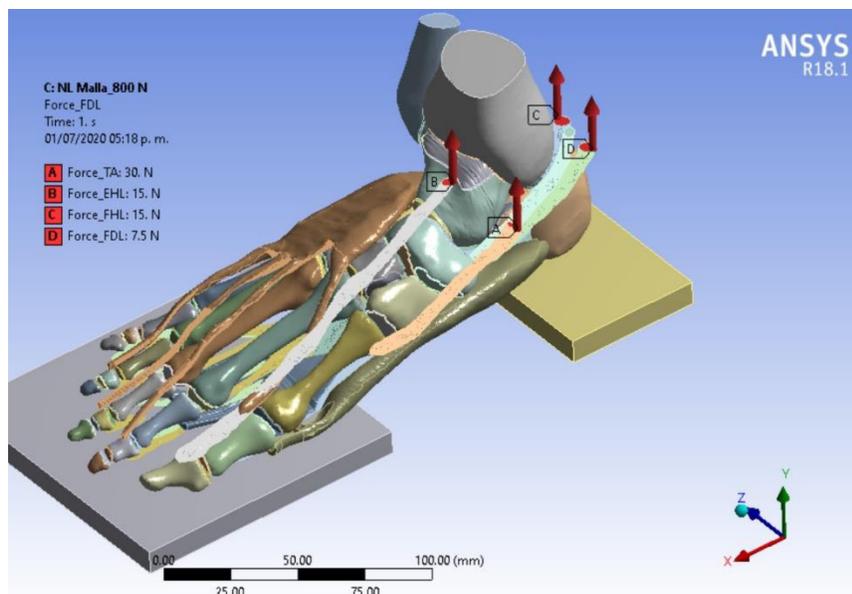


Fig. 3.29. Fuerzas ejercidas por los músculos TA, EHL, FHL y FDL, a través de sus tendones.

La última fuerza aplicada al modelo fue la ejercida por el tendón de Aquiles (ver figura 3.30). Aunque la geometría de este tejido se omitió en el modelo, se decidió representarlo en este trabajo con la fuerza que ejerce sobre el modelo, colocando su acción sobre una pequeña superficie del calcáneo, tal como se muestra en la Figura 3.31.

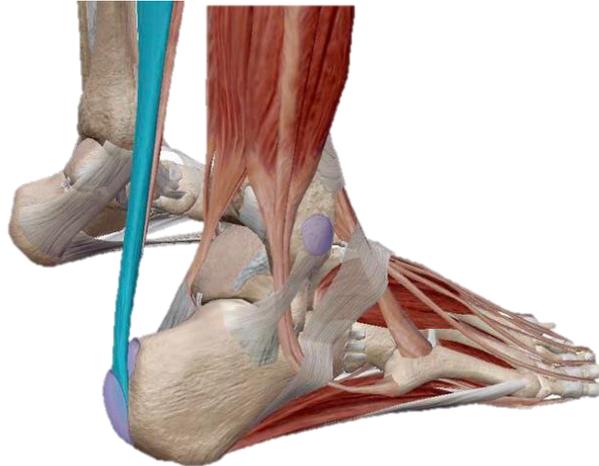


Fig. 3.30. Localización del tendón de Aquiles (en azul) en el pie.

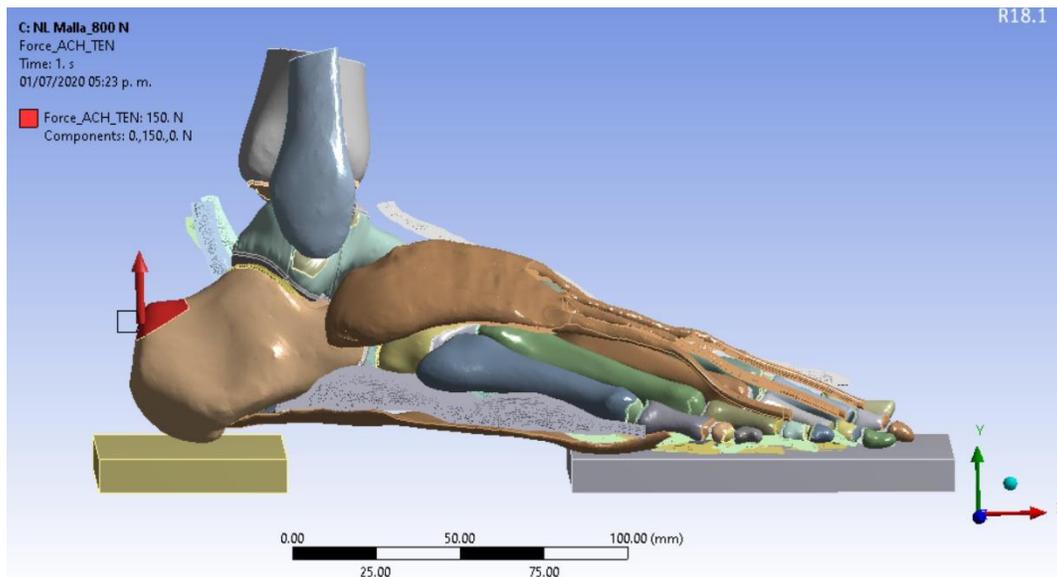


Fig. 3.31. Aplicación de la fuerza ejercida por el tendón de Aquiles sobre la superficie del calcáneo.

Desplazamientos

Además de las fuerzas descritas anteriormente, se aplicaron también al modelo algunas restricciones de movimiento, para lograr la estabilidad del pie, además de un comportamiento anatómicamente adecuado.

En primer lugar, se restringió el movimiento en Z, de los huesos del del antepié y mediopié, para que únicamente pudieran tener movimiento libre en X y Y, permitiéndoles bajar y, deslizar a lo largo de su eje longitudinal, bajo la acción de la carga del peso corporal. E la Figura 3.32 se muestra esta condición.

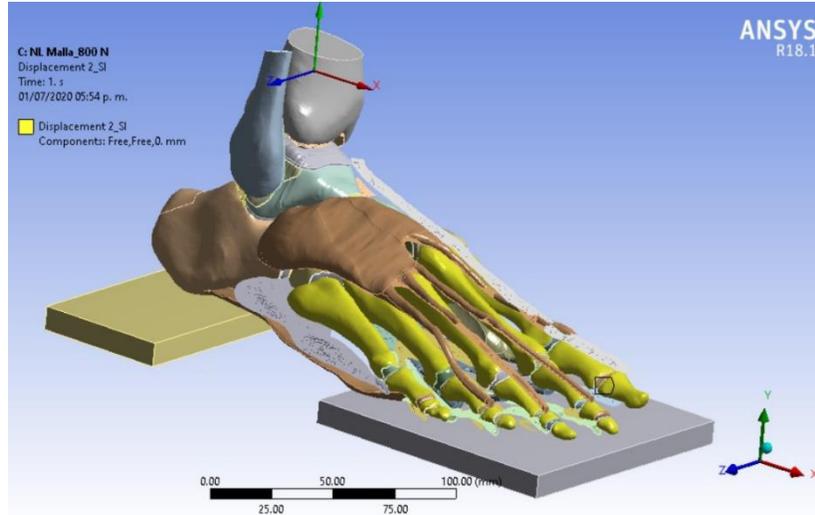


Fig. 3.32. Restricción de los movimientos en Z, de los huesos del antepié y mediopié.

Las siguientes restricciones de movimiento que se hicieron fueron a la tibia, peroné y las superficies de los tendones donde se aplicaron las fuerzas de acción de sus músculos. Se restringieron los movimientos en X y Z de las partes mencionadas, dejando únicamente libre para estas, el movimiento el eje Y, permitiendo así a la tibia y peroné bajar, y a las superficies de los tendones subir. Las condiciones mencionadas se muestran en la Figura 3.33.

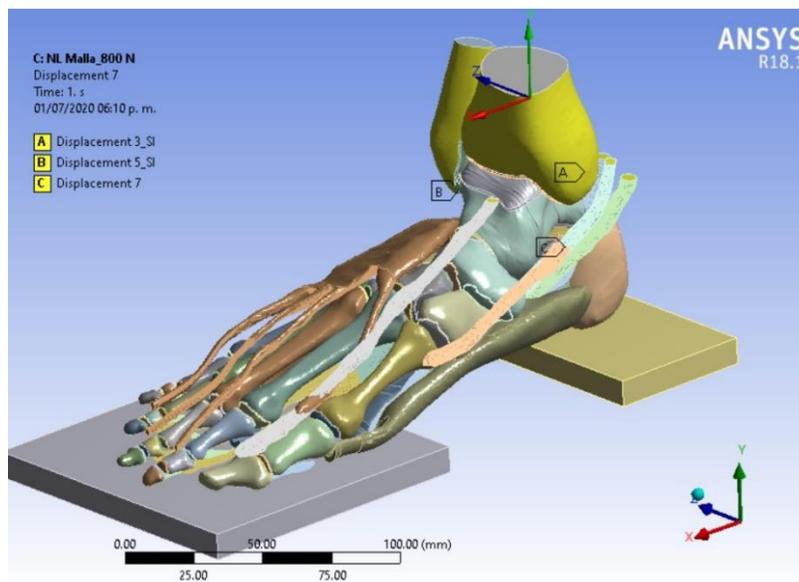


Fig. 3.33. Restricción de los movimientos en X y Z, de la tibia, peroné y los tendones TA, TP, EHL, FHL y FDL.

Posteriormente, se aplicó un soporte fijo a las superficies inferiores de la plataforma para evitar el movimiento de estas, y proporcionar así, al modelo una superficie sobre la cual deslizar, al aplicarle la carga sobre la tibia (ver Figura 3.34). Esta condición, junto con los contactos establecidos entre la plataforma, y el calcáneo y falanges, permitieron obtener las fuerzas de contacto del pie con la plataforma y el contorno de esfuerzos generado sobre esta. Los contactos establecidos entre los huesos mencionados y la plataforma se establecieron del tipo “No separación”, para permitir el deslizamiento sobre esta.



Fig. 3.34. Soporte fijo aplicado a superficies de la plataforma para restringir su movimiento en todas las direcciones.

Las últimas condiciones de frontera aplicadas fueron las ecuaciones de restricción que relacionan los grados de libertad de huesos y tejidos blandos, establecidos por las uniones “Joint”, definidas con anterioridad. Estas condiciones, permiten relacionar el movimiento de las diferentes partes mediante el uso de una ecuación que relaciona, a su vez los grados de libertad (DOF) de los puntos remotos establecidos.

Definidas todas las condiciones de carga y frontera, y establecidos correctamente los contactos entre todo el modelo, se dio paso a la solución del análisis numérico, para evaluar el comportamiento biomecánico estructural del pie, y llevar a cabo el análisis de resultados.



Universidad
de **Guanajuato**

Capítulo 4

En este capítulo se exponen a detalle los resultados obtenidos. Se inicia mostrando el resultado final del modelo virtual y la validación de este mediante dos criterios, uno de ellos, la medición de dos de los ángulos fisiológicos más importantes del pie; seguido de eso, se muestran los valores de los parámetros estructurales evaluados, en cada una de las simulaciones realizadas, para después llevar a cabo comparaciones entre estos. Finalmente se expone la comparación de la modificación de los ángulos fisiológicos en los modelos con distintas condiciones de carga.

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

- 4.1 Validación del modelo virtual
- 4.2 Parámetros estructurales del modelo lineal con regiones de contacto lineales (“Bonded”).
- 4.3 Parámetros estructurales del modelo lineal con regiones de contacto no lineales (“No separation”).
- 4.2 Parámetros estructurales del modelo no lineal.
- 4.5 Comparación entre modelos de acuerdo con el tipo de contacto.
- 4.6 Variación de los ángulos fisiológicos en los diferentes modelos.
- 4.7 Discusión de resultados.

Capítulo 4

Análisis y discusión de resultados

El análisis y discusión de los resultados obtenidos, representa un paso fundamental en el desarrollo de este trabajo, ya que su correcta interpretación da la pauta para una acertada exposición de conclusiones, la verificación del cumplimiento de los objetivos en un inicio planteados y el establecimiento del impacto que el desarrollo de este trabajo puede llegar a tener.

4.1 Validación del modelo virtual

El primer y más importante paso durante el desarrollo de este trabajo, fue la creación de un modelo virtual del pie, que fuese anatómicamente correcto. Para ello, se usaron los softwares de diseño CAD, y elemento finito, Solid Works ® y ANSYS Workbench ®, respectivamente. El ensamble de las distintas partes (Huesos y tejidos blandos), se llevó a cabo en el software de diseño CAD SolidWorks, teniendo especial cuidado en respetar las posiciones de cada uno de los huesos y las correctas inserciones de los tejidos blandos con los que se trabajó.

La Figura 4.1 muestra una vista isométrica del modelo virtual una vez que el ensamble se concluyó, al igual que todas las inserciones de los doce tejidos blandos con que se trabajó.

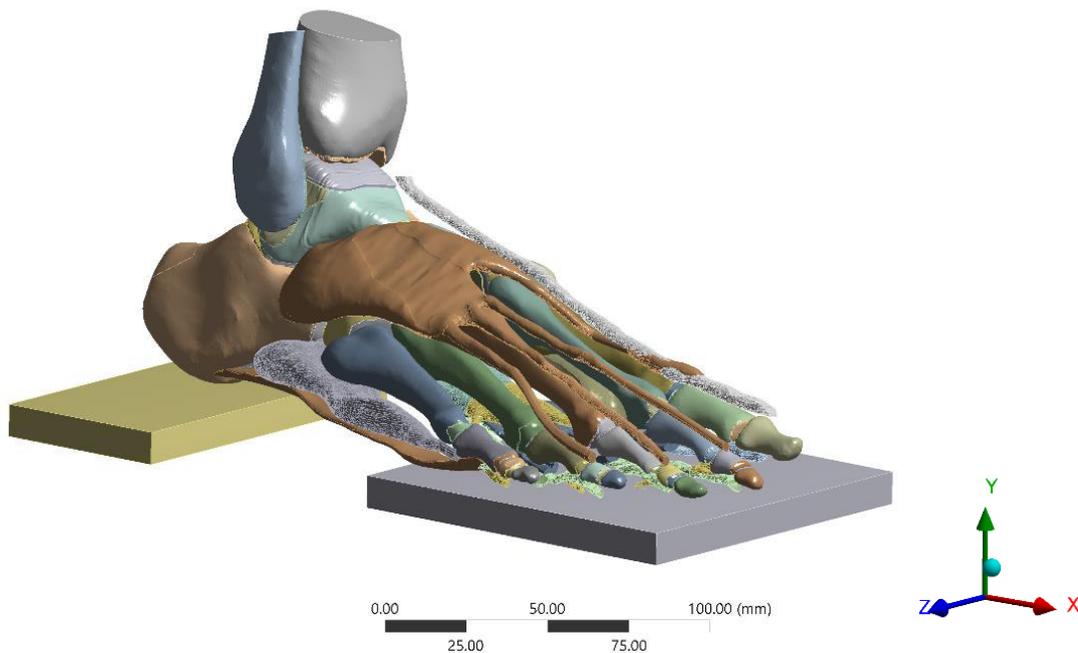


Fig. 4.1. Vista isométrica del modelo CAD del pie.

4.1.1 Validación del modelo de acuerdo con los ángulos fisiológicos

Para llevar a cabo la validación del modelo virtual desarrollado, se midieron en este, dos de los ángulos fisiológicos más importantes del pie, a menudo medidos por especialistas para descartar alteraciones del arco plantar; estos ángulos fueron el ángulo de Costa Bartani, y el ángulo de Kite.

El análisis de los valores de los ángulos mencionados sirvió, en primer lugar, como un primer criterio de validación del modelo desarrollado, para poder verificar que realmente se hubiera construido, con valores de los ángulos que se encontraran dentro de los rangos normales [51], y descartar así, desde el inicio, el desarrollo de un modelo con alguna patología debido a valores de ángulos no deseados.

Así pues, en las Figuras 4.2 y 4.3 se muestra una comparación de los ángulos de Costa Bartani y de Kite, medidos en el modelo virtual, comparados contra los ángulos esperados.

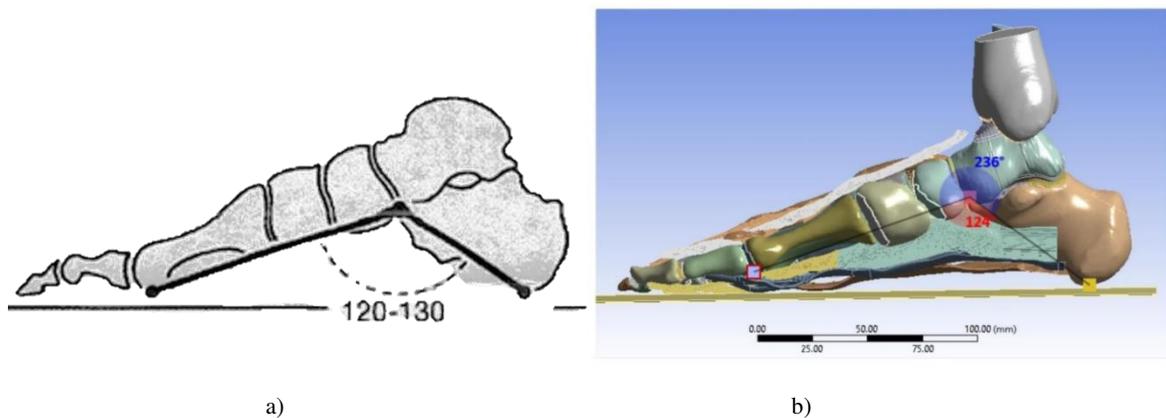


Fig. 4.2. Comparación del ángulo de Costa Bartani, a) rango normal [51], b) valor del ángulo obtenido en el modelo desarrollado.

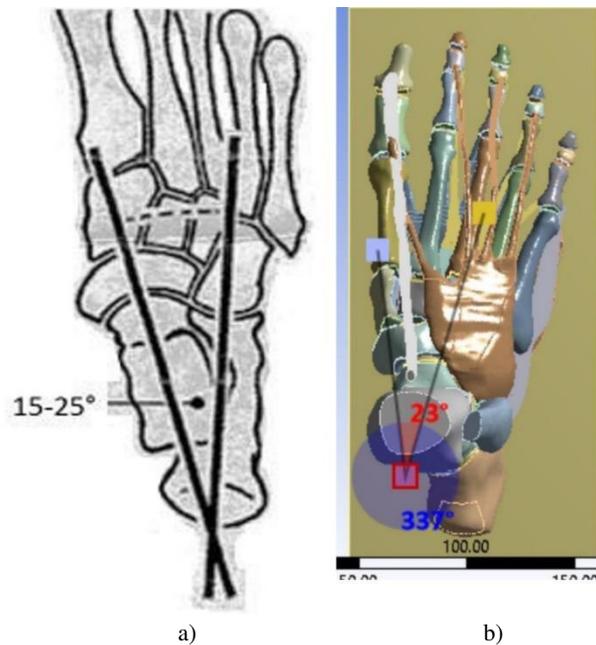


Fig. 4.3. Comparación del ángulo de Kite, a) rango normal [51], b) valor del ángulo obtenido en el modelo desarrollado.

Como se puede ver en la figura 4.2, el valor del ángulo de Costa Bartani medido en el modelo desarrollado, corresponde a un valor de 124° , lo cual, de acuerdo con la imagen 4.2 a), se puede ver que se encuentra dentro del rango considerado como normal para este ángulo fisiológico, mientras que de la Figura 4.3, se puede ver que el ángulo medido en el modelo, también corresponde a un ángulo normal, con un valor de 23° .

4.1.2 Validación del modelo de acuerdo con las fuerzas de reacción

Un segundo criterio de validación del modelo de pie desarrollado fue la medición de las fuerzas de reacción con el piso, y la determinación del porcentaje del peso corporal que estas representan, para posteriormente comparar dichos porcentajes, con los obtenidos por Cavanagh *et al* [52] e Isvilanonda *et al* [2].

La tabla 4.1, muestra las fuerzas de reacción con el piso, del pie, medidas en las zonas del calcáneo (talón) y las falanges (dedos), para el modelo cuya carga aplicada fue de 700 N, y los contactos entre huesos de tipo “No separation”.

Tabla 4.1. GRF en las zonas del talón y dedos del modelo virtual.

Zona	Fuerza de contacto (N)
<i>Calcáneo</i>	474.54
<i>Falange 1</i>	8.94
<i>Falange 2</i>	21.69
<i>Falange 3</i>	2.75
<i>Falange 4</i>	11.81
<i>Falange 5</i>	16.62

Por otro lado, en la tabla 4.2, se presentan los porcentajes del peso corporal distribuidos en la parte del talón, el hallux, el segundo dedo y los dedos laterales, tanto del modelo desarrollado en este trabajo así los obtenidos por Cavanagh *et al.* [52] de su trabajo experimental, y por Isvilanonda *et al.* [2], de su trabajo de simulación por elemento finito.

Tabla 4.2. Porcentajes de peso corporal (BW) distribuidos en las zonas del talón y los dedos del pie, del modelo desarrollado y reportados en la literatura.

Zona	BW %*	BW % [52]	BW % [2]
<i>Calcáneo (Talón)</i>	67.8	60.5	62.5
<i>Falange 1 (Hallux)</i>	1.27	1.7	0.3
<i>Falange 2 (Dedo 2)</i>	3.1	0.4	0.001
<i>Falanges 3,4 y 5 (Dedos laterales)</i>	4.4	1.5	0.4

*Modelo desarrollado en este trabajo.

Además, con la finalidad de mostrar las diferencias obtenidas entre ambos modelos, se presenta una la Figura 4.4, una gráfica comparativa de los porcentajes de peso corporal obtenidos en los tres trabajos.

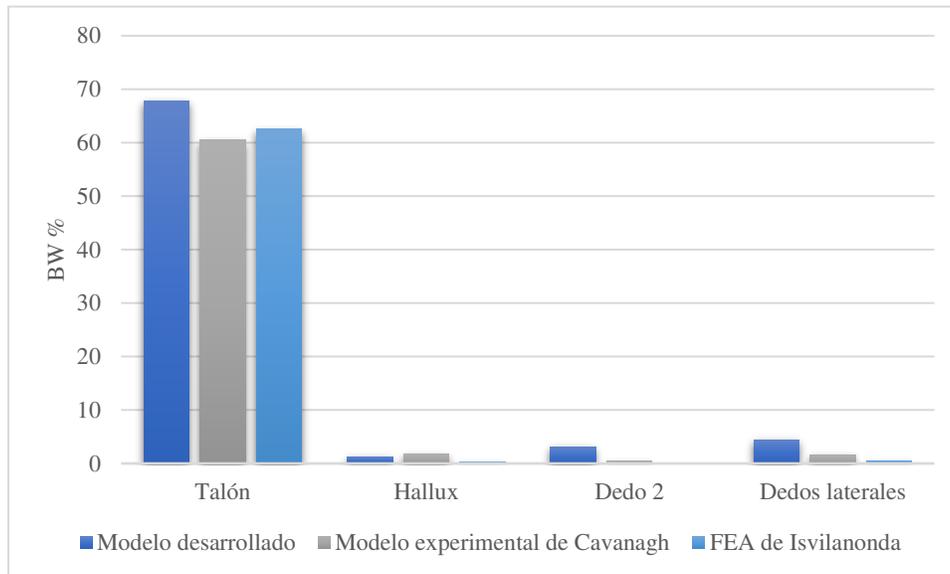


Fig. 4.4. Porcentajes de distribución del peso corporal en las zonas de talón, y los dedos del pie obtenidos con el modelo desarrollado comparados con los obtenidos en la literatura [52,2].

De la tabla 4.2 y figura 4.4, se puede ver como la distribución del peso corporal en la zona del talón, mantiene diferencias poco significativas entre el modelo desarrollado con los porcentajes reportados en la literatura, al igual que la distribución de carga en la zona del hallux. El segundo dedo y los dedos laterales muestran diferencias un poco mayores entre los tres modelos, tanto con lo experimental reportado por Cavanagh *et al.*, como con el modelo de elementos finitos reportado por Isvilanonda *et al.* Lo anterior se atribuye a las condiciones de frontera y contactos aplicadas en la zona del antepié del modelo desarrollado; manteniéndose, aun así, muy bajo, el porcentaje de peso corporal distribuido entre los dedos del pie, con un valor de 7.5%.

Siguiendo con la exposición de los resultados obtenidos, se presentan los valores de algunos parámetros estructurales evaluados en cada uno de los doce tejidos blandos insertados en el modelo desarrollado. Los resultados que a continuación se presentan, muestran una comparación entre los parámetros estructurales obtenidos con distintos modelos, en los que el tipo de material implementado en algunos de los tejidos, y el tipo de contacto entre huesos, se varió. La carga aplicada en la parte superior de la tibia, que representa la transmisión del peso corporal de una persona hacia el pie, fue variada también, por lo que se realizaron distintas simulaciones aplicando cargas de 500, 700, 800 y 900 N.

4.2 Parámetros estructurales del modelo lineal con regiones de contacto lineales (“Bonded”)

Como se mencionó previamente, se llevaron a cabo un total de ocho simulaciones, siendo las primeras en realizarse, aquellas en las que todos los modelos de material implementados fueron homogéneos, lineales e isotrópicos [16,26,65,66], y cuyas regiones de contacto, definidas entre huesos, fueron del tipo “bonded”, que, de acuerdo con su comportamiento, corresponde a un contacto lineal.

El único cambio entre estos modelos fue la carga aplicada a la tibia, la cual se varió entre 500, 700, 800 y 900 N.

De los cuatro modelos principales en los que la carga fue variada, se tomaron el de 700 y 900 N. El primero por representar de forma más precisa el peso corporal promedio de una persona, y el segundo por considerarse un peso crítico asociado comúnmente a un mayor número de patologías en el pie [74-77]. Así pues, los resultados que se presentan más adelante corresponderán únicamente a los modelos lineales con estas dos cargas aplicadas, y contactos entre huesos del tipo “Bonded”.

De cada uno de los tejidos blandos mostrados en la tabla 3.2, se evaluaron su deformación total, desplazamiento en X, desplazamiento en Y, deformaciones unitarias, y esfuerzos de von Mises, registrándose los valores máximos de cada uno de estos parámetros en las tablas 4.3 y 4.4, para los modelos con carga igual a 700 y 900 N respectivamente, como se indicó previamente.

En estas tablas podemos observar cómo los valores de los parámetros estructurales incrementan conforme lo hace la carga aplicada al modelo, de acuerdo con lo esperado. Por tanto, para el modelo cuya carga aplicada fue 900 N se obtienen mayores valores de cada uno de los parámetros evaluados en cada uno de los doce tejidos insertados.

Tabla 4.3. Valores de los parámetros estructurales en cada tejido del modelo lineal, con contactos del tipo “Bonded” y carga aplicada de 700 N.

Tejido	Def. Total (mm)	Desplaz. X (mm)	Desplaz. Y (mm)	Def. Unitaria (mm/mm)	Esfuerzo de V. M. (MPa)
<i>FPC</i>	10.381	2.968	10.240	0.112	121.920
<i>FPL</i>	6.555	3.025	6.034	0.054	104.850
<i>EDB</i>	4.276	1.883	4.100	0.380	107.780
<i>FHM</i>	6.316	3.026	5.578	0.005	2.665
<i>FHT</i>	6.963	3.055	6.248	0.051	25.652
<i>ADM</i>	4.038	2.790	3.410	0.039	20.832
<i>AH</i>	3.768	2.921	3.139	0.065	32.528
<i>EHL</i>	3.853	1.725	3.462	0.138	60.579
<i>FHL</i>	3.839	2.034	3.263	0.072	16.288
<i>FDL</i>	3.072	1.725	2.552	0.038	11.597
<i>TA</i>	3.818	1.785	3.410	1.052	164.600
<i>TP</i>	3.766	1.155	3.586	0.016	2.989

Tabla 4.4. Valores de los parámetros estructurales en cada tejido del modelo lineal, con contactos del tipo “Bonded” y carga aplicada de 900 N.

Tejido	Def. Total (mm)	Desplaz. X (mm)	Desplaz. Y (mm)	Def. Unitaria (mm/mm)	Esfuerzo de V. M. (MPa)
<i>FPC</i>	13.356	3.741	13.183	0.143	155.830
<i>FPL</i>	8.376	3.812	7.732	0.069	133.640
<i>EDB</i>	5.477	2.359	5.265	0.482	136.500
<i>FHM</i>	8.067	3.811	7.154	0.006	3.368
<i>FHT</i>	8.893	3.848	8.006	0.065	32.807
<i>ADM</i>	5.152	3.514	4.381	0.049	26.523
<i>AH</i>	4.836	3.679	4.062	0.085	42.058
<i>EHL</i>	5.018	2.167	4.546	0.148	65.253
<i>FHL</i>	4.784	2.487	4.082	0.702	17.445
<i>FDL</i>	3.937	2.192	3.304	0.392	12.474
<i>TA</i>	4.885	2.055	4.454	1.082	169.820
<i>TP</i>	4.864	1.411	4.657	0.019	3.681

De las tablas 4.3 y 4.4 se puede observar que, al incrementar el valor de la carga aplicada al modelo de pie, los valores de los parámetros estructurales evaluados incrementan también. Además, es importante mencionar, que el valor de desplazamiento en Y, mide la disminución de la altitud del arco del pie, y por este motivo se consideró un parámetro relevante para ser mostrado.

Una vez mostrados los valores de los parámetros estructurales evaluados en cada uno de los tejidos, se muestra en la Figura 4.5 el contorno de deformación total del modelo completo de pie, mientras que las Figuras 4.6-4.8 muestran como los contornos de esfuerzo, deformación unitaria y desplazamiento en Y obtenidos en la Fascia plantar central. Todo esto, con el modelo cuya carga aplicada fue de 700.

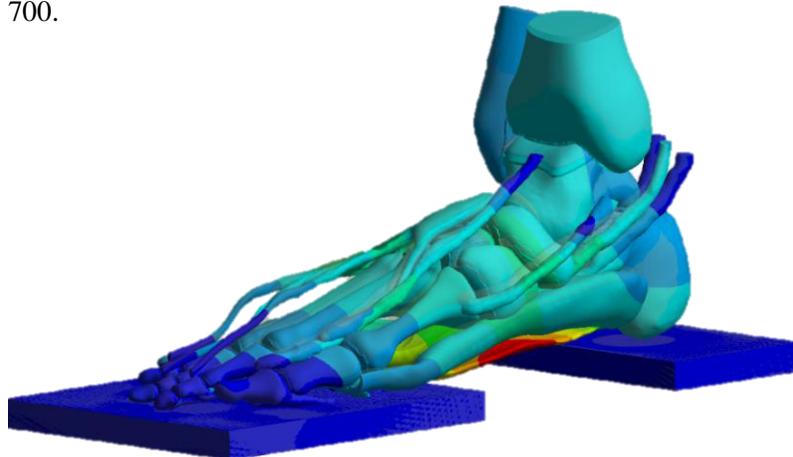


Fig. 4.5. Contorno de deformación total del modelo lineal con contactos del tipo “Bonded”.

E: NL Malla_700 N_Bonded

Equivalent Stress_FasciaC

Type: Equivalent (von-Mises) Stress

Unit: MPa

Time: 1

26/04/2020 02:26 p. m.

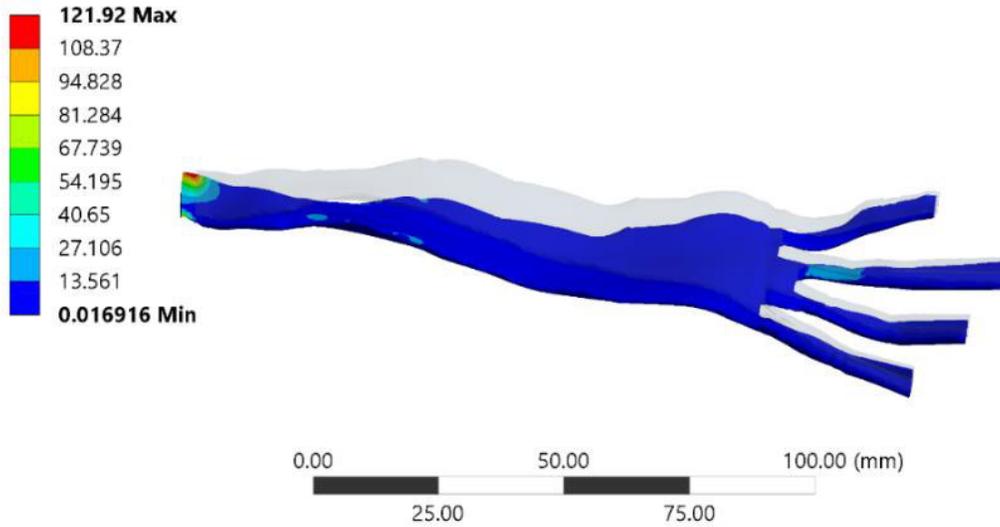


Fig. 4.6. Contorno de esfuerzo de la fascia plantar central del modelo lineal con contactos del tipo "Bonded".

E: NL Malla_700 N_Bonded

Equivalent Elastic Strain_FasciaC

Type: Equivalent Elastic Strain

Unit: mm/mm

Time: 1

26/04/2020 02:25 p. m.

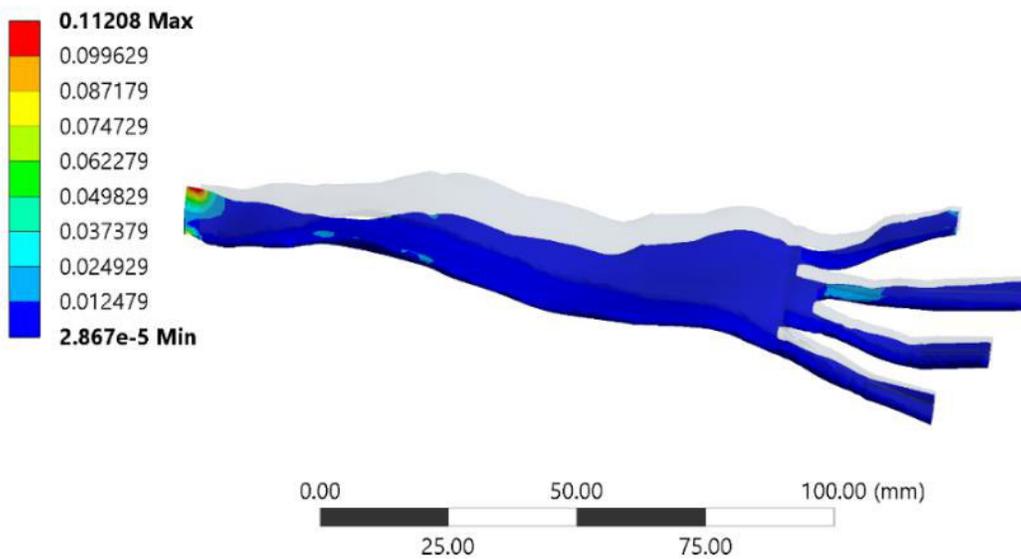


Fig. 4.7. Contorno de deformación unitaria de la fascia plantar central del modelo lineal con contactos del tipo "Bonded".

E: NL Malla_700 N_Bonded

Directional Deformation_FasciaC
 Type: Directional Deformation(Y Axis)
 Unit: mm
 Global Coordinate System
 Time: 1
 26/04/2020 02:24 p. m.

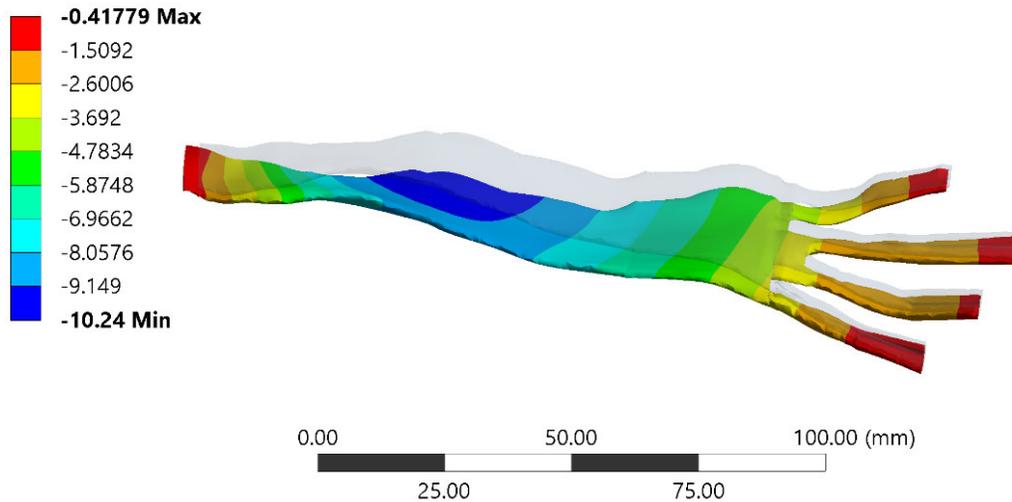


Figura 4.8. Contorno de desplazamiento en Y de la fascia plantar central del modelo lineal con contactos del tipo “Bonded”.

Ya que se mostraron los resultados del modelo lineal y contacto entre huesos, del tipo “Bonded”, se procede a mostrar ahora los obtenidos, con el modelo del tipo “No separation”.

4.3 Parámetros del modelo lineal con regiones de contacto no lineales (“No separation”).

El siguiente paso en el análisis del modelo, consistió en una modificación de las regiones de contacto entre huesos, aplicando ahora contactos del tipo “No separation” a los dos modelos con cargas aplicadas de 700 N y 900 N, esto, para comparar los resultados obtenidos entre estos dos nuevos modelos, con los modelos correspondientes a dichas cargas, pero con contactos del tipo “Bonded”. Así pues, las tablas 4.5 y 4.6 muestran los valores de los parámetros evaluados en cada uno de los tejidos blandos insertados (tabla 3.2), registrándose los valores máximos obtenidos de cada uno de estos parámetros, para los modelos con carga igual a 700 y 900 N respectivamente, pero ahora con contactos no lineales, del tipo “No separation”.

Tabla 4.5. Valores de los parámetros en cada tejido del modelo no lineal, con regiones de contacto del tipo “No separation” y carga aplicada de 700 N.

Tejido	Def. Total (mm)	Desplaz. X (mm)	Desplaz. Y (mm)	Def. Unitaria (mm/mm)	Esfuerzo de V. M. (MPa)
<i>FPC</i>	11.300	3.893	11.079	0.129	140.150
<i>FPL</i>	6.469	3.934	5.429	0.028	57.312
<i>EDB</i>	5.566	2.518	5.435	0.339	96.940
<i>FHM</i>	8.282	3.761	7.453	0.002	1.023
<i>FHT</i>	9.140	3.784	8.390	0.060	30.428
<i>ADM</i>	4.550	3.659	3.286	0.040	21.164
<i>AH</i>	4.543	3.846	3.578	0.065	28.458
<i>EHL</i>	5.990	0.019	0.708	0.133	58.576
<i>FHL</i>	5.060	2.625	4.441	0.071	16.400
<i>FDL</i>	4.061	2.298	3.386	0.040	12.851
<i>TA</i>	4.965	2.291	2.590	1.163	181.640
<i>TP</i>	3.973	2.100	3.331	0.032	5.951

Tabla 4.6. Valores de los parámetros en cada tejido del modelo no lineal, con regiones de contacto del tipo “No separation” y carga aplicada de 900 N.

Tejido	Def. Total (mm)	Desplaz. X (mm)	Desplaz. Y (mm)	Def. Unitaria (mm/mm)	Esfuerzo de V. M. (MPa)
FPC	14.585	4.903	14.313	0.165	179.600
FPL	8.223	4.954	6.931	0.036	73.030
EDB	7.092	3.127	6.821	0.427	123.210
FHM	10.527	4.732	9.498	0.002	1.248
FHT	11.613	4.757	10.682	0.078	39.137
ADM	5.772	4.605	4.203	0.051	26.905
AH	5.814	4.842	4.644	0.085	37.106
EHL	7.984	3.754	7.079	0.141	62.289
FHL	6.289	3.221	5.401	0.068	16.974
FDL	5.171	2.882	4.340	0.050	15.787
TA	4.936	2.773	4.936	1.237	193.750
TP	5.277	2.606	4.548	0.039	7.237

Al igual que con los resultados obtenidos para los modelos con contactos lineales del tipo “Bonded”, en las tablas 4.5 y 4.6 se puede ver también, como al incrementar el valor de la carga aplicada, incrementa el valor de los parámetros estructurales evaluados, lo cual se puede apreciar mejor en las figuras 4.9-4.11, las cuales muestran gráficas comparativas de los valores máximos de esfuerzo, deformación y desplazamiento en Y, en 5 de los tejidos insertados en el modelo, conforme la carga aplicada varía. Los tejidos mencionados se eligieron de entre los doce insertados por desempeñar una

labor importante en la estabilidad del pie y el soporte del arco plantar [70-73], así como por que su funcionamiento inadecuado se puede relacionar a diversas patologías del pie, tales como la caída del arco, fascitis plantar, entre otras.

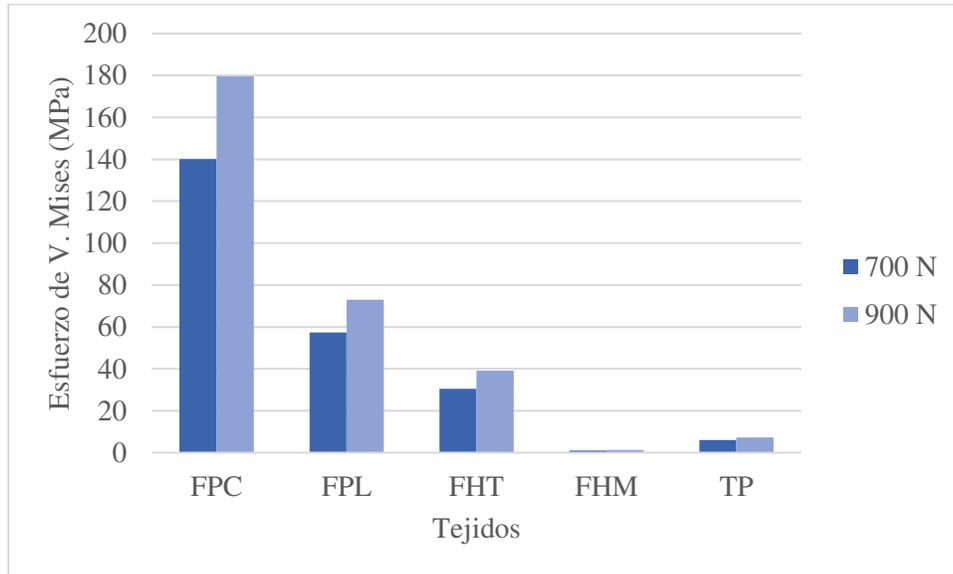


Fig. 4.9. Comparación del esfuerzo máximo obtenido en 5 de los tejidos insertados, en los modelos con cargas aplicadas de 700 y 900 N.

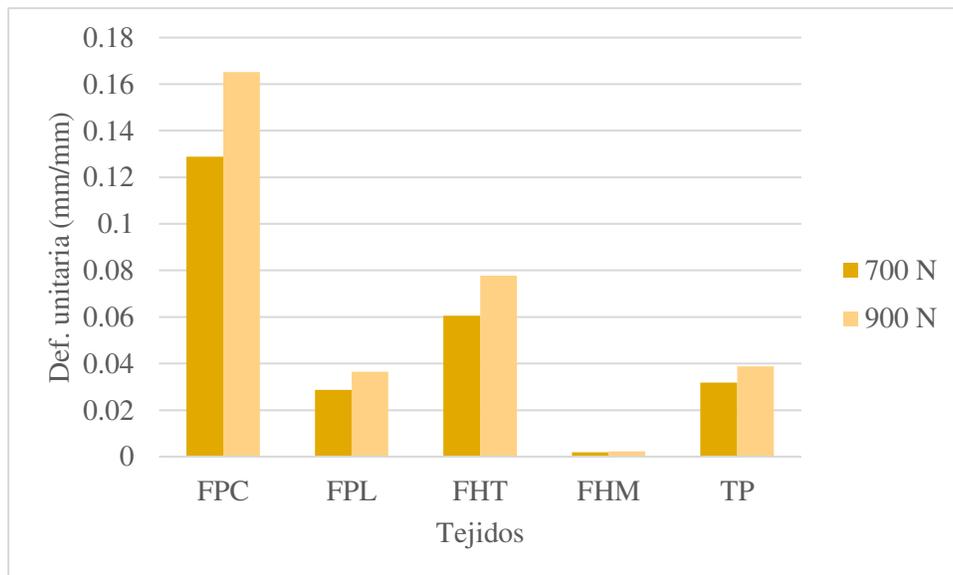


Fig. 4.10. Comparación de la deformación unitaria máxima obtenido en 5 de los tejidos insertados, en los modelos con cargas aplicadas de 700 y 900 N.

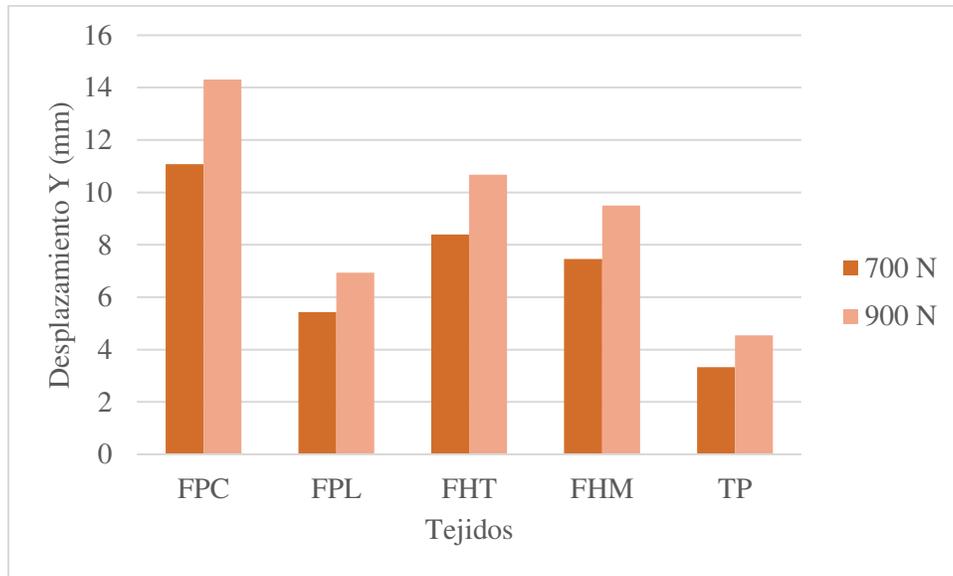


Fig. 4.11. Comparación del desplazamiento en Y máxima obtenido en 5 de los tejidos insertados, en los modelos con cargas aplicadas de 700 y 900 N.

Además, en la figura 4.12 se muestra la vista isométrica del contorno de deformación del modelo de pie con carga aplicada de 700 N, y con contactos entre huesos del tipo “No separation”. Las Figuras 4.13-4.15, por su parte, muestran los contornos de esfuerzo, deformación y desplazamiento direccional en Y, de la fascia plantar central de este modelo.

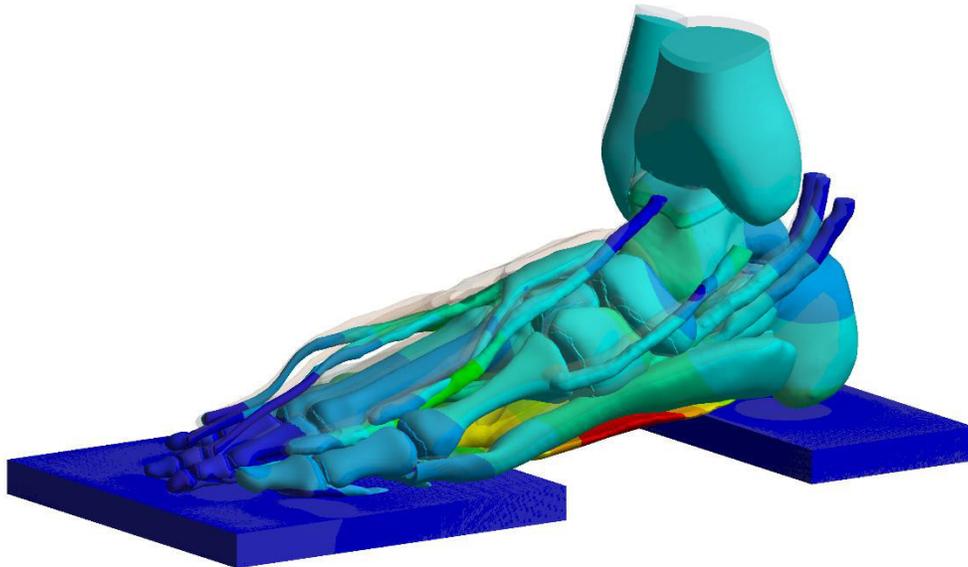


Fig. 4.12. Contorno de deformación total del modelo lineal con contactos del tipo “No separation”.

A: NL Malla_700 N
 Equivalent Stress_Fascia_C
 Type: Equivalent (von-Mises) Stress
 Unit: MPa
 Time: 1
 25/04/2020 11:40 p. m.

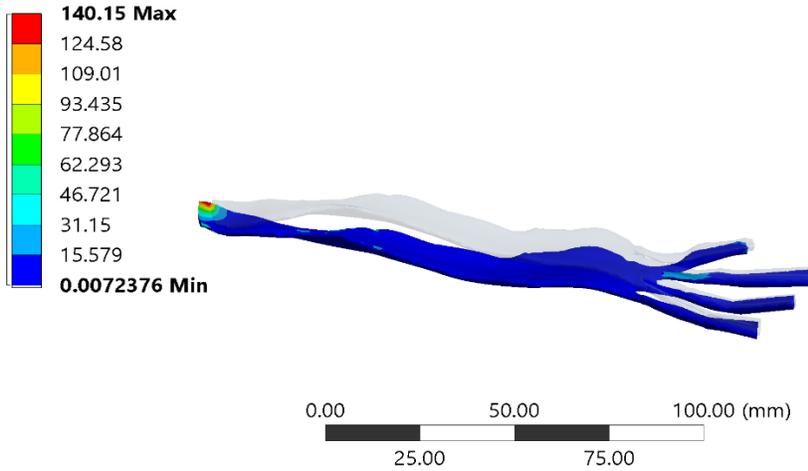


Fig. 4.13. Contorno de esfuerzo de la fascia plantar central del modelo lineal con contactos del tipo “No separation”.

A: NL Malla_700 N
 Equivalent Elastic Strain_Fascia_C
 Type: Equivalent Elastic Strain
 Unit: mm/mm
 Time: 1
 25/04/2020 11:40 p. m.

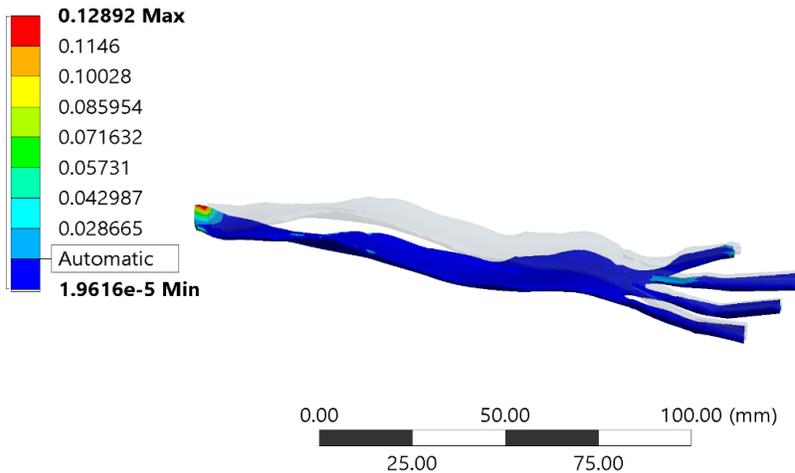


Fig. 4.14. Contorno de deformación unitaria de la fascia plantar central del modelo lineal con contactos del tipo “No separation”.

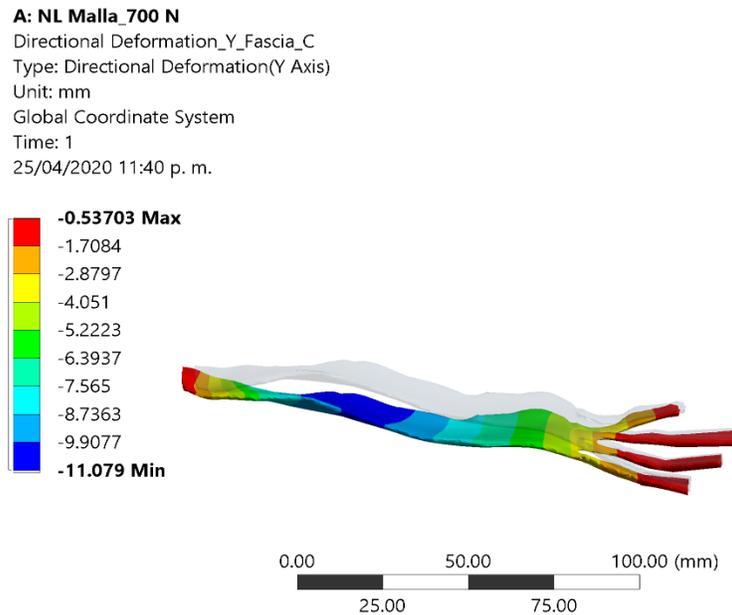


Fig. 4.15. Contorno de desplazamiento en Y de la fascia plantar central del modelo lineal con contactos del tipo “No separation”.

De los contornos de deformación mostrados hasta ahora, se puede apreciar como los distintos parámetros estructurales evaluados en cada uno de los doce tejidos blandos, cambian de manera significativa al modificar el tipo de contactos entre huesos aplicados a los modelos. De manera cualitativa se puede apreciar que los valores de los parámetros estructurales obtenidos con el modelo cuyos contactos entre huesos son de tipo “Bonded”, al menos para la fascia plantar, son menores que los obtenidos con el modelo donde se aplicaron contactos del tipo “No separation”. Más adelante se presentarán los porcentajes de diferencia entre los parámetros evaluados en cada modelo, en los 5 tejidos elegidos anteriormente por representar parte fundamental de la estabilidad del arco plantar.

Finalmente, se realizó una variación más a los modelos de 700 N y 900 N, con regiones de contacto no lineales (“No separation”), la cual, consistió en un cambio al tipo de material aplicado a algunos de los tejidos blandos insertados, por modelos de material no lineales. Por lo anterior, a continuación, se presentan los resultados obtenidos al realizar la modificación en los modelos de material.

4.4 Parámetros estructurales del modelo No lineal.

Una vez se llevó a cabo la modificación de contactos en los modelos de pie, donde se usó un modelo de material lineal e isotrópico, se procedió a cambiar ahora este material en algunos de los tejidos del pie, por un material del tipo Multilineal Elástico.

De los cuatro modelos principales, se tomaron uno de 700 y otro de 900 N de carga aplicada, por lo que ya se explicó con anterioridad, manteniendo en esta ocasión, las regiones de contacto entre huesos del tipo “No separation” en ambos modelos, y modificando ahora el modelo de material asignado a algunos de los tejidos.

Los tejidos en los cuales se modificó el tipo de material fueron la Fascia plantar central y lateral, y los músculos insertados en el modelo (MFDB, ADM y AH). Para los nuevos modelos, se cambió a un material del tipo Multilineal Elástico. En la tabla 4.7, se pueden ver las constantes de los modelos de material de los tejidos mencionados.

Tabla 4.7. Constantes de los modelos de material, Elástico Isotrópico y Multilineal elástico (*Músculo: FHM, ADM, AH).

Parte	Modelo de material	
	<i>Elástico Isotrópico</i>	<i>Multilineal Isotrópico</i>
<i>Fascia Plantar Central [16,66]</i>	$E = 1.0896 \times 10^9 Pa, \nu = 0.4$	$E = 1.0896 \times 10^9 Pa, \nu = 0.4$
<i>Fascia Plantar Lateral [16,66]</i>	$E = 2.15 \times 10^9 Pa, \nu = 0.4$	$E = 2.15 \times 10^9 Pa, \nu = 0.4$
<i>Músculo [26,65]</i>	$E = 5.359 \times 10^8 Pa, \nu = 0.475$	$E = 5.359 \times 10^8 Pa, \nu = 0.475$

Al llevar a cabo las comparaciones entre los valores de los parámetros estructurales, obtenidos al modificar ahora los modelos de material, no se observaron cambios en ninguno de los tejidos.

Los resultados obtenidos tanto para el modelo con carga igual a 700 N, como para el modelo con carga de 900 N, con un modelo de material no lineal, en los tejidos mencionados, corresponden a los mismos valores presentados previamente en las tablas 4.3-4.6, obtenidos para los modelos de 700 y 900 N, cuyos modelos de material son lineales, en todos los tejidos. Lo anterior se atribuye, a que de acuerdo con lo observado en las tablas 4.3-4.6, los valores máximos de deformación de cada uno de los tejidos analizados se encuentran siempre dentro del rango lineal (ver tabla 4.8), por lo que ambas curvas esfuerzo deformación, lineal y no lineal, de los modelos de material asignados a los tejidos, coinciden en esta parte. Para ilustrar mejor lo explicado previamente, se muestran en las Figuras 4.16-4.18, las curvas esfuerzo deformación correspondientes a los modelos de material Multilineales elásticos, asignados a los 5 tejidos mencionados anteriormente.

Tabla 4.8. Valores de la deformación unitaria en los tejidos a los que se modificó el modelo de material.

Parte	700 N	900 N
	Deformación Unitaria Máx. (mm/mm)	
Fascia Central	0.129	0.165
Fascia Lateral	0.028	0.036
MFDB	0.002	0.002
ADM	0.040	0.051
AH	0.065	0.085

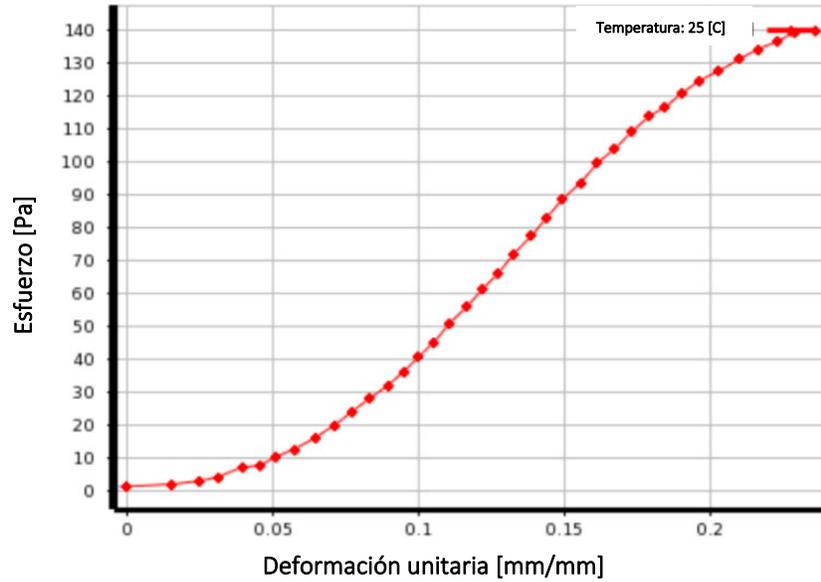


Fig. 4.16. Curva esfuerzo-deformación del modelo de material Multilineal implementado en la Fascia plantar central.

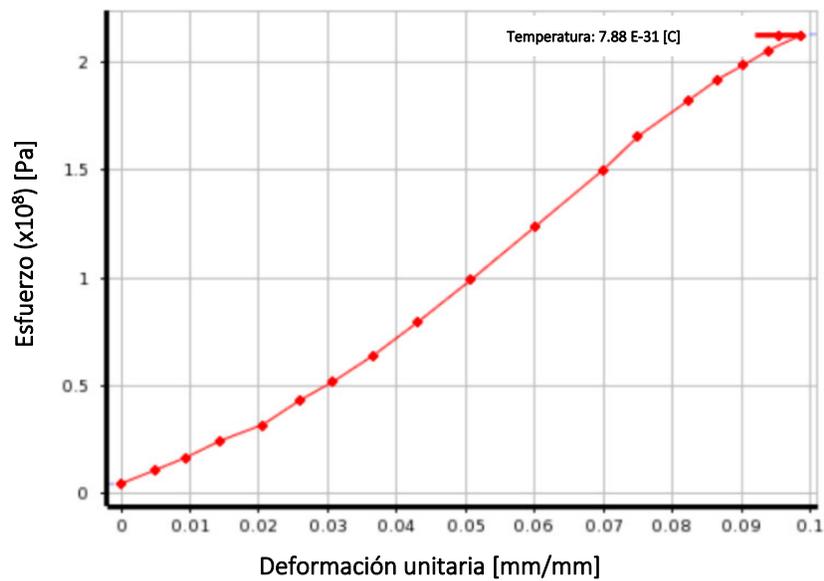


Fig. 4.17. Curva esfuerzo-deformación del modelo de material Multilineal implementado en la Fascia plantar lateral.

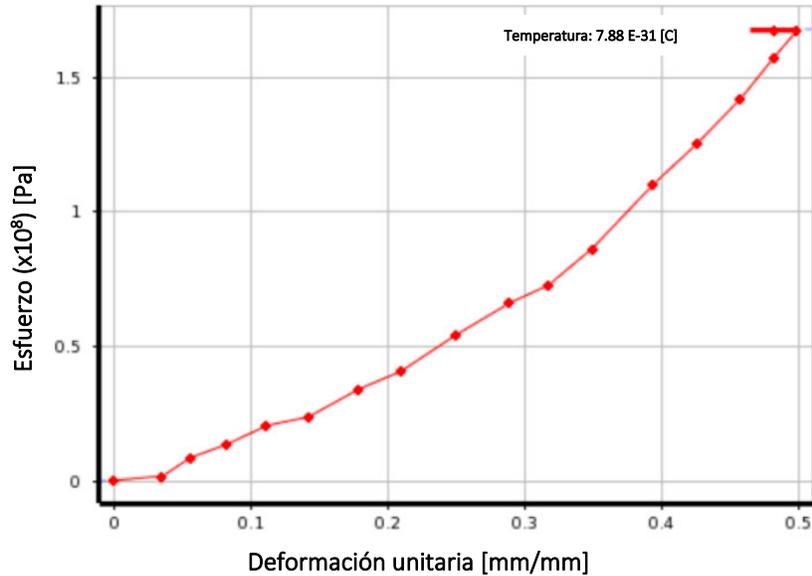


Fig. 4.18. Curva esfuerzo-deformación del modelo de material Multilineal implementado en los músculos MFDB, ADM, AH.

Una vez mostrados los valores de los parámetros estructurales, obtenidos en cada una de las variaciones realizadas al modelo numérico, se procedió a hacer las comparaciones entre los parámetros estructurales obtenidos con los distintos modelos con diferente tipo de contacto entre huesos.

4.5 Comparación estructural entre modelos de acuerdo con el tipo de contacto.

Una parte fundamental de este trabajo es mostrar los cambios obtenidos en los parámetros estructurales al modificar el tipo de contacto usado en un modelo de pie. Así pues, las tablas 4.9 y 4.10 muestran los porcentajes de diferencia obtenidos para cada uno de los tejidos una vez que el tipo de contacto es modificado en el modelo, tanto con una carga de 700 N aplicada al modelo, como con una de 900 N.

Se puede observar en estas tablas, como las diferencias son bastante significativas, encontrándose el valor máximo de diferencia, en las deformaciones unitarias de Tibialis posterior, con un valor de 99.1252%.

Tabla 4.9. Porcentaje de diferencia entre cada parámetro del modelo con contactos del tipo “No separation”, de cada uno de los tejidos insertados, con respecto a los valores obtenidos del modelo con contactos de tipo “Bonded”, con una carga aplicada de 700 N.

	Def. Total	Desplaz. X	Desplaz. Y	Def. Unitaria	Esfuerzo de V. M.
Tejido	<i>% Diferencia</i>				
FPC	8.853	31.150	8.193	15.025	14.952
FPL	1.306	30.075	10.021	47.274	45.339
EDB	30.181	33.691	32.573	10.902	10.057
FHM	31.128	24.293	33.618	61.657	61.619
FHT	31.264	23.870	34.282	18.912	18.618
ADM	12.676	31.136	3.630	3.292	1.594
AH	20.579	31.674	14.002	0.539	12.512
EHL	55.474	98.862	79.542	3.452	3.306
FHL	31.794	29.044	36.096	2.501	0.687
FDL	32.193	33.221	32.705	5.404	10.813
TA	30.046	28.345	24.057	10.591	10.352
TP	5.512	81.924	7.114	99.125	99.077

Tabla 4.10. Porcentaje de diferencia entre cada parámetro del modelo con contactos del tipo “No separation”, de cada uno de los tejidos insertados, con respecto a los valores obtenidos del modelo con contactos de tipo “Bonded”, con una carga aplicada de 900 N

	Def. Total	Desplaz. X	Desplaz. Y	Def. Unitaria	Esfuerzo de V. M.
Tejido	<i>% Diferencia</i>				
FPC	9.203	31.055	8.571	15.323	15.254
FPL	1.826	29.953	10.363	47.310	45.353
EDB	29.483	32.583	29.557	11.266	9.7362
FHM	30.485	24.153	32.769	62.999	62.960
FHT	30.581	23.624	33.426	19.386	19.294
ADM	12.017	31.064	4.043	3.135	1.440
AH	20.231	31.578	14.348	0.305	11.774
EHL	59.101	73.261	55.714	4.731	4.542
FHL	31.474	29.536	32.315	90.298	2.700
FDL	31.356	31.460	31.350	87.284	26.559
TA	1.048	34.910	10.817	14.321	14.091
TP	8.478	84.638	2.325	96.651	96.615

Para ejemplificar mejor los porcentajes de diferencia de cada uno de los parámetros en los distintos tejidos insertados, una vez que se modifican las regiones de contacto, se muestran las gráficas de las Figuras 4.19-4.24. En estas, se pueden ver las comparaciones entre los valores obtenidos para el

esfuerzo, deformación unitaria y desplazamiento en Y, en 5 de los tejidos insertados, asociados comúnmente con patologías del arco plantar. Los porcentajes mostrados sobre cada grupo de barras indican el porcentaje de diferencia que existe entre los parámetros correspondiente a cada modelo. Es decir, los del modelo con contactos de tipo “No separation” con respecto a los obtenidos con el modelo de pie con contactos del tipo “Bonded”.

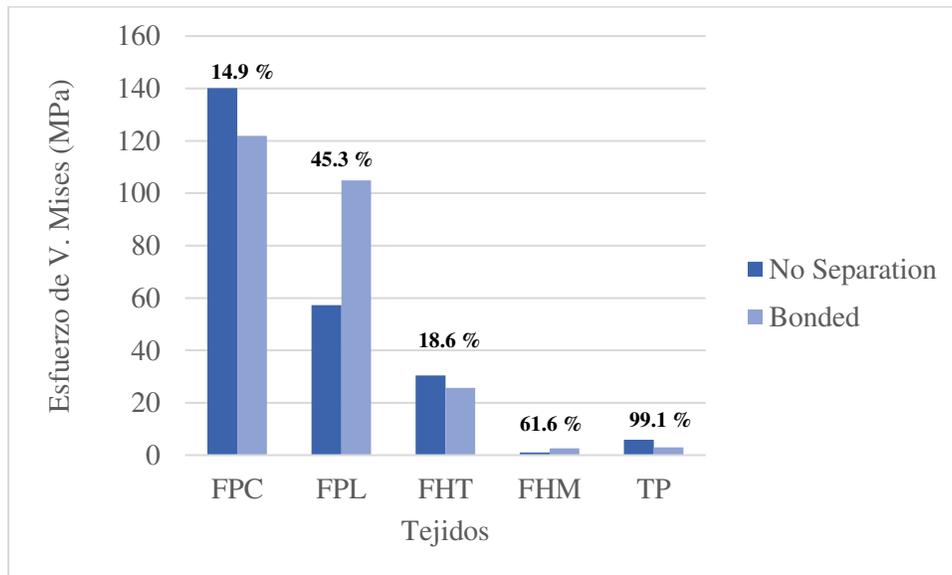


Fig. 4.19. Comparación del esfuerzo de V. Mises máximo obtenido en 5 de los tejidos insertados, en el modelo con carga aplicada de 700 N.

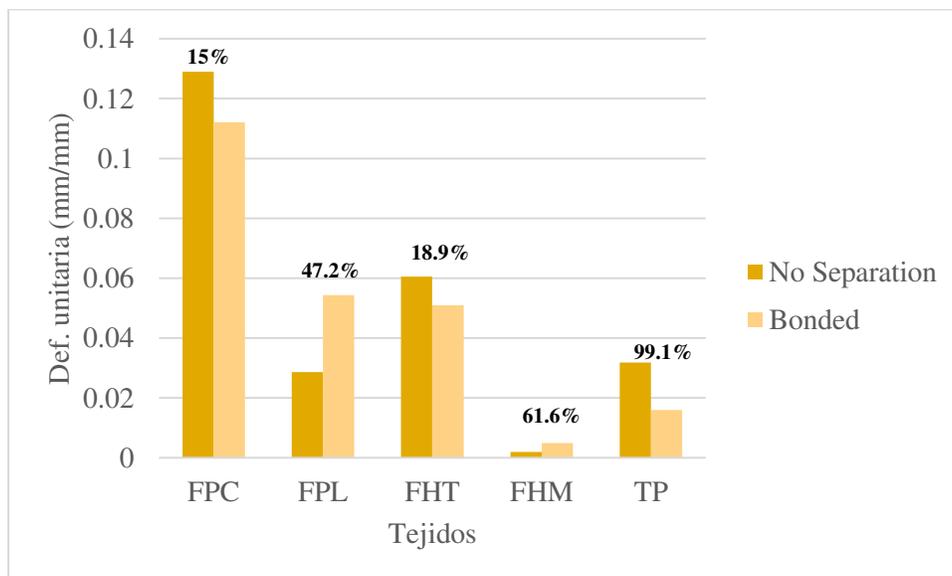


Fig. 4.20. Comparación de la deformación unitaria máxima obtenida en 5 de los tejidos insertados, en el modelo con carga aplicada de 700 N.

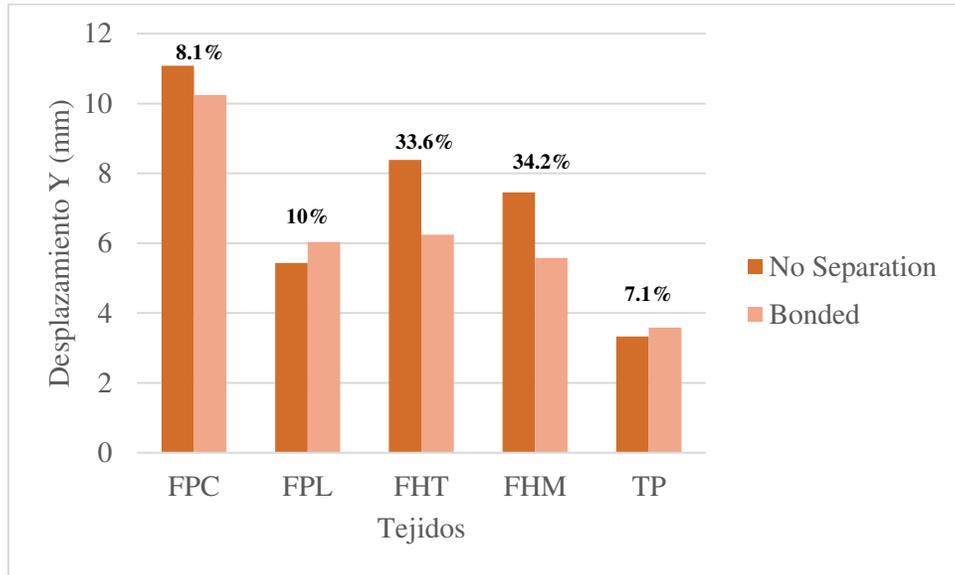


Fig. 4.21. Comparación del desplazamiento en Y máximo obtenido en 5 de los tejidos insertados, en el modelo con carga aplicada de 700 N.

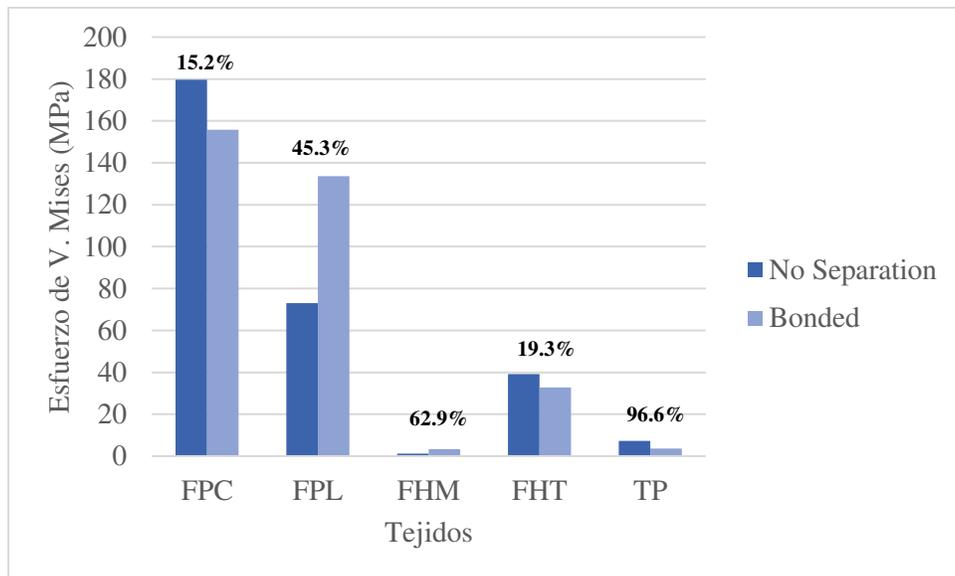


Fig. 4.22. Comparación del esfuerzo de V. Mises máximo obtenido en 5 de los tejidos insertados, en el modelo con carga aplicada de 900 N.

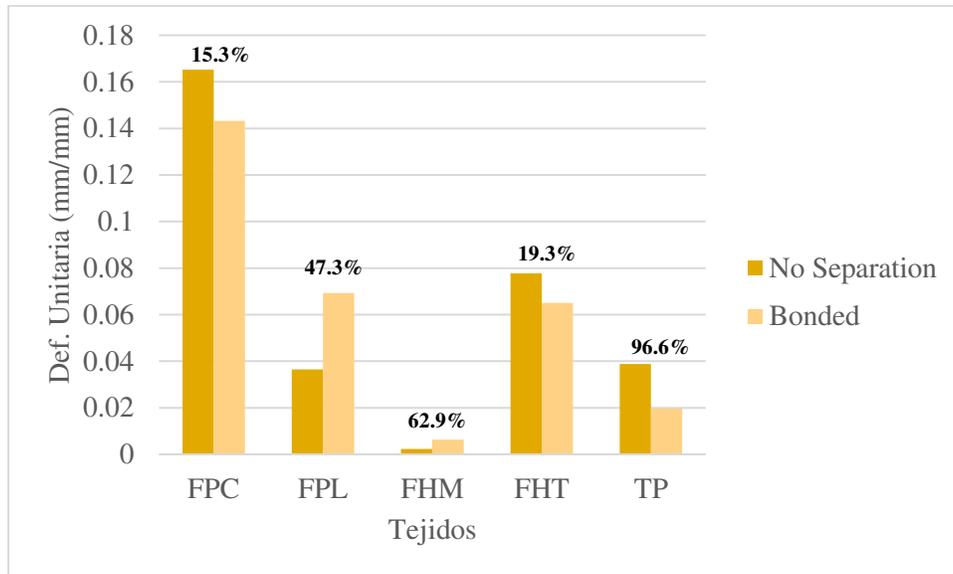


Fig. 4.23. Comparación de la deformación unitaria máxima obtenida en 5 de los tejidos insertados, en el modelo con carga aplicada de 900 N.

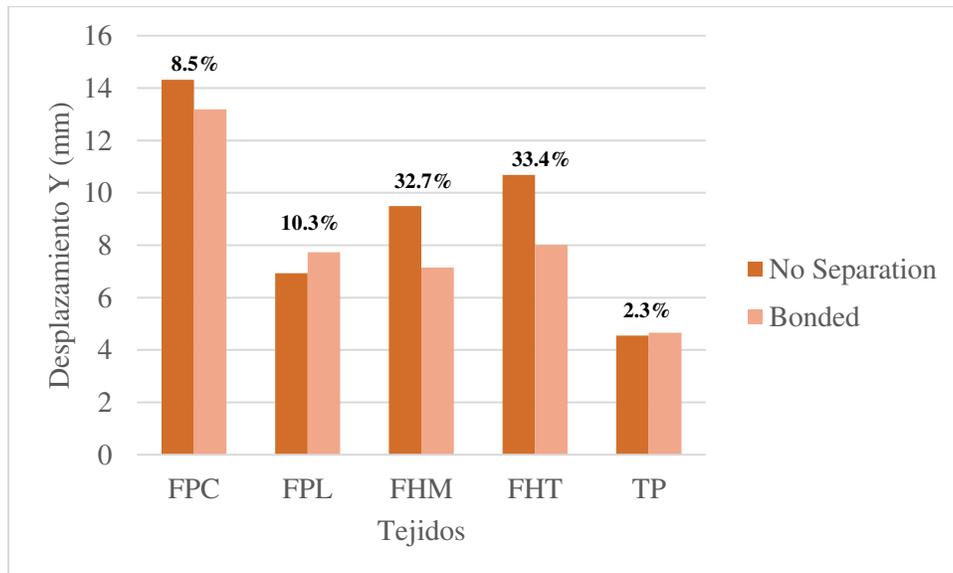


Fig. 4.24. Comparación del desplazamiento en Y máximo obtenido en 5 de los tejidos insertados, en el modelo con carga aplicada de 900 N.

En las figuras 4.19-4.24 se puede observar que los porcentajes de diferencia obtenidos entre el modelo con contactos no lineales (“No separation”) respecto al modelo con contactos lineales (“bonded”),

son realmente significativas, lo que lleva a concluir que el establecimiento de los contactos entre huesos es muy importante a la hora de llevar a cabo una simulación.

Finalmente, se muestra también, una comparación entre los ángulos fisiológicos normales de Costa Bartani y Kite, en los modelos, cuando se encuentran sin carga y después de que la carga es aplicada.

4.6 Comparación de los ángulos fisiológicos entre los diferentes modelos.

Una parte importante de los resultados obtenidos es el análisis de la variación de dos de los principales ángulos fisiológicos del pie, el ángulo de Costa Bartani y el ángulo de Kite. Lo anterior, debido a que la obtención de ángulos que se encuentren fuera de los rangos normales puede asociarse con diversas patologías del pie.

Como se mencionó anteriormente, la verificación de que los ángulos se encontrarán dentro de los rangos considerados como normales, para el pie, sirvió como una primera forma de validación, cosa que se puede verificar en las figuras 4.2 y 4.3 presentadas con anterioridad.

Una vez comprobado que los ángulos fisiológicos medidos en el modelo que se desarrolló se encontraban dentro del rango normal, se procedió a realizar las simulaciones y obtener resultados. Así pues, en los cuatro modelos principales en los que la carga fue variada, y en los dos en que el tipo de contacto se cambió a “bonded”, se midieron una vez deformados, los ángulos de Costa Bartani y de Kite, para analizar su cambio y con ello, la caída del arco y la divergencia astrágalo-calcánea.

En cada uno de los cuatro modelos con distintas cargas aplicadas 500, 700, 800 y 900 N, y los dos con distinto tipo de contacto y con cargas igual a 700 y 900 N, se midieron ambos ángulos para observar su cambio, una vez el modelo se deformará bajo la acción de la carga aplicada, y con la influencia de la variación en el tipo de la región de contacto asignada.

En el caso del ángulo de Kite, se observó que el ángulo se deformó hasta el valor máximo permitido por el rango normal, de 25°, en todos los casos, aun cuando la mayor carga fue aplicada y el tipo de contacto se modificó. La Figura 4.25 muestra la comparación de este ángulo medido en el modelo sin deformar, y el medido una vez el modelo se deformó. Este comportamiento se atribuye a la restricción de movimiento en el eje Z, de falanges y metatarsos, aplicada como condición de frontera del modelo.

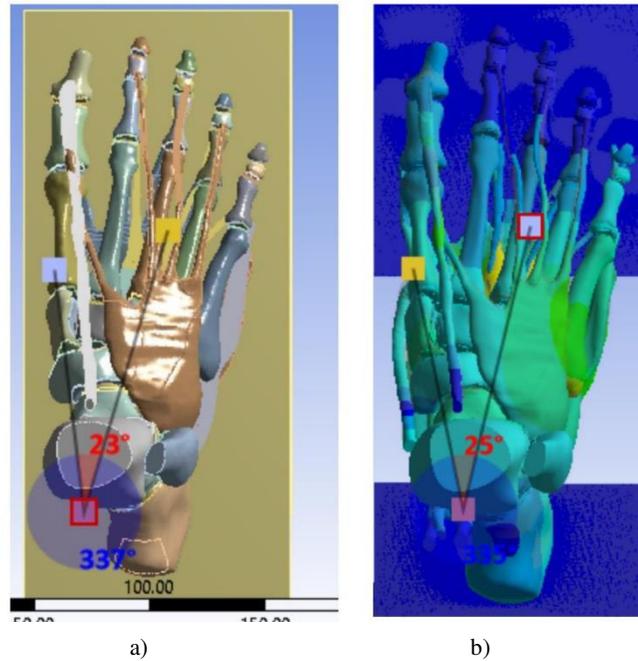


Fig. 4.25. Comparación del ángulo de Kite en el a) modelo sin deformar, y el b) modelo deformado, cuando se aplica una carga de 900 N, al modelo con contactos del tipo “No separation”.

Por otro lado, para el ángulo de Costa Bartani, se observó que este mostró distintos grados de crecimiento, dependiendo de la carga aplicada y del tipo de contactos que se manejó. Aun cuando no fue muy significativo, se observó que en el modelo con contactos del tipo “no separation” se obtuvieron siempre ángulos mayores que con el modelo en que se aplicaron contactos del tipo “Bonded”, aún bajo la misma condición de carga (ver figura 4.26). Mientras que la carga aplicada, fue otro factor clave para el crecimiento del ángulo, ya que el mayor valor alcanzado por este se observó en los modelos en que la carga aplicada fue máxima, alcanzando un valor de 127°, pero manteniéndose, aun así, dentro de los rangos normales establecidos para este ángulo fisiológico.

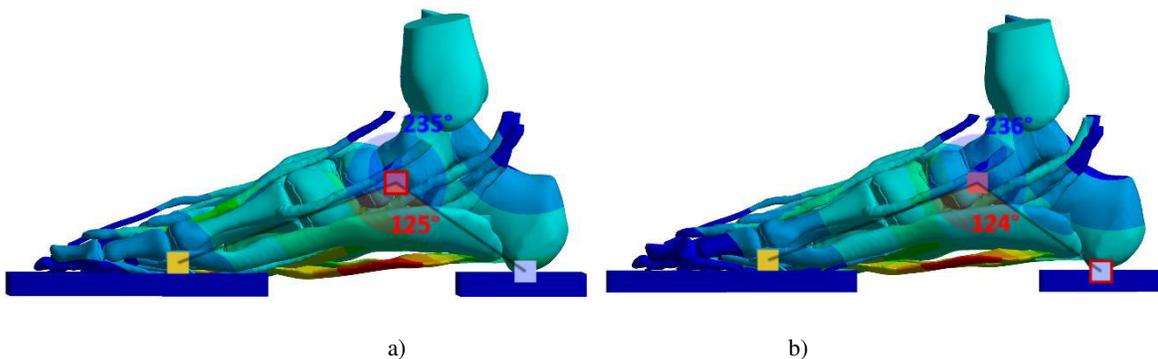


Fig. 4.26. Variación del ángulo de Costa Bartani al modificar el tipo de contacto entre huesos en el a) modelo con contactos de tipo “No separation”, y el b) modelo con contactos del tipo “Bonded”, cuando se aplica una carga de 700 N”.

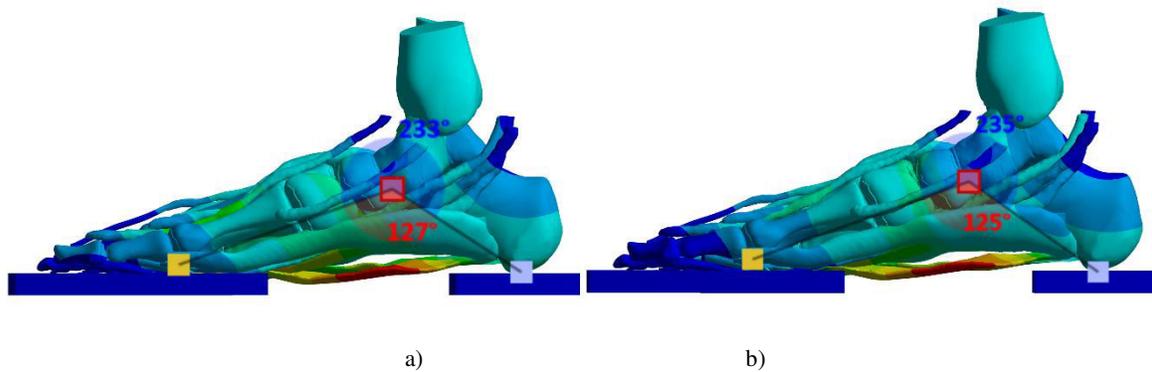


Fig. 4.27. Variación del ángulo de Costa Bartani al modificar el tipo de contacto entre huesos en el a) modelo con contactos de tipo “No separation”, y el b) modelo con contactos del tipo “Bonded”, cuando se aplica una carga de 900 N”.

Finalmente, se muestra en la Figura 4.28, la comparación entre el ángulo del modelo sin deformar, comparado con el ángulo del modelo con contactos de tipo “no separation”, y una carga de 900 N aplicada, que fue el que mostró un mayor grado de crecimiento.

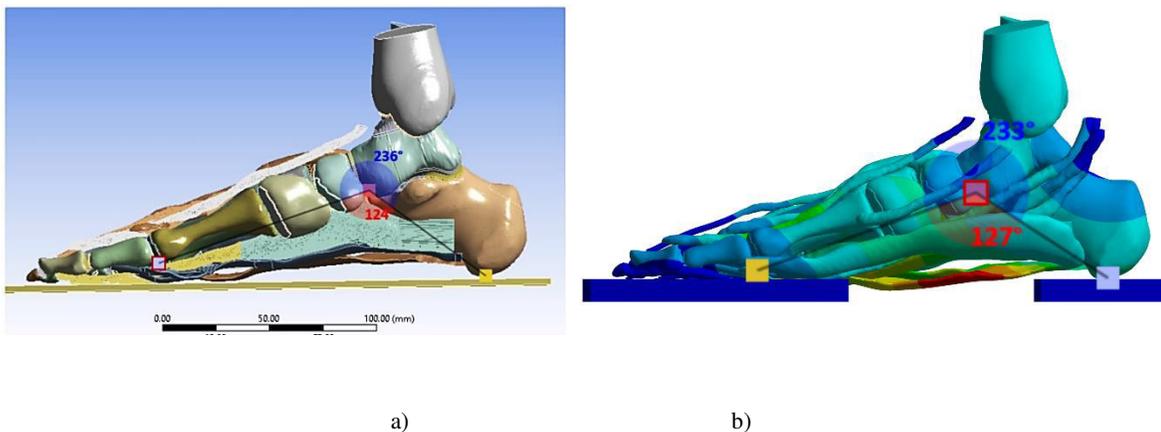


Fig. 4.28. Comparación del ángulo de Costa Bartani en el a) modelo sin deformar, y el b) modelo deformado, cuando se aplica una carga de 900 N, al modelo con contactos del tipo “No separation”.

4.7 Discusión de resultados

En primer lugar, con la validación del modelo virtual fue posible verificar que este se desarrolló de acuerdo no solo con lo anatómicamente esperado, sino también con lo estructural. La medición de los ángulos fisiológicos de Costa Bartani y de Kite en el modelo virtual en reposo, dieron como resultados valores de 124° y 23° respectivamente, lo cual, de acuerdo con las comparaciones realizadas, muestra

que ambos ángulos corresponden a valores que se encuentran dentro de los rangos considerados como normales para este miembro; y por ende, exentan al modelo desarrollado de incurrir en la generación no deseada de alguna patología, asegurando el desarrollo de un modelo de pie sano. Por otro lado, el criterio de validación realizado mediante la medición de la distribución del peso corporal en las regiones de talón y dedos del pie, arrojaron resultados satisfactorios, ya que la comparación realizada con los trabajos de Cavanagh *et al.* e Isvilanonda *et al.* mostró porcentajes de distribución del peso corporal muy similares entre los tres modelos, atribuyéndose las pequeñas diferencias encontradas, a que los resultados obtenidos por Cavanagh fueron de pruebas experimentales, mientras que los obtenidos por Isvilanonda, a pesar de tratarse también de un modelo por elementos finitos, las condiciones de frontera y contactos usados por este último, difieren un poco de las usadas en este trabajo. Las fuerzas de reacción en talón y dedos del pie, medidas con el modelo de pie desarrollado en este trabajo, fueron otro resultado satisfactorio, ya que en todas las simulaciones realizadas fue posible asegurar una correcta transmisión de la carga aplicada a la tibia, a través de todo el pie y con los porcentajes de distribución esperados, en cada zona de este. La zona de retropié contó con una distribución de 67% del peso corporal, mientras que en la zona de los dedos se logró distribuir un porcentaje del 7% del peso, que si bien, no es tan cercano a lo esperado en la literatura [52], se atribuye su diferencia al tipo de contactos utilizados entre las falanges y la plataforma.

Pasando ahora a la parte de la comparación de los parámetros estructurales obtenidos al modificar el tipo de contacto entre huesos, es importante recordar que el uso de contactos de tipo “Bonded” implica restringir el movimiento relativo entre huesos y rigidizar el modelo de pie con que se esté trabajando, a diferencia de si se usan contactos del tipo “No separation” donde el movimiento relativo entre huesos es permitido y además permite reproducir de mejor manera el movimiento de las articulaciones del pie. De estas comparaciones fue posible apreciar como el uso de contactos de tipo “Bonded” ocasiona menores esfuerzos y deformaciones en cada uno de los tejidos blandos insertados en el pie, a diferencia de si se usan contactos de tipo “No separation”, los porcentajes de diferencia de los parámetros estructurales obtenidos, con los modelos cuyos contactos aplicados son del tipo “No separation”, con respecto a los modelos con contactos del tipo “Bonded”, llegan a ser hasta del 99.1%, lo que indica que, cualquier predicción realizada con modelos en que el movimiento relativo entre huesos no se esté contemplado, puede llegar a generar resultados muy alejados de la realidad e incurrir incluso en errores de diagnóstico o tratamiento de patologías, que pretendan hacerse con ese tipo de modelos.

Los resultados obtenidos también permitieron verificar que el incremento de esfuerzos y deformaciones de los tejidos del pie, están directamente relacionados con el incremento del peso corporal de una persona, lo cual puede ser causa también de diferentes patologías en el pie.

El uso de modelos de material no lineales puede considerarse lo más adecuado para la obtención de resultados más acertados y precisos, cuando se trabaja con modelos biológicos, sin embargo, debido a los valores realmente pequeños de deformación que fue posible verificar se pueden llegar a registrar en los tejidos considerados en este trabajo, puede decirse que el uso de modelos lineales es correcto y no implica gran cambio en los resultados obtenidos, al menos cuando el modelo se encuentre en condiciones similares a las reproducidas en este trabajo.

Por último, es importante mencionar las diferencias y ventajas que el modelo desarrollado en este trabajo presenta, en comparación con los trabajos encontrados en la literatura hasta la fecha.

Para iniciar, el modelo de pie desarrollado en este trabajo usó geometrías obtenidas del escaneo de los tejidos del pie, para cada uno de los tejidos blandos insertados, asegurando de esta forma preservar la no linealidad geométrica que esto representa, a diferencia de la mayoría de los trabajos desarrollados hasta ahora por diferentes autores [1,5,31,32,78-80,82], que recurren usualmente a la simplificación de los ligamentos, músculos y tendones insertados en sus modelos, utilizando elementos uni y bidimensionales para representarlos.

Otra diferencia importante entre algunos de los modelos encontrados en la literatura con el desarrollado en este trabajo es el modelado del cartílago articular y el establecimiento de contactos entre las articulaciones del pie. Muchos de los trabajos encontrados en la actualidad en la literatura se evitan el modelado del cartílago articular reemplazándolo con el establecimiento de contacto entre huesos [16,18,20-26], el cual, además, algunas veces se considera únicamente del tipo “bonded” [81], contacto lineal, que no permite el movimiento libre entre huesos. También, en los casos en que el cartílago si es modelado, suele hacerse como un sólido único compartido entre huesos [1,79,83-85], cosa que, si bien puede funcionar, está muy lejos de la realidad; en contraste, en el trabajo desarrollado en este trabajo, se modeló el cartílago articular en cada uno de los huesos, estableciendo además regiones de contacto en cada una de las articulaciones. Existen también varios trabajos en que el cartílago ha sido modelado en cada hueso de acuerdo con lo anatómicamente esperado [68,86,87], al igual que en este trabajo, mientras que se han establecido contactos sin fricción para simular el movimiento libre entre las articulaciones del pie, pero los tejidos usado son simplificados a elementos uni o bidimensionales. Ninguno de los trabajos revisados hasta la fecha hace comparaciones o muestran las ventajas de usar contactos de algún tipo u otro, por lo que el desarrollo de este trabajo pretende dar la pauta para mostrar claramente lo que implica en los resultados el permitir el deslizamiento relativo entre huesos o no hacerlo, y de acuerdo al análisis previo de las comparaciones entre modelos, se pudo establecer que el uso de contactos de tipo “Bonded” entre las superficies articulares, disminuye los esfuerzos, deformaciones y desplazamientos que los tejidos del pie pueden llegar a tener en realidad, al no estar contemplando el movimiento relativo entre huesos y suponer al pie como

una estructura un poco más rígida de lo que es en realidad. Lo anterior, puede derivar en predicciones erróneas, cuando algún modelo en que se usen este tipo de contactos sea usado además para predecir o analizar alguna patología en el pie.

Finalmente, se puede decir que en este trabajo se logró desarrollar un modelo de pie completo y funcional, que no limita su uso únicamente al propósito de este trabajo, que es el análisis de los efectos estructurales que las no linealidades debidas a contactos, geometría y materiales tienen en un modelo de pie, si no que logró desarrollarse un modelo que puede ser usado para análisis variados, de patologías, técnicas quirúrgicas o simplemente el comportamiento biomecánico del pie, asegurándose únicamente de realizar las modificaciones pertinentes según sea el caso.



Universidad
de **Guanajuato**

CONCLUSIONES

Conclusiones

Con este trabajo se logró desarrollar un modelo numérico de pie, completo y funcional, usado principalmente para el análisis de los efectos estructurales que las no linealidades por contactos, geometría y material pueden llegar a tener sobre el pie.

Así pues, se presentan a continuación las conclusiones a las que se llegó con este trabajo, al analizar los resultados obtenidos en cada uno de los puntos revisados en la discusión de resultados. Se espera que estas, sean útiles para futuros trabajos.

- Se logró validar adecuadamente el modelo de EF de pie, mediante dos criterios, lo que indica que el modelo se desarrolló anatómica y estructuralmente correcto. Primero, con la medición de los ángulos fisiológicos, se logró verificar que el modelo tuviera una correcta configuración de la bóveda plantar, y estuviese exento de presentar patologías en la región subastragalina. Y segundo, al evaluar los porcentajes de distribución del peso corporal en las zonas de retropié y dedos, se comprobó que se logró distribuir el peso corporal adecuadamente a través del modelo, con los porcentajes esperados en cada una de las zonas del pie, evaluadas.

- Contrario al punto anterior, el ángulo fisiológico de Costa Bartani si mostró diferentes valores de crecimiento, dependiendo de la carga aplicada sobre la tibia, y del tipo de contacto definido en el modelo. El mayor valor obtenido para este ángulo se obtuvo con un modelo en que el movimiento relativo de los huesos si se consideró (contacto “No separation”), y se aplicó el mayor valor de carga sobre la tibia, aun así, nunca fue mayor del valor máximo considerado como normal para este ángulo. Indicando que si bien, el peso corporal y el tipo de contacto establecido entre huesos, tiene influencia sobre la configuración de la bóveda plantar, esta no será tal que pueda llegar a causar una alteración en esta zona.

- La variación del tipo de contacto entre los diferentes modelos analizados permitió concluir que la definición de un tipo de contacto u otro, implica diferencias muy significativas entre los parámetros estructurales obtenidos con ambos modelos. El uso de contactos no lineales (“No separation”) permite representar mejor, el movimiento relativo entre huesos, que físicamente existe en el pie, por lo que, se recomienda definir regiones de contacto que contemplen este movimiento en los modelos numéricos de pie, especialmente si el objetivo es analizar los esfuerzos y deformaciones sobre tejidos blandos de este miembro.

- El uso de modelos de material no lineales puede en ocasiones considerarse la mejor opción para representar el comportamiento de tejidos biológicos. Al hacer la variación de los modelos de material en algunos de los tejidos del modelo de pie, se pudo verificar que ningún cambio significativo se observó, lo anterior debido a los rangos de deformación obtenidos en los análisis. De esto se puede concluir, que, si los rangos de deformación que se esperan obtener en los tejidos blandos de un modelo de pie son muy bajos, lo mejor es usar modelos de material lineales, ya que pueden representar bien el comportamiento de los tejidos, y ayudan además a la reducción del tiempo de cómputo y a la convergencia del modelo.
- Se logró el desarrollo de un modelo de EF finitos de pie que puede en adelante ser usado para diferentes tipos de análisis. Se logró incluir muchas de las cosas que en otros modelos existentes en la literatura han sido simplificadas. Por lo que se concluye que cada uno de los objetivos establecidos en un principio se logró de manera adecuada, dejando además un modelo de pie, que pueda ser usado para el desarrollo de más análisis relacionados a este miembro.



Universidad
de **Guanajuato**

TRABAJOS FUTUROS

Trabajos futuros

El desarrollo de modelos numéricos de pie ha ido en incremento a lo largo del tiempo, debido a la gran ventaja que ofrecen para el análisis biomecánico de este miembro. Y aun cuando con este trabajo se logró obtener un modelo de EF de pie completo, siempre existe la posibilidad de mejorarlo o modificarlo, ya sea, para obtener mejores resultados o simplemente para enfocar su análisis a otro tipo de aplicaciones. Así pues, con base en el objetivo principal de este trabajo, y pensando en ampliar los alcances obtenidos con este, se establecen a continuación los trabajos futuros por realizar.

- **Inserción de tejidos blandos:** En este trabajo se insertaron un total de doce tejidos blandos del pie, de acuerdo con su relevancia en la estabilidad del arco plantar y del pie en general, así como por su rol en la movilidad de los dedos. Sin embargo, aún quedan muchos otros músculos, tendones y ligamentos por considerar, que pueden ser agregados en un futuro, con la finalidad de lograr un modelo más completo y analizar también el comportamiento estructural de cada uno de estos, así como los efectos que tienen sobre el resto del pie.
- **Modelado de la piel del pie:** Como trabajo a futuro se propone incluir la geometría de la piel en el modelo, con la finalidad de analizar las presiones plantares producidas en el pie, la interacción y comportamiento biomecánico de la estructura en general, así como los mecanismos que generan las úlceras plantares que afectan principalmente a las personas con diabetes.
- **Mejorar los contactos hueso-tejido blando:** Se propone también como trabajo a futuro, mejorar los contactos aplicados entre huesos y tejidos blandos con la finalidad de hacerlos más acordes con la realidad.
- **Modelado de una plantilla:** Con la finalidad de reemplazar la ausencia de la piel en el modelo de pie desarrollado, se incluyó en este, una plataforma dividida, sobre la cual pudiera apoyarse el resto de la estructura del pie, y a la cual se le dieron propiedades lineales de piel, tomadas de la literatura. Como trabajo a futuro, se propone reemplazar esta plataforma por una completa, cuyas propiedades de material correspondan a las de una espuma viscoelástica usada para calzado, para poder analizar los efectos de esta, sobre el pie, y proporcionar a su vez una superficie de apoyo adecuada para el pie.

- **Restricción de movimiento en falanges y metatarsos:** Con la finalidad de asegurar la estabilidad y tener mayor control sobre el comportamiento general del modelo desarrollado, se estableció una restricción de movimiento en falanges y metatarsos en la dirección lateral del pie (eje Z), dicha restricción repercute directamente sobre el comportamiento del ángulo de Kite, haciendo que no sufra variaciones relacionadas con la carga aplicada al modelo o con la modificación en el tipo de contacto. Por este motivo, se propone como trabajo a futuro liberar el movimiento lateral de los huesos mencionados para dar al modelo del pie un comportamiento más natural y acorde con la realidad.



Universidad
de **Guanajuato**

REFERENCIAS

REFERENCIAS

- [1] García-González, A., Bayod, J., Prados-Frutos, J. C., Losa-Iglesias, M., Jules, K. T., de Bengoa-Vallejo, R. B., & Doblaré, M. (2009). Finite-element simulation of flexor digitorum longus or flexor digitorum brevis tendon transfer for the treatment of claw toe deformity. *Journal of biomechanics*, 42(11), 1697-1704.
- [2] Isvilanonda, V., Dengler, E., Iaquinto, J. M., Sangeorzan, B. J., & Ledoux, W. R. (2012). Finite element analysis of the foot: model validation and comparison between two common treatments of the clawed hallux deformity. *Clinical Biomechanics*, 27(8), 837-844.
- [3] Zhang, Y., Awrejcewicz, J., Szymanowska, O., Shen, S., Zhao, X., Baker, J. S., & Gu, Y. (2018). Effects of severe hallux valgus on metatarsal stress and the metatarsophalangeal loading during balanced standing: A finite element analysis. *Computers in biology and medicine*, 97, 1-7.
- [4] Wu, L. (2007). Nonlinear finite element analysis for musculoskeletal biomechanics of medial and lateral plantar longitudinal arch of Virtual Chinese Human after plantar ligamentous structure failures. *Clinical Biomechanics*, 22(2), 221-229.
- [5] Cheung, J. T. M., Zhang, M., Leung, A. K. L., & Fan, Y. B. (2005). Three-dimensional finite element analysis of the foot during standing—a material sensitivity study. *Journal of biomechanics*, 38(5), 1045-1054.
- [6] Gefen, A. (2003). Plantar soft tissue loading under the medial metatarsals in the standing diabetic foot. *Medical engineering & physics*, 25(6), 491-499.
- [7] Cheung, J. T. M., & Zhang, M. (2006, May). Finite element modeling of the human foot and footwear. In *ABAQUS users' conference* (pp. 145-58).
- [8] Guiotto, A., Sawacha, Z., Guarneri, G., Avogaro, A., & Cobelli, C. (2014). 3D finite element model of the diabetic neuropathic foot: a gait analysis driven approach. *Journal of biomechanics*, 47(12), 3064-3071.
- [9] Bocanegra, M. A. M., Lopez, J. B., Vidal-Lesso, A., de Bengoa Vallejo, R. B., & Lesso-Arroyo, R. (2019). Structural interaction between bone and implants due to arthroplasty of the first metatarsophalangeal joint. *Foot and Ankle Surgery*, 25(2), 150-157.
- [10] Cheung, J. T. M., & Zhang, M. (2008). Parametric design of pressure-relieving foot orthosis using statistics-based finite element method. *Medical engineering & physics*, 30(3), 269-277.
- [11] Antunes, P. J., Dias, G. R., Coelho, A. T., Rebelo, F., & Pereira, T. (2011). Nonlinear 3D foot FEA modeling from CT scan medical images.
- [12] García-Aznar, J. M., Bayod, J., Rosas, A., Larrainzar, R., García-Bógalo, R., Doblaré, M., & Llanos, L. F. (2009). Load transfer mechanism for different metatarsal geometries: a finite element study. *Journal of biomechanical engineering*, 131(2).

-
- [13] J. Bayod a,b,n, R.Becerro-de-Bengoa-Vallejo c, M.E.Losa-Iglesias d, M.Doblare´ a,b. (2012) Mechanical stress redistribution in the calcaneus after autologous bone harvesting. *Journal of Biomechanics* 45 1219–1226.
- [14] Tian-Xia Qiu, Ee-Chon Teo, Ya-Bo Yana,b,*, Wei Lei b. (2011) Finite element modeling of a 3D coupled foot–boot model. *Medical Engineering & Physics* 33 1228– 1233.
- [15] Cheng, H. Y. K., Lin, C. L., Chou, S. W., & Wang, H. W. (2008). Nonlinear finite element analysis of the plantar fascia due to the windlass mechanism. *Foot & ankle international*, 29(8), 845-851.
- [16] Chen, W. M., Lee, T., Lee, P. V. S., Lee, J. W., & Lee, S. J. (2010). Effects of internal stress concentrations in plantar soft-tissue—a preliminary three-dimensional finite element analysis. *Medical engineering & physics*, 32(4), 324-331.
- [17] Cheng, H. Y. K., Lin, C. L., Wang, H. W., & Chou, S. W. (2008). Finite element analysis of plantar fascia under stretch—the relative contribution of windlass mechanism and Achilles tendon force. *Journal of biomechanics*, 41(9), 1937-1944.
- [18] Hsu, Y. C., Gung, Y. W., Shih, S. L., Feng, C. K., Wei, S. H., Yu, C. H., & Chen, C. S. (2008). Using an optimization approach to design an insole for lowering plantar fascia stress—a finite element study. *Annals of biomedical engineering*, 36(8), 1345.
- [19] Latarjet, M., Liard, A. R., y Pró, E. (2004). *Anatomía Humana, Tomo I*, Editorial Médica Panamericana.
- [20] Nakamura, S., Crowninshield, R.D., Cooper, R.R. (1981) ‘An analysis of soft tissue loading in the foot—a preliminary report’. *Bull Prosthet Res*, 18: 27–34.
- [21] Hong, Y., & Bartlett, R. (Eds.). (2008). *Routledge handbook of biomechanics and human movement science*. Routledge.
- [22] Lemmon, D., Shiang, T.Y., Hashmi, A., Ulbrecht, J.S., Cavanagh, P.R. (1997) ‘The effect of insoles in therapeutic footwear a finite element approach’. *J Biomech*, 30:615–20.
- [23] Erdemir, A., Saucerman, J.J., Lemmon, D., Loppnow, B., Turso, B., Ulbrecht, J.S., Cavanagh P.R. (2005) Local plantar pressure relief in therapeutic footwear: design guidelines from finite element models. *J Biomech*, 38:1798–1806.
- [24] Giddings, V.L., Beaupre, G.S., Whalen, R.T., Carter, D.R. (2000) ‘Calcaneal loading during walking and running’. *Med Sci Sports Exerc*, 32:627–34.
- [25] Verdejo, R., Mills, N.J. (2004) ‘Heel-shoe interactions and the durability of EVA foam runningshoe midsoles’. *J Biomech*, 37:1379–86.
- [26] Erdemir, A., Viveiros, M.L., Ulbrecht, J.S., Cavanagh, P.R. (2006) ‘An inverse finite-element model of heel-pad indentation’. *J Biomech*, 39:1279–86.
-

- [27] Chu, T.M., Reddy, N.P. (1995) 'Stress distribution in the ankle-foot orthosis used to correct pathological gait'. *J Rehabil Res Dev*, 32:349–60.
- [28] Chu, T.M., Reddy, N.P., Padovan, J. (1995) 'Three-dimensional finite element stress analysis of the polypropylene, ankle-foot orthosis: static analysis'. *Med Eng Phys*, 17:372–79.
- [29] Gefen, A., Megido-Ravid, M., Itzhak, Y., Arcan, M. (2000) 'Biomechanical analysis of the threedimensional foot structure during gait: a basic tool for clinical applications'. *J Biomech Eng*, 122:630–39.
- [30] Chen, W.P., Tang, F.T., Ju, C.W. (2001) 'Stress distribution of the foot during mid-stance to pushoff in barefoot gait: a 3-D finite element analysis'. *Clin Biomech*, 16:614–20.
- [31] Wong, D. W. C., Niu, W., Wang, Y., & Zhang, M. (2016). Finite element analysis of foot and ankle impact injury: risk evaluation of calcaneus and talus fracture. *PloS one*, 11(4).
- [32] Wang, Y., Li, Z., Wong, D. W. C., Cheng, C. K., & Zhang, M. (2018). Finite element analysis of biomechanical effects of total ankle arthroplasty on the foot. *Journal of orthopaedic translation*, 12, 55-65.
- [33] Nordin, M., Frankel, V. H., y Tricas, J. M. (2001). *Biomecánica básica del Sistema musculoesquelético*, Mc Graw Hill.
- [34] Mirelles Marrero R. C., y Cunillera, M. p., (1998). *Biomecánica clínica del aparato locomotor*, Editorial Masson.
- [35] Lu TW, Chang CF. Biomechanics of human movement and its clinical applications. *Kaohsiung J Med Sci* 2012;**28**(Suppl.2):S13–25.
- [36] Balthazard, P., Currat, D., & Degache, F. (2015). Fundamentos de biomecánica. *EMC-Kinesiterapia-Medicina Física*, 36(4), 1-8.
- [37] Allard P. *Analyse du mouvement humain par la biomécanique*. Montréal: Fides Edition; 2011.
- [38] KEN HUB . (2018). Biblioteca anatómica. Berlín Alemania.: Musculoskeletal System. Recuperado de <https://www.kenhub.com/en/library/anatomy/the-musculoskeletal-system>
- [39] Laboratorio de morfología, Universidad de Colima. Recuperado de: <https://campusvirtual.ucol.mx/laboratorio/anatomia.htm>
- [40] ACLS Training Center. (1998-2018). Arizona, EU.: Human Skeletal System. Recuperado de <https://www.acls.net/human-skeletal-system>
- [41] Chico Ruiz, F., y Colaboradores. (2008), *Pie y calzado diseño biomecánico*, CIATEC, A. C.
- [42] Moore, K. L., Dailey, A. F., y Agur, A. M. R. (2013) *MOORE Anatomía con orientación clínica*, Editorial Lippincott Williams Wilkins.
- [43] Rouvière, Henri (1968). Anatomía humana descriptiva y topográfica. Madrid:Casa Editorial Bailly-Bailliere S.A.. OCLC 45816081.

- [44] Juárez-Duarte, E. S., del Carmen Amezcua-Herrera, M., Zea-Arévalo, F. D., & Guerrero-Avendaño, G. (2013). Hallazgos en resonancia magnética y asociación entre el inicio de los síntomas de pacientes con enfermedad por modelantes en región glútea y el agente químico empleado. *Anales de Radiología, Mexico*, 12(4).
- [45] Campos PP. Diagnóstico de imagen. En: Núñez-Samper M, Llanos ALF. Biomecánica, medicina y cirugía del pie. Barcelona: Masson, 1997: 108-115.
- [46] Canale F, Campbell. Cirugía Ortopédica. 10ª ed. Vol. IV: Elsemer, 2003: 3915-3918.
- [47] Lelievre J, Lelievre JF. Patología del pie. 4a ed.: Toray-Massen; 1982: 7-27.
- [48] Mann RA. Examen radiográfico del pie normal. En: Cirugía del pie. Buenos Aires: Panamericana, 1986: 72-88.
- [49] Marks RM. Radiographic evaluation of the foot and ankle. En: Myerson MS. Foot and ankle disorders. Philadelphia Vol. One: W.B. Saunders Company, 2000: 83-121
- [50] Centro médico podológico. (2014). Barcelona, España. Recuperado de: <https://www.centrepodomedic.com/Blog/angulos-pie/>.
- [51] Padró, M. L., & Moliné, S. M. (2003). Alteraciones de la bóveda plantar. *Rev Esp Reumatol*, 30(9), 489-98.
- [52] Cavanagh, P. R., Rodgers, M. M., & Liboshi, A. (1987). Pressure distribution under symptom-free feet during barefoot standing. *Foot & Ankle*, 7(5), 262-278.
- [53] Moaveni, S., (1999). *Finite Element Analysis, Theory and applications with ANSYS*, New Jersey, EU. Prentice Hall.
- [54] Cook, R. D., (2013). *Finite element modeling for stress analysis*. Prentice Hall.
- [55] Wriggers, P. (2012). Computational contact mechanics. *Computational Mechanics*, 49(6), 1.
- [56] National Institute of Biomedical Imaging and Bioengineering. (2013). Computed Tomography (CT). Maryland, EUA: National Institutes of Health.: <https://www.nibib.nih.gov/science-education/science-topics/computed-tomography-ct>
- [57] National Institute of Biomedical Imaging and Bioengineering. (2013). Magnetic Resonance Imaging (MRI). Maryland, EUA: National Institutes of Health.: <https://www.nibib.nih.gov/science-education/science-topics/magnetic-resonance-imaging-mri>
- [58] Morales Orcajo, E., de las Casas, E. B., & López, J. B. (2015). *Computational foot modeling for clinical assessment* (Doctoral dissertation, Ph. D. thesis. Universidad de Zaragoza).
- [59] Universidad de Coruña, (s.f.), UDC, Coruña España.: Ingeniería Tisular del cartílago. Recuperado de http://ruc.udc.es/dspace/bitstream/handle/2183/16161/Compa%C3%B1Parodi_Antonio_TFM_2016.pdf?sequence=2

- [60] Bertoli, A. M., Audisio, M. J., Py, G., & Hayes-Salinas, M. (2015). El cartílago hialino y la ultrasonografía: revisión de la literatura. *Rev. argent. reumatol*, 26(4), 22-29.
- [61] Herrera Pérez, M. U., Cortés García, O., & Friend Sicilia, H. (2010). Conceptos actuales en artrosis de tobillo. Criterios de indicación de artroplastia total de tobillo en nuestro servicio.
- [62] Wan, L., de Asla, R. J., Rubash, H. E., & Li, G. (2008). In vivo cartilage contact deformation of human ankle joints under full body weight. *Journal of orthopaedic research*, 26(8), 1081-1089.
- [63] Morales-Orcajo, E., Souza, T. R., Bayod, J., & de Las Casas, E. B. (2017). Non-linear finite element model to assess the effect of tendon forces on the foot-ankle complex. *Medical Engineering & Physics*, 49, 71-78.
- [64] Gefen, A. (2002). Stress analysis of the standing foot following surgical plantar fascia release. *Journal of Biomechanics*, 35(5), 629-637.
- [65] Petre, M., Erdemir, A., Panoskaltsis, V. P., Spirka, T. A., & Cavanagh, P. R. (2013). Optimization of nonlinear hyperelastic coefficients for foot tissues using a magnetic resonance imaging deformation experiment. *Journal of biomechanical engineering*, 135(6).
- [66] Guo, J., Liu, X., Ding, X., Wang, L., & Fan, Y. (2018). Biomechanical and mechanical behavior of the plantar fascia in macro and micro structures. *Journal of biomechanics*, 76, 160-166.
- [67] Morales-Orcajo, E., de Bengoa Vallejo, R. B., Iglesias, M. L., & Bayod, J. (2016). Structural and material properties of human foot tendons. *Clinical Biomechanics*, 37, 1-6.
- [68] Ou, H., Qaiser, Z., Kang, L., & Johnson, S. (2018). Effect of Skin on Finite Element Modeling of Foot and Ankle During Balanced Standing. *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*, 23(1), 132-137.
- [69] Isvilanonda, V. (2015). *Finite element modeling of the foot* (Doctoral dissertation).
- [70] Koltsov, J. C., Greenfield, S. T., Soukup, D., Do, H. T., & Ellis, S. J. (2017). Validation of Patient-Reported Outcomes Measurement Information System computerized adaptive tests against the Foot and Ankle Outcome Score for 6 common foot and ankle pathologies. *Foot & ankle international*, 38(8), 870-878.
- [71] Crevoisier, X., Assal, M., & Stanekova, K. (2016). Hallux valgus, ankle osteoarthritis and adult acquired flatfoot deformity: a review of three common foot and ankle pathologies and their treatments. *EFORT open reviews*, 1(3), 58-64.
- [72] Toullec, E. (2014). Lesiones del tendón tibial posterior. *EMC-Podología*, 16(3), 1-11.
- [73] Aquino, A., & Payne, C. (1999). Function of the plantar fascia. *The foot*, 9(2), 73-78.
- [74] Osuna-Ramírez, I., Hernández-Prado, B., Campuzano, J. C., & Salmerón, J. (2006). Índice de masa corporal y percepción de la imagen corporal en una población adulta mexicana: la precisión del autorreporte. *Salud pública de México*, 48(2), 94-103.

- [75] Frey, C., & Zamora, J. (2007). The effects of obesity on orthopaedic foot and ankle pathology. *Foot & ankle international*, 28(9), 996-999.
- [76] Dowling, A. M., Steele, J. R., & Baur, L. A. (2004). What are the effects of obesity in children on plantar pressure distributions?. *International journal of obesity*, 28(11), 1514-1519.
- [77] Vela, S. A., Lavery, L. A., Armstrong, D. G., & Anaim, A. A. (1998). The effect of increased weight on peak pressures: implications for obesity and diabetic foot pathology. *The Journal of foot and ankle surgery*, 37(5), 416-420.
- [78] Cheung, J. T. M., An, K. N., & Zhang, M. (2006). Consequences of partial and total plantar fascia release: a finite element study. *Foot & ankle international*, 27(2), 125-132.
- [79] Ozen, M., Sayman, O., & Havitcioglu, H. (2013). Modeling and stress analyses of a normal foot-ankle and a prosthetic foot-ankle complex. *Acta of Bioengineering and Biomechanics*, 15(3).
- [80] Cheung, J. T. M., & Zhang, M. (2005). A 3-dimensional finite element model of the human foot and ankle for insole design. *Archives of physical medicine and rehabilitation*, 86(2), 353-358.
- [81] Taha, Z., Norman, M. S., Omar, S. F. S., & Suwarganda, E. (2016). A finite element analysis of a human foot model to simulate neutral standing on ground. *Procedia engineering*, 147, 240-245.
- [82] Wang, Y., Wong, D. W. C., Tan, Q., Li, Z., & Zhang, M. (2019). Total ankle arthroplasty and ankle arthrodesis affect the biomechanics of the inner foot differently. *Scientific reports*, 9(1), 1-12.
- [83] Morales-Orcajo, E., Souza, T. R., Bayod, J., & de Las Casas, E. B. (2017). Non-linear finite element model to assess the effect of tendon forces on the foot-ankle complex. *Medical engineering & physics*, 49, 71-78.
- [84] Qiu, T. X., Teo, E. C., Yan, Y. B., & Lei, W. (2011). Finite element modeling of a 3D coupled foot–boot model. *Medical engineering & physics*, 33(10), 1228-1233.
- [85] Li, Y., Leong, K. F., & Gu, Y. (2019). Construction and finite element analysis of a coupled finite element model of foot and barefoot running footwear. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part P: Journal of Sports Engineering and Technology*, 233(1), 101-109.
- [86] Grigoriadis, G., Carpanen, D., Bull, A. M. J., & Masouros, S. D. (2016). A finite element model of the foot and ankle for prediction of injury in under-body blast. IRCOBI.
- [87] Akrami, M., Qian, Z., Zou, Z., Howard, D., Nester, C. J., & Ren, L. (2018). Subject-specific finite element modelling of the human foot complex during walking: sensitivity analysis of material properties, boundary and loading conditions. *Biomechanics and modeling in mechanobiology*, 17(2), 559-576.
- [88] Nakamura, S., Crowninshield, R. D., & Cooper, R. R. (1981). An analysis of soft tissue loading in the foot--a preliminary report. *Bulletin of prosthetics research*, 10, 27-34.

Salamanca, Gto., a 22 de Septiembre del 2020.

M. en I. HERIBERTO GUTIÉRREZ MARTÍN
JEFE DE LA UNIDAD DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR
PRESENTE.-

Por medio de la presente, se otorga autorización para proceder a los trámites de impresión, empastado de tesis y titulación al alumno(a) Natali Mancera Campos del *Programa de Maestría en* Ingeniería Mecánica y cuyo número de NUA es: 144414 del cual soy director. El título de la tesis es: Análisis de los efectos de las no linealidades de tejidos blandos y contactos en el comportamiento biomecánico del pie.

Hago constar que he revisado dicho trabajo y he tenido comunicación con los sinodales asignados para la revisión de la tesis, por lo que no hay impedimento alguno para fijar la fecha de examen de titulación.

ATENTAMENTE



Dr. Agustín Vidal Lesso
NOMBRE Y FIRMA
DIRECTOR DE TESIS
SECRETARIO



Dr. Agustín Vidal Lesso
NOMBRE Y FIRMA
DIRECTOR DE TESIS



Dr. Héctor Plascencia Mora
NOMBRE Y FIRMA
PRESIDENTE



Dr. Víctor Alfonso Ramírez Elías
NOMBRE Y FIRMA
VOCAL