

# UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO



DIVISIÓN DE CIENCIAS E INGENIERÍAS, CAMPUS LEÓN

## Modelos Cosmológicos de Supergravedad

Autor: Lic. Yulier Jiménez Santana

Una tesis en aspiración al grado de Maestro en Física en la Universidad de Guanajuato.

Asesores:  
Dra. Nana Cabo Bizet  
Dr. Oscar Loiza Brito

*Febrero del 2017*



*Dedicado a los más grandes: mi mamá, mi papá y mi hermano.*



# Agradecimientos

En este pequeño espacio quisiera agradecer a las instituciones y personas que en mayor o menor medida han hecho posible que alcanzara esta meta. En primer lugar a mis padres y hermano, mi inspiración y mi fuerza. Agradecer también a mi novia anita por contar siempre con su apoyo en la distancia y por su espera. En especial a mis asesores Dra. Nana Cabo Bizet y Dr. Oscar Loaiza Brito. Nana por su paciencia y enseñanza. A los sinodales por sus comentarios y correcciones. Un agradecimiento también al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la posibilidad que me brindó de poder estudiar en una maestría de Competencia Internacional. A los viejos amigos, y a los nuevos amigos mexicanos. A mis profes de la primaria, secundaria, IPVCE “Carlos Roloff”, Universidad de Oriente y de la División de Ciencias e Ingeniería de la UGTO.



# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>V</b>
<b>1 Supersimetría</b>	<b>1</b>
1.1 Álgebra de SUSY.	1
1.2 Superespacio y supercampos	2
1.2.1 Variables de Grassmann	2
1.2.2 Supercampos	3
1.2.3 Lagrangiano y acción supersimétrica.	5
1.2.4 Modelo para un superpotencial y potencial de Kähler genérico	6
1.2.5 Teorías de calibración en SUSY	7
1.2.6 Rompimiento de supersimetría	7
<b>2 Supergravedad(SUGRA)</b>	<b>11</b>
2.1 Acción del supercampo quiral en espacios curvos.	11
2.2 Acople del supercampo quiral a SUGRA.	13
2.2.1 Ejemplo de estudio. Modelo de Wess-Zumino [1]	13
2.3 Caso general.	16
<b>3 Inflación en supergravedad</b>	<b>17</b>
3.1 Inflación.	17
3.1.1 Pequeño rodamiento de inflación (slow-roll inflation).	18
3.2 Inflación en supergravedad.	21
<b>4 Modelos Cosmológicos de SUGRA con supercampos nilpotentes</b>	<b>25</b>
4.1 Potencial de SUGRA con multipletes nilpotentes	26
4.2 Modelo de Kawasaki, Yamaguchi, Yanagida [29]	27
4.2.1 Relación de inflación en supergravedad con teorías de cuerdas (inflación “supernatural” [49]).	29
4.3 Modelo Kachru, Kallosh, Linde y Trivedi (KKLT [45])	30
4.4 Modelo O’KKLT	32
<b>A SUSY</b>	<b>39</b>
A.1 Transformación de las componentes del multiplete quiral.	39
<b>B Términos de la acción de SUGRA.</b>	<b>41</b>
B.1 Términos de Sugra	41
B.2 Supercampo nilpotente	41
<b>C Ejemplos</b>	<b>43</b>
C.1 Cálculo del potencial	43



# Introducción

La naturaleza está llena de simetrías, en la física estas juegan un papel fundamental. A la hora de obtener información sobre un sistema, si conocemos alguna simetría de este, sabremos la cantidad conservada correspondiente o viceversa (Teorema de Noether [8]). Las simetrías constituyen transformaciones tales que  $\delta_\epsilon S = S' - S = 0$ , donde  $S$  es la acción correspondiente al sistema. Pueden ser globales o locales y ambas clases juegan un papel protagónico en la física de partículas moderna, pues permiten clasificar a las partículas de acuerdo a diferentes números cuánticos (espín, carga, etc). Las interacciones entre partículas cumplen un principio de norma en el caso de las simetrías locales.

Un logro importante de la física en el siglo XX es el Modelo Estándar (SM <sup>1</sup>) de las partículas, que describe las partículas conocidas y sus interacciones. Sus resultados han sido comprobados experimentalmente así como sus predicciones (Ej:el bosón de Higgs [21], [5]). Sin embargo a pesar de su éxito hay una serie de cuestiones que no ha podido resolver, como el problema de la jerarquía, el hecho de que las correcciones cuánticas a la masa Higgs producen un valor mayor que la medida en el LHC. Otro problema es el de la constante cosmológica (también de jerarquía) interpretada como energía de vacío y cuyo valor calculado teóricamente ha de ajustarse grandemente para concordar con las observaciones cosmológicas (la escala del SM daría un resultado 120 órdenes mayor, la peor predicción hecha teóricamente por la física). Una cuestión también por resolver, es que no logra incluir a la gravedad dentro de las interacciones fundamentales del modelo (solo describe las interacciones de manera fuerte y la electrodébil a nivel cuántico).

Estas cuestiones sin resolver y otras [2], hacen que sea necesario ir más allá del modelo estándar y considerar nuevas ideas y teorías. Una de estas ideas más allá del Modelo Estándar es la supersimetría (**SUSY**), una simetría entre bosones y fermiones, <sup>2</sup> partículas que tienen un comportamiento bien diferente, dado fundamentalmente por el principio de exclusión de Pauli. Entre las cuestiones que hacen la supersimetría atractiva, está por ejemplo, su papel estabilizando la masa del Higgs a su valor experimental de aproximadamente 125 GeV [5] de las correcciones cuánticas, es decir, resuelve el problema de la jerarquía [13], ya que las contribuciones a la masa de la parte fermiónica se cancelan con las de la parte bosónica [1], [4], [15],[12]. También propone uno de los mejores candidatos a la materia oscura, el neutralino que pudiera ser una de las partículas supersimétricas más ligeras (LSP) del MSSM (Modelo estándar mínimamente supersimétrico). Esta partícula sería muy estable y solo interactuaría débilmente con la materia ordinaria a través de las interacciones débil y gravitatoria. Otra predicción interesante es que de acuerdo a la supersimetría tiene que haber una energía donde las tres interacciones fundamentales del modelo estándar se unifiquen (alrededor de los  $10^{16}$  GeV) [2], [13].

Tal vez unas de las motivaciones más importante para SUSY, es que su álgebra es la única de todas las álgebras graduada de Lie que genera simetrías de la matriz-S consistente con la teoría cuántica de campo (QFT). Es decir, es la única manera de combinar las simetrías espacio-tiempo con las simetrías internas de manera consistente con una teoría de campo relativista. La demostración de esto está basado en el teorema de Cólman-Mandula, que habla acerca de todas las posibles simetrías que puede tener la matriz-S ver [1],[2],[4].

Una consecuencia de la supersimetría es la supergravedad (SUGRA) (gravedad + supersimetría), teoría obtenida cuando el parámetro de transformación de supersimetría pasa a ser local ( $\xi \mapsto \xi(x)$ ). En este caso el campo de norma que aparece en la derivada covariante para mantener la invarianza ante la transformación,

---

<sup>1</sup>Standar Model.

<sup>2</sup>En caso de que exista, ya que aún no hay evidencia de esta, ver [5].

es el gravitino  $\psi_\mu^\alpha$  con espín 3/2. La supergravedad es uno de los intentos por lograr unificar la gravedad con el resto de las interacciones fundamentales en el marco cuántico.

Independiente de lo prometedor que resulten la SUSY o la SUGRA, incluso otras teorías como la teoría de cuerdas, todas padecen del mismo problema y es que no existe ninguna predicción observada en la naturaleza. De ahí la importancia de encontrar esta conexión.

En cuanto a las observaciones cosmológicas, se han logrado hasta el momento datos muy precisos sobre nuestro universo [40], [50], [51], [57] y esto permite que varios modelos de los existentes puedan ser testados con gran precisión. Así mismo los estudios experimentales son una referencia para los nuevos modelos que surjan de teorías en donde no existen evidencias observacionales, como la teoría de cuerdas. Todo indica que nuestro universo se expande de manera acelerada [15], [48], [54] y esta aceleración está determinada por la constante cosmológica [23] mencionada anteriormente, y que a escalas mayores que 300 millones de años luz, la distribución de materia es homogénea e isotrópica [15]. Por otra parte los datos recogidos de la radiación de fondo cósmico (CMB) muestran que existen regiones desconectadas causalmente (fuera del cono de luz) que poseen la misma información como por ejemplo la temperatura y densidad, y por lo tanto, es un misterio el por qué la radiación es tan uniforme en todas las direcciones (problema del horizonte). Una de las posibles explicaciones para la homogeneidad de la CBM, es que estas zonas en algún momento de la historia del universo [18] estaban en “contacto” y durante un período de tiempo se separaron muy rápidamente ver figura 1. A esta etapa de evolución del universo se le conoce como inflación. La teoría de inflación combinada con la mecánica cuántica, también explica como se formaron las estructuras del universo, estrellas, galaxias, etc, a partir de fluctuaciones cuánticas que se amplificaron durante la expansión y que generaron pequeñas inhomogeneidades en la temperatura y en la densidad del espacio, creando la estructura a gran escala del universo durante este período. Otras cuestiones como la planicidad del universo, [10] que no puede ser explicada por el big bang convencional, la inflación lo resuelve.

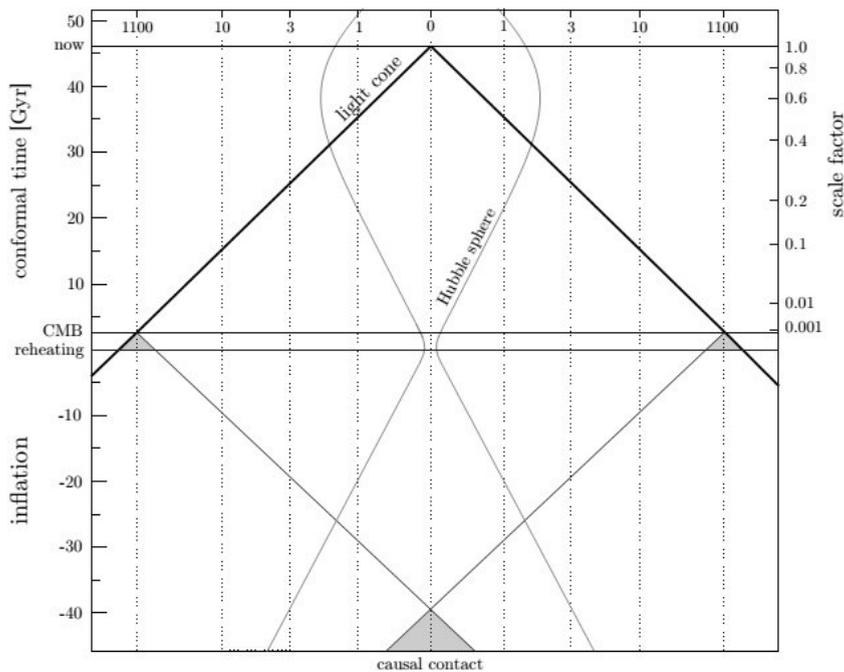


Figura 1: La gráfica muestra la solución al problema del horizonte. La expansión acelerada justifica que estas zonas que parecen desconectadas lo hayan estado durante un corto período de tiempo, dicha expansión provoca la contracción del radio de la esfera de Hubble. Las líneas discontinuas representan observadores comóviles. Se observa también que el radio de Hubble comenzó a contraerse debido a la expansión acelerada actual. Se utilizó la escala de tiempo conforme, ya que es más conveniente para observar el período de inflación [14],[24].

Por lo anterior y porque sus predicciones han sido bien confirmadas por las observaciones [16], [20], aunque existen otros modelos alternativos, la inflación está dentro del denominado Modelo Estándar del big bang caliente y esto hace que resulte deseable tratar de obtenerla de alguna teoría fundamental como por ejemplo la supergravedad o la teoría de cuerdas. La teoría de cuerdas es una buena candidata para la gravedad cuántica, lo cual es suficiente, puesto que inflación está cerca de la singularidad inicial. En este sentido también para estas teorías que aún no se han confirmado o que no pueden ser confirmadas con el experimento como la teoría de cuerdas, la cosmología en general pudiera ser la rama experimental que las consiga legitimar.

La tesis está organizada de la siguiente manera: en el capítulo 1 se hablará de supersimetría. Aquí se expondrá el álgebra de SUSY y el formalismo de los supercampos, para describir las interacciones en supersimetría. En particular se presentarán los multipletes quirales y vectorial. Mientras que el capítulo 2 se verá como promoviendo una simetría global a una local para el caso de una transformación de supersimetría, se obtiene la supergravedad y las ideas fundamentales de como obtener la acción conforme de SUGRA con multipletes quirales, generalizando estos en superespacios curvos. Debido a lo extenso del tema de SUGRA solo se verán aspectos generales y algunas deducciones, para esto se seguirán los métodos usados en [1]. Esta acción se usará en los modelos con supercampos nilpotentes [35], [43], [44], [45], [46] del capítulo 4, sobre todo el término- $F$  del potencial escalar ( $V = V_F + V_D$ ). También se estudiará el papel de los campos auxiliares <sup>3</sup> en el rompimiento de SUSY. En el capítulo 3 se presentan los rudimentos de inflación, y las condiciones para que ocurra (pequeño rodamiento). Se analizará el ejemplo clásico de un potencial  $\frac{m\phi^2}{2}$  y de inflación híbrida, para después generalizar estas ideas con la supergravedad donde se tendrán en cuenta los multipletes quiral inflatón y quiral goldstino, este último encargado de romper la supersimetría. El objetivo de esta tesis es revisar una serie de investigación de modelos de supergravedad con supercampos nilpotentes, con vista de obtener vacíos de dS estables. Este objetivo se enfatizará en el último capítulo (el 3).

---

<sup>3</sup>Solo se verá el papel del campo  $F$ .



# Capítulo 1

## Supersimetría

En este capítulo introduciremos el álgebra de Supersimetría (SUSY) y el formalismo de los supercampos. Muy importante será ver como transforman cada una de las componentes de los supercampos a la hora de escribir una acción invariante bajo SUSY. Se hablará también de la función del campo auxiliar  $F$  en el rompimiento de supersimetría.

<sup>1</sup> Como ya se dijo en la introducción, la supersimetría, es la simetría que unifica bosones y fermiones, conectando las simetrías espacio-tiempo con las simetrías internas. Usualmente lo que se observa en la naturaleza es que los generadores de simetría, ya sean del grupo de Poincaré o de las simetrías internas, transforman bosones en bosones y fermiones en fermiones. Ahora si tenemos SUSY, podemos transformar estados bosónicos en fermiónicos y viceversa. Esto es:

$$Q_\alpha |F\rangle = |B\rangle, \quad \bar{Q}_{\dot{\alpha}} |B\rangle = |F\rangle$$

Estos generadores  $Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}$  son espinores en la representación de Weyl del grupo de Lorentz  $(\frac{1}{2}, 0)$  y  $(0, \frac{1}{2})$ , con  $\alpha, \dot{\alpha} = 1, 2$ . Junto a los generadores del grupo de Poincaré  $M^{\mu\nu}$  de las transformaciones de Lorentz y  $P^\mu$  de las traslaciones, más lo de las simetrías internas  $T_i$  conforman la nueva álgebra de SUSY[2], en cuyas relaciones de conmutación y anticonmutación ( $Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}$  son espinores de Weyl y por lo tanto anticonmutan) están codificadas las propiedades de transformación de SUSY.

### 1.1 Álgebra de SUSY.

El álgebra de la SUSY  $N = 1$  está dada por:

$$[P^\mu, P^\nu] = 0, \tag{1.1}$$

$$[M^{\mu\nu}, P^\sigma] = i(P^\mu \eta^{\nu\sigma} - P^\nu \eta^{\mu\sigma}), \tag{1.2}$$

$$[M^{\mu\nu}, M^{\rho\sigma}] = i(M^{\mu\sigma} \eta^{\nu\rho} + M^{\nu\rho} \eta^{\mu\sigma} - M^{\mu\rho} \eta^{\nu\sigma} - M^{\nu\sigma} \eta^{\mu\rho}), \tag{1.3}$$

$$[Q_\alpha, M^{\mu\nu}] = (\sigma^{\mu\nu})_\alpha^\beta Q_\beta, \tag{1.4}$$

$$[Q_\alpha, P^\mu] = 0, \tag{1.5}$$

$$\{Q_\alpha, Q_\beta\} = 0, \tag{1.6}$$

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 2(\sigma)^\mu_{\alpha\dot{\beta}} P_\mu, \tag{1.7}$$

$$[Q_\alpha, T_i] = 0 \text{ (en general)}. \tag{1.8}$$

Donde  $P^\mu$  y  $M^{\mu\nu}$  son los generadores del grupo de Poincaré (traslaciones+transformaciones de Lorentz),  $\mu = 0, \dots, 3$ .

---

<sup>1</sup>Existen extensiones de SUSY,  $N = 2, \dots, N$  en donde las  $N$  representan las cantidad de generadores. En principio, desde el punto de vista matemático no hay nada que limite la cantidad de supersimetrías. Para teorías de campos o de supergravedad hay un número máximo, que depende de que cuando las transformaciones actúen sobre los multipletes físicos, en el límite de bajas energías, la teoría debe reducirse a relatividad general o a una teoría renormalizable en un espacio plano.

La representación matricial para  $M^{\mu\nu}$  es:

$$(M^{\rho\sigma})^\mu{}_\nu = i(\eta^{\mu\nu}\delta^\rho{}_\nu - \eta^{\rho\mu}\delta^\sigma{}_\nu). \quad (1.9)$$

Los  $\sigma^\mu$  son las matrices de Pauli y la identidad.

$$\sigma^\mu = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}. \quad (1.10)$$

Con  $\sigma^{\mu\nu}$  junto con  $\bar{\sigma}^{\mu\nu}$  son los generadores del grupo lineal especial  $SL(2, \mathbb{C})$  y se definen a partir las matrices de Pauli,  $\sigma^\mu$ , además satisfacen el álgebra de Lorentz dado en [2].

Podemos subir y bajar índices utilizando la métrica de Minkowski  $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$  ya que esta es invariante bajo las transformaciones de Lorentz:

$$\Lambda^T \eta \Lambda = \eta. \quad (1.11)$$

El análogo bajo las transformaciones del grupo  $SL(2, \mathbb{C})$  es  $\epsilon^{\alpha\beta}$ .

Ahora de acuerdo con el álgebra, si tenemos un estado bosónico  $|B\rangle$  y uno fermiónico  $|F\rangle$ , entonces cuando  $Q_\alpha$  y  $\bar{Q}_{\dot{\beta}}$  actúan sobre estos ocurre que:

$$Q_\alpha |F\rangle = |B\rangle, \quad \bar{Q}_{\dot{\beta}} |B\rangle = |F\rangle \implies Q_\alpha \bar{Q}_{\dot{\beta}} |B\rangle = |B\rangle \text{ trasladado.} \quad (1.12)$$

Es decir, dos transformaciones de la forma anterior sobre un estado  $|B\rangle$  produce ese mismo estado  $|B\rangle$  trasladado a otro punto del espacio-tiempo, esto se ve de la ecuación 1.7. Otra consecuencia de 1.7 es que  $Q$  tiene invarianza traslacional, por lo que  $Q$  no cambia la energía ni el momento y esto implica que cuando SUSY no está rota todas las partículas y sus supercompañeros tienen la misma masa, luego con más detalle se abordará esto.

## 1.2 Superespacio y supercampos

Los supercampos son una manera cómoda y compacta de describir SUSY (para  $N = 1$  en  $4d$ ) y son muy útiles a la hora de construir un lagrangiano supersimétrico. Un supercampo  $Y(X)$  es función del superespacio  $X(x^\mu, \theta_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}})$ , es decir es coordenada del espacio-tiempo  $x^\mu$  y de las coordenadas espinoriales  $\theta_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$ . De la misma manera que los campos “ordinarios” transforman bajo el grupo de Poincaré, ahora estos supercampos se transforman bajo SUSY y además sus componentes se van a transformar unas en otras.

### 1.2.1 Variables de Grassmann

Los elementos  $\theta$  y  $\bar{\theta}$  son variables de Grassmann por lo que anticonmutan:

$$\{\theta_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}\} = 0. \quad (1.13)$$

Debido a esta propiedad las operaciones con este tipo de variables son bastante curiosas. Estos números o variables de Grassmann fueron introducidos por el matemático alemán Hermann Grassmann (1809-1877) y tiempo después se vió que estos servían para describir a los fermiones. A partir de (1.13) tenemos que:

$$\{\theta, \theta\} = \theta\theta + \theta\theta = 2\theta^2 = 0 \implies \theta^2 = 0. \quad (1.14)$$

Debido a esto si expandimos en serie de potencia una función que dependa de una variable  $\theta$ , el mayor desarrollo que tendremos será hasta la potencia lineal de  $\theta$ .

$$F(\theta) = F_0 + \theta F_1 + \theta^2 F_2 + \dots + \theta^n F_n = F_0 + \theta F_1. \quad (1.15)$$

Hay que tener en cuenta la definición del producto de  $\theta\theta := \theta^\alpha \theta_\alpha = \epsilon^{\alpha\beta} \theta_\beta \theta_\alpha$  con la representación matricial de  $\epsilon^{\alpha\beta}$ :

$$\epsilon^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = -\epsilon_{\alpha\beta}. \quad (1.16)$$

En cuanto a la derivación:

$$\frac{d}{d\theta_1}(\theta_1\theta_2) = \theta_2 = -\frac{d}{d\theta_1}(\theta_2\theta_1). \quad (1.17)$$

En tanto la integración:

$$\int d\theta \frac{dF(\theta)}{d\theta} = 0 \implies \int d\theta = 0. \quad (1.18)$$

$$\int d\theta\theta := 1 \implies \theta = \delta(\theta). \quad (1.19)$$

Teniendo en cuenta lo anterior se tiene que:

$$\int d\theta F(\theta) = \int d\theta(F_0 + \theta F_1) = F_1 = \frac{dF(\theta)}{d\theta}. \quad (1.20)$$

### 1.2.2 Supercampos

El supercampo más general que podemos desarrollar en potencias de  $\theta_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$  es:

$$Y(x, \theta, \bar{\theta}) = \varphi(x^\mu) + \theta\psi(x) + \bar{\theta}\bar{\chi}(x) + \theta\theta m(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}n(x) + (\theta\sigma^\mu\bar{\theta})v_\mu(x) + (\theta\theta)\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) + (\bar{\theta}\bar{\theta})\theta\phi(x) + (\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta})d(x). \quad (1.21)$$

Todas las demás potencias de la expansión son ceros. Lo cómodo de usar estos supercampos o supermultipletes es que cada coeficiente de las  $\theta, \bar{\theta}$  representa un campo escalar, vectorial o fermiónico y por lo tanto todos estos se pueden tratar como un solo campo (supercampo). Corresponde ahora ver como transforman estos supercampos bajo SUSY.

#### Transformaciones bajo supersimetría

Cuando se hace una transformación de SUSY con parámetro  $\xi$  a las coordenadas del superespacio [2] estas transforman como:

$$\delta_\xi x^\mu = i(\theta\sigma^\mu\bar{\xi} - \xi\sigma^\mu\bar{\theta}). \quad (1.22)$$

$$\delta_\xi\theta = \xi. \quad (1.23)$$

$$\delta_{\bar{\xi}}\bar{\theta} = \bar{\xi}. \quad (1.24)$$

Por lo que un supercampo  $Y = Y(x, \theta, \bar{\theta})$  transformaría como:

$$\delta_\xi Y = i(\xi Q + \bar{\xi}\bar{Q})Y. \quad (1.25)$$

Los generadores de las transformaciones están dado por:

$$Q_\alpha \equiv -i\frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} - (\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\beta}}\bar{\theta}^{\dot{\beta}}\frac{\partial}{\partial x^\mu}. \quad (1.26)$$

$$\bar{Q}_{\dot{\alpha}} \equiv i\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} + \theta^\beta(\sigma^\mu)_{\beta\dot{\alpha}}\frac{\partial}{\partial x^\mu}. \quad (1.27)$$

Donde los parámetros de transformación  $\xi^\alpha, \bar{\xi}^{\dot{\alpha}}$  son espinores de Weyl. De 1.25 y 1.21 se obtiene como transforman cada uno de las componentes del multiplete de  $Y$ [2]. En la práctica no se utilizan supercampos con todas las componentes, si no que se eliminan algunas de estas imponiendo ciertas constricciones. Ejemplos de estos nuevos multipletes son el multiplete quiral y el multiplete vectorial.

### Supercampo quiral

Un supercampo quiral se obtiene cuando aplicamos la constricción  $\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi = 0$ <sup>2</sup> [2], con:

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}} \equiv -\frac{\partial}{\partial\theta^{\dot{\alpha}}} - i\theta^{\beta}(\sigma^{\mu})_{\beta\dot{\alpha}}\frac{\partial}{\partial x^{\mu}}. \quad (1.28)$$

Siendo  $\bar{D}_{\dot{\alpha}}$  una derivada covariante ante SUSY.

Haciendo el cambio de variables  $y^{\mu} = x^{\mu} + i\theta\sigma^{\mu}\bar{\theta}$  y sustituyendo en  $\Phi = \Phi(y, \theta, \bar{\theta})$ , se obtiene que este multiplete no depende explícitamente de la coordenada  $\bar{\theta}$  y está dado por:

$$\Phi(y, \theta) = \varphi(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) + \theta\theta F(y). \quad (1.29)$$

Donde  $\varphi$  es la parte escalar (higgs, squarks, etc.),  $\psi$  la parte fermiónica (quarks, leptones, etc) y  $F$  es un campo auxiliar que ayuda a mantener la cerradura del álgebra, además puede ser eliminado usando las ecuaciones del movimiento de un lagrangiano supersimétrico, de ahí que se considere un campo auxiliar y tampoco es un campo que se propaga, es decir, no tiene términos cinéticos, lo importante de  $F$  además de la cerradura es que rompe la supersimetría.

Para ver como transforman cada una de las componentes (Ver apéndice A) nos fijamos en que  $\delta_{\xi}\Phi \equiv \delta_{\xi}\varphi + \sqrt{2}\theta\delta_{\xi}\psi + \theta\theta\delta_{\xi}F$  y comparando con el resultado de  $\delta_{\xi}\Phi = i(\xi Q + \bar{\xi}\bar{Q})\Phi$  e igualando los términos de iguales potencia de  $\theta$  y  $\bar{\theta}$  se tiene que:

$$\begin{aligned} \delta_{\xi}\varphi &= \sqrt{2}\xi\psi, \\ \delta_{\xi}\psi &= i\sqrt{2}\sigma^{\mu}\bar{\xi}\partial_{\mu}\varphi + \sqrt{2}\xi F, \\ \delta_{\xi}F &= i\sqrt{2}\bar{\xi}\bar{\sigma}^{\mu}\partial_{\mu}\psi. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Es importante observar que el único término que transforma como una derivada total es el  $F$ , es decir, la componente más alta del supermultiplete ( $\theta\theta F$ ) y esto se tendrá en cuenta a la hora de construir una acción que sea invariante ante SUSY.

Para retornar a coordenadas originales  $x^{\mu}, \theta, \bar{\theta}$ , se sustituye  $y^{\mu} = x^{\mu} + i\theta\sigma^{\mu}\bar{\theta}$  en (1.29) y se expande a cada una de sus componentes,  $\varphi, \psi, F$  en potencias de  $i\theta\sigma^{\mu}\bar{\theta}$ . Ej para  $\varphi$ :

$$\varphi(x + i\theta\sigma^{\mu}\bar{\theta}) = \varphi(x) + i\theta\sigma^{\mu}\bar{\theta}\partial_{\mu}\varphi(x) + \frac{(i\theta\sigma^{\mu}\bar{\theta})^2}{2}\partial_{\mu}\partial^{\mu}\varphi(x). \quad (1.31)$$

Haciendo lo mismo para el resto:

$$\Phi(x, \theta, \bar{\theta}) = \varphi(x) + \sqrt{2}\theta\psi(x) + \theta\theta F + i\theta\sigma^{\mu}\bar{\theta}\partial_{\mu}\varphi(x) - \frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\theta)\partial_{\mu}\psi(x)\sigma^{\mu}\bar{\theta} - \frac{1}{4}(\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta})\partial_{\mu}\partial^{\mu}\varphi(x). \quad (1.32)$$

### Supercampo vectorial

Otra constricción que se puede aplicar para reducir componente es que el supercampo sea real,  $V = V^{\dagger}$ , ver [7]. En este caso la componente que transforma como una derivada total, es la más alta como el caso del quiral.

Se pueden reducir más componentes a este supermultiplete utilizando la norma de Wess-Zumino que básicamente parte del hecho de que la suma de un multiplete quiral ( $\Phi + \bar{\Phi}$ ) y su conjugado da un multiplete real en donde el término de la suma  $i\theta\sigma^{\mu}\bar{\theta}\partial_{\mu}(\varphi - \bar{\varphi})$  tiene este gradiente que motiva a esta norma [1] [2].

$$V_{WZ} = (\theta\sigma^{\mu}\bar{\theta})v_{\mu}(x) + (\theta\theta)\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) + (\bar{\theta}\bar{\theta})\theta\lambda(x) + \frac{1}{2}(\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta})D(x). \quad (1.33)$$

<sup>2</sup>También se define un supercampo antiquiral como:  $D_{\alpha}\bar{\Phi} = 0$ , con  $D_{\alpha} \equiv \frac{\partial}{\partial\theta^{\alpha}} + i(\sigma^{\mu})_{\alpha\dot{\beta}}\bar{\theta}^{\dot{\beta}}\frac{\partial}{\partial x^{\mu}}$ . Si  $\Phi$  es quiral, entonces  $\bar{\Phi} = \Phi^{\dagger}$  es antiquiral.

Donde la componente  $v_\mu$  es la parte vectorial y contiene las partículas bosónicas de norma (fotón, gluón,  $Z$  y  $W^\pm$ ),  $\lambda, \bar{\lambda}$  son la parte fermiónica y contiene a los gauginos y  $D$  es un campo auxiliar que tiene un papel similar al de  $F$  en el supercampo quiral de mantener la cerradura de la transformación y para conservar los mismos grados de libertad entre los bosones y fermiones. Este campo tampoco tiene términos cinéticos. Esta norma es conveniente para calcular pero no es supersimétrica aunque esto se puede tratar [11].

### 1.2.3 Lagrangiano y acción supersimétrica.

Queremos determinar ahora las ecuaciones del movimiento de estos campos y por lo tanto necesitamos escribir el lagrangiano para poder tener la acción. Y como la teoría tiene que ser invariante bajo SUSY entonces (aunque después se le agreguen términos a la lagrangiana para que rompa la supersimetría ya que en realidad SUSY está rota.) la acción tiene que ser invariante ante estas transformaciones.

$$\delta_\xi A = 0 \implies \delta_\xi \mathcal{L} = 0 \quad \text{ó} \quad \partial_\mu \mathcal{L}. \quad (1.34)$$

Para una acción:

$$A = \int d^4x \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \mathcal{L}. \quad (1.35)$$

Teniendo en cuenta (1.36), los términos que se escogen del lagrangiano son aquellos que transformen como derivadas totales, por ejemplo el término  $F$  del supercampo quiral y el término  $D$  del supercampo vectorial.

La lagrangiana más general en funciones de supercampos quirales la podemos escribir como:

$$\mathcal{L} = K(\theta, \bar{\theta})|_D + (W(\theta) + c.c.)|_F. \quad (1.36)$$

Donde el primer término es una función de campos quirales y sus conjugados,  $|_D$  se refiere a la componente más alta que transforma como una derivada total bajo SUSY, es decir, el término que tiene los coeficientes  $(\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta})$ . Esta función contiene los términos cinéticos de la acción. El segundo término es el superpotencial y es función de los campos quirales por lo que cuando se construye la acción hay que sumarle su complejo conjugado ( $c.c. = \bar{W}(\Phi^\dagger)$ ) para hacer este término real.  $|_F$  es la componente más alta  $(\theta\bar{\theta})$  del superpotencial que transforma como una derivada total. Este término contiene las interacciones y las masas. Cada uno de los términos anteriores representan integrales sobre las coordenadas de Grassmann del superespacio.

$$K(\theta, \bar{\theta})|_D \equiv \int d^2\theta d^2\bar{\theta} K(\theta, \bar{\theta}), \quad (W(\theta) + c.c.)|_F \equiv \left( \int d^2\theta W(\theta) + c.c. \right). \quad (1.37)$$

### Modelo de Wess-Zumino

Un ejemplo de acción con campos quirales es el modelo de Wess-Zumino. El potencial de Kähler para este modelo está dado por  $K = \bar{\Phi}\Phi$ , para un superpotencial de la forma  $W = \frac{m}{2}\Phi^2 + \frac{\lambda}{3}\Phi^3$  se tiene que la lagrangiana dada por:

$$\mathcal{L} = \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \bar{\Phi}\Phi + \left[ \int d^2\theta \left( \frac{m}{2}\Phi^2 + \frac{\lambda}{3}\Phi^3 \right) + c.c. \right]. \quad (1.38)$$

De (1.32) se tiene que:

$$\bar{\Phi}\Phi = \bar{\varphi}\varphi + \dots + (\bar{\theta}\bar{\theta})(\theta\theta) \left[ -\frac{1}{4}\bar{\varphi}\partial^\mu\partial_\mu\varphi - \frac{1}{4}\varphi\partial_\mu\partial^\mu\bar{\varphi} + \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\bar{\varphi} + F\bar{F} - \frac{i}{2}\bar{\psi}\sigma^\mu\partial_\mu\psi + \frac{i}{2}\partial_\mu\bar{\psi}\sigma^\mu\psi \right]. \quad (1.39)$$

Es importante notar que los campos auxiliares no tienen términos cinéticos. Integrando sobre el espacio de las  $\theta_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$  y teniendo en cuenta que  $\varphi\partial_\mu\partial^\mu\bar{\varphi} = \partial_\mu(\varphi\partial^\mu\bar{\varphi}) - \partial_\mu\varphi\partial^\mu\bar{\varphi}$  y haciendo lo mismo para el resto para los términos de  $\psi$ :

$$\int d^2\theta d^2\bar{\theta} K(\theta\bar{\theta}) = \partial_\mu\varphi\partial^\mu\bar{\varphi} - i\bar{\psi}\sigma^\mu\partial_\mu\psi + F\bar{F} + \partial_\mu(\text{términos}). \quad (1.40)$$

Donde la parte  $\partial_\mu$ (términos) se anularan cuando se varíe la acción, por lo tanto se puede prescindir de estos.

La parte de acción de la interacción está dada por:

$$\Phi^2 = \dots + \theta\theta (2\varphi F - \psi\psi). \quad (1.41)$$

$$\Phi^3 = \dots + \theta\theta (3\varphi^2 F - 3\varphi\psi\psi). \quad (1.42)$$

$$\implies \left[ \int d^2\theta \left( \frac{m}{2} \Phi^2 + \frac{\lambda}{3} \Phi^3 \right) + c.c \right] = \left[ m \left( \varphi F - \frac{\psi\psi}{2} \right) + \lambda (\varphi^2 F - \varphi\psi\psi) + c.c \right]. \quad (1.43)$$

Obteniéndose en total:

$$\mathcal{L}_{WZ} = \partial_\mu \varphi \partial^\mu \bar{\varphi} - i\bar{\psi} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi + F\bar{F} + \left[ m \left( \varphi F - \frac{\psi\psi}{2} \right) + \lambda (\varphi^2 F - \varphi\psi\psi) + c.c \right]. \quad (1.44)$$

Como  $F$  no tiene términos cinéticos, resulta fácil eliminarlo usando las ecuaciones del movimiento y dejar la lagrangiana en término de los campos dinámicos  $\varphi$  y  $\psi$ . Esto se realiza de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F} = \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu F)} = \bar{F} + m\varphi + \lambda\varphi^2 = 0 \implies \bar{F} = -m\varphi - \lambda\varphi^2, \quad (1.45)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{F}} = \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \bar{F})} = F + m^*\bar{\varphi} + \lambda^*\bar{\varphi}^2 = 0 \implies F = -m^*\bar{\varphi} - \lambda^*\bar{\varphi}^2. \quad (1.46)$$

Sustituyendo en (1.44) obtenemos el lagrangiano del modelo de WZ sin los campos auxiliares:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{WZ} = & \partial_\mu \varphi \partial^\mu \bar{\varphi} - i\bar{\psi} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi + |m\varphi + \lambda\varphi^2|^2 + \left[ m \left( -m^*\varphi^2 - \lambda^*\varphi^3 - \frac{\psi\psi}{2} \right) + \right. \\ & \left. + \lambda (-m\varphi^3 - \lambda\varphi^4 - \varphi\psi\psi) + c.c \right]. \end{aligned} \quad (1.47)$$

### 1.2.4 Modelo para un superpotencial y potencial de Kähler genérico

En lo adelante obtendremos  $\mathcal{L}$  para  $W$  y  $K$  genéricos. Esto es útil para estudiar todos los modelos dependientes de un supercampo quiral.

Para un superpotencial genérico  $W(\Phi)$  si lo desarrollamos en serie alrededor de  $\Phi = \varphi$  y teniendo en cuenta que  $\frac{\partial W(\Phi)}{\partial \varphi} = \frac{\partial W(\Phi)}{\partial \Phi} \Big|_{\Phi=\varphi}$  entonces:

$$W(\Phi) = W(\varphi) + \frac{\partial W(\varphi)}{\partial \varphi} (\Phi - \varphi) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} (\Phi - \varphi)^2. \quad (1.48)$$

Donde:

$$(\Phi - \varphi) = \dots + \theta\theta F + \quad (1.49)$$

$$(\Phi - \varphi)^2 = \dots + 2(\theta\psi)(\theta\psi) + \dots \quad (1.50)$$

La lagrangiana para  $F, \bar{F}$  está dada por:

$$\mathcal{L}_{F, \bar{F}} = F\bar{F} + \frac{\partial W}{\partial \varphi} F + \frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{\varphi}} \bar{F}, \quad \frac{\partial \mathcal{L}_F}{\partial F} = 0 \implies \bar{F} = -\frac{\partial W}{\partial \varphi}. \quad (1.51)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\bar{F}}}{\partial \bar{F}} = 0 \implies F = -\frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{\varphi}}. \quad (1.52)$$

Poniendo el resultado en  $\mathcal{L}_{F, \bar{F}}$ .

$$\mathcal{L}_{F, \bar{F}} = - \left| \frac{\partial W}{\partial \varphi} \right|^2 \equiv -V(\varphi). \quad (1.53)$$

De donde se ve que el potencial escalar  $V_F \geq 0$ . Mas adelante veremos, como con este potencial se sabrá si SUSY está rota o no.

Haciendo lo mismo con  $K(\Phi, \bar{\Phi})$ :

$$K(\Phi, \bar{\Phi}) = K(\varphi, \bar{\varphi}) + \dots + \frac{\partial K}{\partial \varphi \partial \bar{\varphi}} (\Phi - \varphi)(\bar{\Phi} - \bar{\varphi}) + \dots \quad (1.54)$$

Para

$$(\Phi - \varphi)(\bar{\Phi} - \bar{\varphi}) = \dots + \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \bar{\varphi} - i \bar{\psi} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi + F \bar{F} + \dots \quad (1.55)$$

Para un caso general de varios campos quirales interactuando a  $\frac{\partial K}{\partial \varphi_i \partial \bar{\varphi}_j} = K_{i\bar{j}}$  se le denomina como métrica de Kähler.

### 1.2.5 Teorías de calibración en SUSY

Para tener una teoría más completa, se introduce el multiplete vectorial (contiene los campos de norma  $v_\mu$ ) añadiéndolos a la acción de campos quirales de manera que la nueva acción sea también invariante bajo transformaciones de norma locales del grupo  $U(1)$  ( $\phi \mapsto e^{iqf(x)}$ ). El método es similar al que se utiliza cuando se tiene una acción de campos sin SUSY, se introduce una derivada covariante que contiene el potencial de Yang-Mills  $A_\mu$  ( $D_\mu \equiv \partial_\mu - iqA_\mu$ ,  $A_\mu \mapsto A_\mu + \partial_\mu f(x)$ ) y los términos cinéticos del potencial se describan por  $\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ , con  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ .

En el caso SUSY la transformación bajo  $U(1)$  se define como  $\Phi \mapsto e^{iq\Omega} \Phi$ , donde  $\Omega$  es un supercampo quiral y generaliza una transformación de norma, además asegura que de la transformación se obtenga un supercampo quiral, ya que el producto de supercampos quirales da como resultado otro quiral. Hay que tener en cuenta que las potencias más altas  $(\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta})$  que se pueden obtener partiendo de (1.33) son:

$$\begin{aligned} V_{WZ}|_d &= \frac{1}{2} d(x), \\ (V_{WZ}|_d)^2 &= \frac{1}{2} v^\mu v_\mu, \\ (V_{WZ}|_d)^n &= 0, \text{ para } n \geq 3. \end{aligned} \quad (1.56)$$

Por lo que el potencial de Yang-Mills supersimétrico  $V_{WZ}$  transforma como:

$$V \mapsto V - \frac{i}{2} (\Omega - \bar{\Omega}). \quad (1.57)$$

También se introduce la notación  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu v_\nu - \partial_\nu v_\mu$  y un nuevo campo de Yang-Mills (supercampo de Yang-Mills)  $W_\alpha \equiv -\frac{1}{4} \bar{D} \bar{D} D_\alpha V$  ( $\bar{D} \bar{D} = \bar{D}_\alpha \bar{D}^\alpha$ ), con  $D_\alpha W_\alpha = 0$ , que también constituye un supercampo quiral. La parte cinética de este supercampo de Yang-Mills tiene por lo tanto la forma  $\mathcal{L} = -\frac{1}{4} W_\alpha W^\alpha$ .

Con estos ingredientes y algunas consideraciones más, ver [1], [2],[4],[7],[11],[12], obtenemos una lagrangiana más general con multipletes quirales y vectoriales.

$$S [(\bar{\Phi}_i, e^{i2qV}, \Phi_i), W(\Phi_i), f(\Phi_i), \xi] = \int d^2x^\mu \left[ \int d^2\theta d^2\bar{\theta} (K + \xi V) + \int d^2\theta (W + f W^\alpha W_\alpha + c.c) \right]. \quad (1.58)$$

Aquí se utiliza el hecho de que la exponencial  $e^{i2qV}$  tiene un desarrollo en serie de Taylor finito debido a 1.56 .

### 1.2.6 Rompimiento de supersimetría

Ya se vieron algunas consecuencias del álgebra de SUSY N=1, como el ejemplo donde dos transformaciones consecutivas sobre una partícula (representada por un capmpo) produce la misma partícula pero en otro

punto del espacio-tiempo [4] y que los  $Q$  conmutan con la energía y el momento ver (1.5). En especial de (1.7) se tiene.

$$P_0 = E = \frac{1}{4} (Q_1 \bar{Q}_1 + \bar{Q}_1 Q_1 + Q_2 \bar{Q}_2 + \bar{Q}_2 Q_2). \quad (1.59)$$

Esto teniendo en cuenta la contracción  $2\bar{\sigma}_\nu^{\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta}^\mu P_\mu = 4\eta_\nu^\mu P_\mu = 4P_\nu$ . Para  $\nu = 0$  ( $\bar{\sigma}_\nu = \mathbb{1}$ ) se tiene (1.63). Este resultado muestra que en SUSY la energía de cualquier estado es positiva o cero ( $E \geq 0$ ) pues:

$$\langle \phi | Q_\alpha Q_\alpha^\dagger + Q_\alpha^\dagger Q_\alpha | \phi \rangle = |Q | \phi \rangle|^2 + |Q^\dagger | \phi \rangle|^2 \geq 0. \quad (1.60)$$

Por lo tanto el vacío (estado de mínima energía) tendrá energía cero:

$$\langle 0 | Q_\alpha Q_\alpha^\dagger + Q_\alpha^\dagger Q_\alpha | 0 \rangle = 0, \quad \text{solo si } Q | 0 \rangle = Q^\dagger | 0 \rangle = 0. \quad (1.61)$$

En este caso se preserva SUSY (no se rompe SUSY) y por lo tanto ocurre que a cada estado de una partícula  $|1\rangle$  le corresponde un supercompañero  $Q|1\rangle$  con espín  $s|_{|1\rangle} = s|_{Q|1\rangle} \pm \frac{1}{2}$  pues la energía correspondiente al estado de cualquier partícula es distinta de cero y por lo tanto no es invariante ante transformaciones de SUSY. Por otro lado SUSY está espontáneamente rota (SUSY) si  $E_{vac} > 0$  ( $Q|0\rangle \neq 0$ ). Como SUSY no ha sido observada en la naturaleza se dice que está rota espontáneamente a cierta escala.

### Término- $F$ de rompimiento.

Si consideramos que  $\langle 0 | H | 0 \rangle = \langle 0 | V | 0 \rangle$  [15]. Con  $V = F_i \bar{F}_j$ , donde  $F$  se eliminó con las ecuaciones de movimiento ( $F = -\frac{\partial W}{\partial \bar{\varphi}}$ ), se observa que  $\langle F \rangle \neq 0 \iff$  SUSY. Si se tiene en cuenta las transformaciones de (1.30) del supercampo quiral, para  $\langle \psi \rangle = \partial \varphi = 0$  con el objetivo de preservar la invarianza de Lorentz<sup>3</sup>, esto implica que  $\delta \varphi = \delta F = 0$ , entonces  $\delta \psi = \sqrt{2} \xi (F) \neq 0$ . Por lo tanto  $\psi$  es el Goldstino o fermión de Goldstone<sup>4</sup>. Hay que tener en cuenta que el potencial escalar en general tiene también una contribución del término  $D$  ( $V = \frac{1}{2} D^2$ ). En este caso si las ecuaciones  $F_i = -\frac{\partial W}{\partial \varphi_i}$  y  $D^a = 0$  no pueden resolverse simultáneamente entonces: SUSY  $\iff \langle V_F \rangle > 0$ . Estos términos que rompen SUSY espontáneamente determinan el espectro de los supercompañeros, lo que nos puede dar pistas sobre como interpretar posibles resultados experimentales que se obtendrán en el futuro. Esto puede ser una manera indirecta de probar teorías como la supergravedad. Un ejemplo es el modelo de O’Rafertaigh que describimos a continuación.

### Modelo de O’Rafertaigh

El modelo tiene los siguientes potenciales en función de tres supercampos quirales  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$ :

$$K = \Phi_i \bar{\Phi}_i, \quad W(\Phi_{1,2,3}) = -k\Phi_1 + m\Phi_2\Phi_3 + \frac{h}{2}\Phi_1\Phi_3^2. \quad (1.62)$$

Resolviendo las ecuaciones del movimiento para los campos auxiliares  $\bar{F}$ :

$$\begin{aligned} \bar{F}_1 &= -\frac{\partial W}{\partial \varphi_1} = k - \frac{h}{2}\varphi_3^2, \\ \bar{F}_2 &= -\frac{\partial W}{\partial \varphi_2} = -m\varphi_3, \\ \bar{F}_3 &= -\frac{\partial W}{\partial \varphi_3} = -m\varphi_2 - h\varphi_1\varphi_3. \end{aligned} \quad (1.63)$$

El potencial escalar resulta entonces,

$$V_F = |F_1|^2 + |F_2|^2 + |F_3|^2 = |k - \frac{h}{2}\varphi_3^2|^2 + |m\varphi_3|^2 + |m\varphi_2 + h\varphi_1\varphi_3|^2. \quad (1.64)$$

<sup>3</sup>Es usual asumir que el vacío es invariante de Lorentz y de traslación. La invariancia de Lorentz demanda que los campos gauge y los fermiones se anulen en el vacío, mientras que la invariancia traslacional, que los términos cinéticos se desprecian.

<sup>4</sup>No tiene nada que ver con el bosón de Goldstone, es decir, no es su supercompañero.

Del sistema (1.62) se tiene que no se puede tener  $F_1 = F_2 = 0$  de manera simultánea (no son compatibles) por lo tanto de esta forma  $W$  rompe SUSY. Se observa también que término lineal es necesario para que este rompimiento se alcance ya que de otro modo teniendo todos los  $\varphi_i = 0$  se tendrá siempre un mínimo supersimétrico global para todos los  $F_i = 0$ . Por otra parte minimizando  $V_F$  con respecto a los  $\varphi_i$ , si  $m^2 > hk$  se tiene que el mínimo ocurre para  $\langle \varphi_2 \rangle = \langle \varphi_3 \rangle = 0$  con  $\langle \varphi_1 \rangle$ , resultando el valor del potencial  $\langle V_F \rangle = k^2$ . El hecho de que el potencial tome su valor mínimo para cualquier valor de  $\varphi_1$ , significa que esta una dirección plana del potencial.

Una visión gráfica general [2] del rompimiento de SUSY se dan en las figuras 1.1.

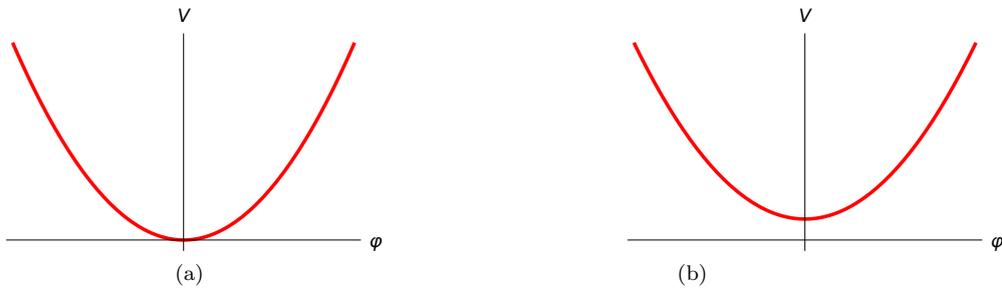


Figura 1.1: (a) Se preserva SUSY,

(b) SUSY rota.



## Capítulo 2

# Supergravedad(SUGRA)

Aquí se introducirá el gravitino como campo de calibración de la transformación local de SUSY. También se presentaran las tétradas generalizadas  $e_\mu^a$ , para superespacios curvos, así como el escalar de curvatura  $R$  [1], [9]. Lo mismo se hará con la acción del multiplete quiral, en donde se introducirá una derivada covariante para espacios curvos y luego se generalizará en otro operador, que actúa preservando el campo quiral, ya que la derivada covariante en espacio curvos de un supercampo quiral, no es quiral. Una vez hecho esto se tendrá la acción de SUGRA pura, a la cuál se le suma la acción de materia (la del campo quiral en espacios curvos), de la misma manera que en relatividad general a la acción de Hilbert, se le suma la acción de materia para obtener las ecuaciones de Einstein. Finalmente se obtendrá la parte del potencial correspondiente al término  $F, V_F$ , que vamos a utilizar en el cálculo de los potenciales de inflación.

Supongamos que tenemos un lagrangiano de la forma:

$$\mathcal{L}(\psi, \bar{\psi}) = \bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi. \quad (2.1)$$

Se demuestra fácilmente que este es invariante ante una transformación del tipo  $\psi \rightarrow e^{iq\beta}\psi$  con  $\beta = \text{const}$ , pero si  $\beta = \beta(x)$ , y queremos mantener la invarianza antes transformaciones locales del lagrangiano de manera tal que  $\mathcal{L}(\psi, \bar{\psi}) = \mathcal{L}(\psi', \bar{\psi}')$ , entonces se sustituye  $\partial_\mu \rightarrow D_\mu \equiv \partial_\mu - iqA(x)_\mu$  donde,  $A_\mu$  transforma como  $A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu\beta(x)$ . Lo más interesante es la aparición del campo de calibración de espín 1  $A_\mu$ ,  $q$  es la carga del campo  $\psi$ . Queda añadirle a (1.64) el término cinético de  $A_\mu$  para darle sentido físico al campo gauge. Se obtiene en entonces:

$$\mathcal{L}(\psi, \bar{\psi}, A_\mu) = \bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}, \quad \text{con } F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (2.2)$$

Algo similar ocurrirá si promovemos el parámetro de transformación de SUSY  $\xi$  de global a local en una transformación de supersimetría 1.25. El campo gauge que aparece para conservar la invarianza es el gravitino (un espinor de spin 3/2)  $\Psi_\alpha^\mu$ , con  $\mu, \alpha$  índices vectorial y espinorial respectivamente. La teoría resultante es la supergravedad. La dinámica del gravitino se introduce con el lagrangiano de Rarita-Shwinger.

$$\mathcal{L}_{RS} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\bar{\Psi}_\mu\gamma_\nu\gamma_5\partial_\rho\Psi_\sigma, \quad (2.3)$$

donde se usó la notación de Dirac dada en el apéndice B.3 de [2]. De la misma manera que para  $A_\mu$ ,  $\Psi$  transforma como  $\delta_\xi\Psi_\alpha^\mu = \partial^\mu\xi_\alpha(x)$ .

### 2.1 Acción del supercampo quiral en espacios curvos.

Del álgebra de SUSY vista con anterioridad se observa que la supersimetría es también una simetría de espacio tiempo, de ahí que las transformaciones de los supercampos dependan de la métrica (en todas las transformaciones de SUSY anteriores el parámetro de transformación es constante). Por lo tanto, para espacios curvos la lagrangiana de 1.36 debe modificarse en función de supercampos covariantes para mantener la invarianza bajo transformaciones en donde  $\xi = \xi(x)$ . Estas modificaciones se harán desde un superespacio

curvado, por lo que es conveniente introducir los vielbein o tétradas  $e_\mu^a(x)$  con  $\mu$  índice de espacio-tiempo y  $a$  índices de estructura de lorentz, para describir espinores ya que las transformaciones de estos en espacios curvos es complicada.

$$e_\mu^a(x_0) = \left. \frac{\partial y^a(x_0, x)}{x^\mu} \right|_{x_0}. \quad (2.4)$$

El índice  $a = 0, \dots, 3$  denota las coordenadas de un sistema de referencia inercial para un punto del espacio-tiempo  $x_0$ , a esto es lo que llamamos coordenadas de Lorentz. Se puede escribir la métrica en función de las tétradas:

$$g_{\mu\nu} = e_\mu^a e_\nu^b \eta_{ab} \implies e \equiv \det e_\mu^a = \sqrt{-g}. \quad (2.5)$$

Como estamos trabajando en un superespacio  $X$  se generalizan los vielbein  $e_\mu^a \rightarrow E_M^A(X)$  y otras cantidades como la conexión de espín y la torsión  $w_\mu^{ab} \rightarrow W_M^{AB}(X)$  y  $T_{\mu\nu}^a \rightarrow T_{NM}^A$ , los índices  $A, B, M$  corren sobre ambos índices vectorial y espinorial [1], [9]. Con esto podemos definir una derivada covariante para espacios curvos

$$\mathcal{D}_A Z_B = \partial_A Z_B - E_A^M W_{MB}^C Z_C. \quad (2.6)$$

Que generaliza la derivada covariante ante transformaciones de coordenadas:

$$\tilde{\mathcal{D}}_\mu Z^a = \partial Z^a + w_{\mu b}^a Z^b. \quad (2.7)$$

Y por último el tensor curvatura del superespacio  $\mathcal{R}_{NMC}^D$  [1], [6], [19], [3], [9].

Cabe señalar que para relacionar la conexión de espín con las tétradas en teorías no supersimétricas, se exige que la conexión sea libre de torsión, ej:  $T_{\mu\nu}^a = \tilde{\mathcal{D}}_\mu e_\nu^a - \tilde{\mathcal{D}}_\nu e_\mu^a = 0$ . En el marco de la supersimetría la torsión no se anula y esto hace que sea bien complicado relacionar las componentes de  $E_M^A$  y  $W_M^{AB}$  y por lo tanto construir una teoría de SUGRA. En general lo que se hace es resolver las identidades de Bianchi para relacionar estas componentes [1]. Otro paso para tener una teoría de SUGRA dinámica es eliminar los modos no físicos fijando la norma, al final solo queremos conservar la libertad de norma de las transformaciones generales de coordenadas, las transformaciones de supersimetría locales y las transformaciones locales de Lorentz. Todas estas son promovidas al superespacio local. Esto implica fijar mediante una transformación de norma la componente mas alta de estas transformaciones y dejar libre las componentes más baja  $\theta = \bar{\theta} = 0$ . Para el caso de los vielbein la componente más baja toma la siguiente forma:

$$E_M^A|_{\theta=\bar{\theta}=0} = \begin{pmatrix} e_\mu^a(x) & \frac{1}{2}\Psi_\mu^\alpha(x) & \frac{1}{2}\bar{\Psi}_{\mu\dot{\alpha}}(x) \\ 0 & \delta_m^\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{\dot{\alpha}}^m \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Con:

$$e_\mu^a e_a^\nu = \delta_\mu^\nu \quad (2.9)$$

$$\Psi_\mu^m = e_\mu^a \Psi_a^\alpha \delta_\alpha^m \quad (2.10)$$

$$\bar{\Psi}_{\mu\dot{m}} = e_\mu^a \bar{\Psi}_{a\dot{\alpha}} \delta_{\dot{m}}^{\dot{\alpha}}. \quad (2.11)$$

Donde  $m$  y  $\dot{m}$  son índices espacio-tiempo espinoriales. Los campos  $\Psi$ ,  $e_\mu^a$  son el gravitino y el gravitón (espín 2). Hay que introducir además otros dos campos auxiliares  $M$  y  $b_a$ , escalar complejo y vector real respectivamente, pues quedan componentes indeterminadas del supercampo quiral  $\mathcal{R}$ . [7], [9]. Todas las componentes de la torsión, del tensor de curvatura, conexión de espín y los vielbein pueden obtenerse a partir de estos campos  $(e_\mu^a, \Psi_\mu^\alpha, M, b_a)$ .

Como parte de la generalización a espacios curvos la condición de campos quirales  $\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi = 0$  (en el espacio plano) se convierte en  $\bar{\mathcal{D}}_{\dot{\alpha}}\Phi = 0$ . También es conveniente escribir las componentes de este supercampo como:

$$\begin{aligned} \varphi &= \Phi|_{\theta=\bar{\theta}=0}, \\ \psi &= \frac{1}{\sqrt{2}}\mathcal{D}_\alpha\Phi|_{\theta=\bar{\theta}=0}, \\ F &= -\frac{1}{4}\mathcal{D}^\alpha\mathcal{D}_\alpha\Phi|_{\theta=\bar{\theta}=0}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Esta derivada covariante del supercampo quiral no da un supercampo quiral ( $\bar{\mathcal{D}}_{\dot{\alpha}}\mathcal{D}_{\alpha}\Phi \neq 0$ ) y esto complica mucho las derivadas de orden superior en SUGRA. Otro cambio conveniente es introducir la variable  $\Theta$  en la expansión 1.29:

$$\tilde{\Phi} = \varphi + \sqrt{2}\Theta\psi + \Theta\Theta F. \quad (2.13)$$

Así también se introduce la densidad quiral  $\mathcal{E}$  que no es más que el supercampo anterior  $\tilde{\Phi}$  cuyos campos  $\varphi, \psi, F$  se expresan en términos de  $e_{\mu}^{\alpha}, \Psi_{\mu}^{\alpha}, M, b_a$ . Las transformaciones de estas componentes se pueden ver en [1]. Con estos ingredientes podemos construir un lagrangiano invariante bajo transformaciones locales de supersimetría N=1, transformaciones generales de coordenadas y transformaciones locales de Lorentz. Los campos que auxiliares aparecen mantiene los grados de libertad entre bosones y fermiones.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SG} &= -\frac{6}{k^2} \int d^2\Theta \mathcal{E} \mathcal{R} + h.c \\ &= -\frac{e}{k^2} \left[ \frac{1}{2}R + \frac{1}{3}\bar{M}M - \frac{1}{3}b^a b_a - \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (\bar{\Psi}_{\mu}^{\dot{\alpha}}\bar{\sigma}_{\nu\dot{\alpha}\alpha}\mathcal{D}_{\rho}\Psi_{\sigma}^{\alpha} - \Psi_{\mu}^{\alpha}\sigma_{\alpha\nu\dot{\alpha}}\mathcal{D}_{\rho}\bar{\Psi}_{\sigma}^{\dot{\alpha}}) \right]. \end{aligned} \quad (2.14)$$

La última expresión es el resultado de expandir en potencias de  $\Theta$  los supercampos quirales  $\mathcal{R}$  y  $\mathcal{E}$  [1]. Con  $k^2 = 8\pi G$ . Es interesante observar que esta lagrangiana contiene la acción de Einstein-Hilbert y la de Rarita-Schwinger, además de los campos auxiliares.

$$\mathcal{L}_{SG} = \mathcal{L}_{EH} + \mathcal{L}_{RS} + \mathcal{L}_{AX}. \quad (2.15)$$

## 2.2 Acople del supercampo quiral a SUGRA.

Una vez obtenido el lagrangiano invariante ante las transformaciones deseadas, sólo queda acoplarle la materia para tener toda la dinámica, algo similar a lo que ocurre con las ecuaciones de la relatividad general ( $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{EH} + \mathcal{L}_M$ ). En este caso queda como:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SG} + \mathcal{L}(K, W). \quad (2.16)$$

Solo se analizará el caso para supercampos quirales pues estamos interesados en la obtención del potencial escalar de supergravedad que es el que se usará en el análisis de los modelos de inflación.

### 2.2.1 Ejemplo de estudio. Modelo de Wess-Zumino [1]

Veremos el caso particular del modelo de Wess-Zumino 1.38. La generalización de los resultados obtenidos se siguen inmediatamente, ya que para un potencial de Kähler general  $K(\Phi, \bar{\Phi})$  y un superpotencial  $W(\Phi)$ , estos se pueden expandir en potencias (ver 1.48 y 1.54) y por lo tanto la receta aplicada para Wess-Zumino será aplicable para el caso más general.

Acoplando el modelo a SUGRA queda como:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SG} + \mathcal{L}_{WZ}. \quad (2.17)$$

Solo se introducirá el operador  $\bar{D}^2$  al modelo en aras de hacerlo quiral (el producto  $\bar{\Phi}\Phi$  no es quiral) y otro término, además que se tendrá en cuenta el caso con i-campos quirales, todo esto para tener un modelo sencillo lo más general posible.

$$\mathcal{L}_{WZ} = \int d^2\theta \left[ -\frac{1}{8}\bar{D}^2\bar{\Phi}_j\Phi_i + \left( a_i\Phi_i + \frac{m_{ij}}{2}\Phi_i\Phi_j + \frac{\lambda_{ijk}}{3}\Phi_i\Phi_j\Phi_k + c.c \right) \right]. \quad (2.18)$$

Ahora se debe modificar 2.18 para espacios curvos, de lo visto anteriormente cambiamos  $\theta \rightarrow \Theta$  y  $d^2\theta \rightarrow d^2\Theta 2\mathcal{E}$ . Un problema aquí es que no se puede hacer el simple cambio de  $D_{\alpha} \rightarrow \mathcal{D}_{\alpha}$  debido a que  $\bar{\mathcal{D}}_{\dot{\alpha}}\mathcal{D}_{\alpha}\Phi \neq 0$ , es decir, no es un campo quiral como ya se mencionó. Para resolver este problema usaremos una identidad [9].

$$(\mathcal{D}_C\mathcal{D}_B - (-1)^{bc}\mathcal{D}_B\mathcal{D}_C)V^A = (-1)^{d(c+b)}V^D\mathcal{R}_{CBD}{}^A - T_{CB}^D\mathcal{D}_D V^A. \quad (2.19)$$

Se demuestra que:

$$\bar{D}_\alpha (\bar{D}^2 - 8\mathcal{R}) \Phi = 0 \implies (\bar{D}^2 - 8\mathcal{R}) \Phi \text{ es quiral.} \quad (2.20)$$

Por lo tanto introducimos el cambio  $(\bar{D}^2 - 8\mathcal{R}) \rightarrow \bar{D}^2$ . Colocando todo en (1.78) obtenemos la acción para un espacio curvo:

$$\mathcal{L} = \int d^2\Theta d^2\mathcal{E} \left[ -3\mathcal{R} - \frac{1}{8} (\bar{D}^2 - 8\mathcal{R}) \bar{\Phi}_j \Phi_i - \frac{1}{8} (\bar{D}^2 - 8\mathcal{R}) [p_i \Phi_i + \bar{p}_j \bar{\Phi}_j] + \right. \quad (2.21)$$

$$\left. + \left( q + a_i \Phi_i + \frac{m_{ij}}{2} \Phi_i \Phi_j + \frac{\lambda_{ijk}}{3} \Phi_i \Phi_j \Phi_k + c.c \right) \right]. \quad (2.22)$$

Los términos  $p$  y  $q$  aparecen con las transformaciones de  $\Phi_i$  y se anulan en el límite de un espacio plano. De manera más compacta:

$$\mathcal{L} = \int d^2\Theta d^2\mathcal{E} \left[ -\frac{1}{8} (\bar{D}^2 - 8\mathcal{R}) K(\Phi_i, \bar{\Phi}_j) + \left( W(\Phi_i) + c.c \right) \right]. \quad (2.23)$$

Donde se agruparon los términos que tienen el operador  $(\bar{D}^2 - 8\mathcal{R})$  y los que no. A los primeros se les agrupa en una función general de  $\Phi, \bar{\Phi}$  y son una generalización de la energía cinética de un supercampo quiral en espacios curvos y los segundos se agrupan en otra función general (superpotencial) y son una generalización en espacios curvos del potencial en el superspacio, estas funciones tienen la forma:

$$K(\Phi_i, \bar{\Phi}_j) = \bar{\Phi}_j \Phi_i + p_i \Phi_i + \bar{p}_i \bar{\Phi}_i - 3, \quad (2.24)$$

$$W(\Phi_i) = q + a_i \Phi_i + \frac{m_{ij}}{2} \Phi_i \Phi_j + \frac{\lambda_{ijk}}{3} \Phi_i \Phi_j \Phi_k. \quad (2.25)$$

Expresiones que se denotan como, potencial de Kähler y superpotencial del modelo Wess-Zumino (WZ) para superspacios curvos.

Para tener una mayor información de esta lagrangiana debemos desarrollarla en sus componentes, para eso expandimos cada uno de los supercampos quirales:  $\mathcal{R}, \mathcal{E}, \Phi$  en potencias de  $\Theta$ .

$$\Phi = \varphi + \sqrt{2}\Theta\psi + \Theta\Theta F. \quad (2.26)$$

$$2\mathcal{E} = e \left[ 1 + i\Theta\sigma^\mu \bar{\Psi}_\mu - \Theta\Theta (\bar{M} + \bar{\Psi}_\mu \bar{\sigma}^{\mu\nu} \bar{\Psi}_\nu) \right] \quad (2.27)$$

$$\mathcal{R} = -\frac{1}{6} \left[ M + \Theta\Theta \left( -\frac{1}{2}R + \frac{2}{3}M\bar{M} + \frac{1}{3} - i\mathcal{D}_a b^a \right) \right] + \text{términos fermiónicos.} \quad (2.28)$$

Con  $\mathcal{D}_a = e_a^\mu \mathcal{D}_\mu$ . Para el cálculo de  $\Upsilon_i = (\bar{D}^2 - 8\mathcal{R}) \Phi_i$  utilizaremos la descomposición de las componentes del campo quiral en términos de la derivada covariante  $\mathcal{D}_a$  dado en 2.12. Para esto utilizaremos nuevamente 2.19. El resultado parcial de este cálculo se muestra a continuación [1]:

$$\begin{aligned} \Upsilon_i &= (\bar{D}^2 - 8\mathcal{R}) \bar{\Phi}_i = \Upsilon_i = (\bar{D}^2 - 8\mathcal{R}) \bar{\Phi}_i| + \frac{1}{\sqrt{2}} \Theta^\alpha \mathcal{D}_\alpha (\bar{D}^2 - 8\mathcal{R}) \bar{\Phi}_i| - \frac{1}{4} \Theta^2 \mathcal{D}^2 (\bar{D}^2 - 8\mathcal{R}) \bar{\Phi}_i| \\ &= -4\bar{F}_i + \frac{4}{3} M \bar{\varphi}_i + \Theta \left[ -4i\sqrt{2}\sigma^c \hat{D}_c \bar{\psi}_i - \frac{2}{3} \sqrt{2}\sigma^a b_a \bar{\psi}_i + \frac{4}{3} \bar{\varphi}_i (2\sigma^{ab} \Psi_{ab} - i\sigma^a \bar{\Psi}_a M + i\Psi_a b^a) \right] + \\ &+ \Theta\Theta \left[ -4e_a^\mu \tilde{D}_\mu \hat{D}^a \bar{\varphi}_i - \frac{8}{3} i b_a \hat{D}^a \bar{\varphi}_i - \frac{2}{3} \sqrt{2} \bar{\Psi}_{ab} \bar{\sigma}^{ab} \bar{\psi}_i + 2\sqrt{2} \bar{\Psi}_a \hat{D}^a \bar{\psi}_i - \frac{8}{3} \bar{M} \bar{F}_i - \frac{2}{3} i\sqrt{2} \bar{\Psi}_a \bar{\psi}_i b^a + \right. \\ &+ \frac{1}{3} i\sqrt{2} \bar{\Psi}_a \bar{\sigma}^a \sigma^c \bar{\psi}_i b_c + \frac{4}{3} \bar{\varphi}_i \left( -\frac{1}{2}R + i\bar{\Psi}^a \bar{\sigma}^b \Psi_{ab} - ie_a^\mu \tilde{D}_\mu b^a + \frac{2}{3} \bar{M} M + \frac{1}{3} b^a b_a + \frac{1}{2} \Psi \Psi M - \right. \\ &\left. \left. - \frac{1}{2} \Psi_\alpha \sigma^\alpha \bar{\Psi}_b c^b + \frac{1}{8} \epsilon^{abcd} (\bar{\Psi}_a \bar{\sigma}_b \Psi_{cd} + \Psi_a \sigma_b \bar{\Psi}_{cd}) \right) \right]. \quad (2.29) \end{aligned}$$

Donde se tuvo en cuenta que  $(\dots)| \equiv (\dots)|_{\theta=\bar{\theta}=0}$  y las derivadas covariantes:

$$\hat{D}_a \bar{\varphi}_i = e_a^\mu \partial_\mu \bar{\varphi}_i - \frac{1}{2} \sqrt{2} \bar{\Psi}_{a\dot{\alpha}} \bar{\psi}_i^{\dot{\alpha}}, \quad (2.30)$$

$$\hat{D}_a \bar{\psi}_i^{\dot{\alpha}} = e_a^\mu \tilde{D}_\mu \bar{\psi}_i^{\dot{\alpha}} + \frac{i}{2} \sqrt{2} \Psi_a^\beta \sigma_{\beta\dot{\alpha}}^b \hat{D}_b \bar{\varphi}_i - \frac{1}{2} \sqrt{2} \bar{\Psi}_{a\dot{\alpha}} \bar{F}_i. \quad (2.31)$$

Con las expresiones de los supercampos  $\Phi, \mathcal{E}, \Upsilon, R$  en términos de los campos  $\varphi, \phi, e_\mu^a, \Psi, F, b_a, M$  se puede determinar cualquier acción de SUGRA que tenga solamente supercampos quirales. Una vez que se sustituyen todos los desarrollos en 2.21 y considerando:

$$\begin{aligned} K^* &\equiv K(\Phi, \bar{\Phi})\big|_{\Phi, \bar{\Phi}=\varphi, \bar{\varphi}} = \bar{\varphi}_j \varphi_i + p_i \varphi_i + \bar{p}_i \bar{\varphi}_i - 3, \\ W^* &\equiv W(\Phi)\big|_{\Phi=\varphi} = q + a_i \varphi_i + \frac{m_{ij}}{2} \varphi_i \varphi_j + \frac{\lambda_{ijk}}{3} \varphi_i \varphi_j \varphi_k. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Se obtiene el lagrangiano de supergravedad mínima, en el límite de un espacio plano reproduce el modelo de WZ. Como estamos interesados en obtener el potencial escalar sólo escribiremos la parte correspondiente a los campos auxiliares, debido a que el resto es bastante extenso (ver [1]). En resumen podemos escribir:

$$\mathcal{L}_{mSugra} = \mathcal{L}_k + \mathcal{L}_{aux} + \mathcal{L}_{h.inter}. \quad (2.33)$$

En el primer miembro están los términos cinéticos de los campos físicos  $e_\mu^a, \Psi_\mu^\alpha, \varphi_i, \psi_i$ . En el segundo los campos auxiliares  $F_i, b_a, M$  y por último términos de interacción de orden superior. La parte del campo auxiliar queda:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{aux} &= \frac{1}{9} e K^* M - 3(\text{Log} W^*)_{\bar{i}} \bar{F}_i + e K^* (\text{Log} K^*)_{\bar{i}\bar{j}} F_i \bar{F}_j - \frac{1}{9} e K^* b_a b^a \\ &\quad - \frac{i}{3} e (K_i^* \partial_\mu \varphi_i - K_{\bar{i}}^* \partial_\mu \bar{\varphi}_i) b^\mu - \frac{1}{6} e \psi_i \sigma^a \bar{\psi}_i b_a + \frac{i}{6} \sqrt{2} e (K_i^* \psi_i \Psi_\mu - K_{\bar{i}}^* \bar{\psi}_i \bar{\Psi}_\mu) b^\mu \\ &\quad - e W^* \bar{M} - e \bar{W}^* M + e W_i^* F_i + e \bar{W}_{\bar{i}}^* \bar{F}_{\bar{i}}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Aquí hay que tener en cuenta la definición de 2.2.1. Los subíndices de los potenciales indican derivadas ( $K_{\bar{i}} \equiv \frac{\partial K}{\partial \bar{\varphi}_i}$ ). Resolviendo las ecuaciones de Lagrange para  $\mathcal{L}_{aux}$  se eliminan los campos auxiliares <sup>1</sup>.

$$N = 9WK^{-1}. \quad (2.35)$$

$$K(\text{Log} K)_{\bar{i}\bar{j}} F_i = -\bar{W}_{\bar{j}} + 3\bar{W}(\text{Log} K)_{\bar{j}}. \quad (2.36)$$

$$b_a = -\frac{3}{2} i (K_i \partial_a \varphi_i - K_{\bar{i}} \partial_a \bar{\varphi}_i) K^{-1} - \frac{3}{4} \psi_i \sigma_a \bar{\psi}_i K^{-1} + \frac{3}{4} \sqrt{2} i (K_i \psi_i \Psi_a - K_{\bar{i}} \bar{\psi}_i \bar{\Psi}_a). \quad (2.37)$$

Sustituyendo en 2.34.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{aux} &= \frac{-9eW\bar{W}K^{-1} - e(\text{Log} K)_{\bar{i}\bar{j}}^{-1} [W_i - 3W(\text{Log} K)_i] [\bar{W}_{\bar{j}} - 3\bar{W}(\text{Log} K)_{\bar{j}}] K^{-1}}{} \\ &\quad - \frac{1}{4} e [K_i \partial_a \varphi_i - K_{\bar{i}} \partial_a \bar{\varphi}_i] [(K_j \partial^a \varphi_j - K_{\bar{j}} \partial^a \bar{\varphi}_j) - i \psi_j \sigma^a \bar{\psi}_j - \\ &\quad - \sqrt{2} (K_j \psi_j \Psi^a - K_{\bar{j}} \bar{\psi}_j \bar{\Psi}^a)] + \dots \end{aligned} \quad (2.38)$$

Es decir se obtienen más términos de interacción que se pasan a  $\mathcal{L}_{h.inter}$ .

La expresión anterior contiene el potencial escalar, sin embargo hay que introducirle (a todo el lagrangiano) algunas modificaciones para normalizarla. También se modifica para obtener una teoría en el marco de Einstein (masa de Planck constante) en lugar de la forma no convencional actual de Brans-Dicke donde la masa de Plack depende de los campos quirales de materia [2], [1]. Para recuperar la forma canónica de 2.14 para la acción de Einstein se tiene que reescalar la métrica y esto también requiere hacer lo mismo con los campos fermiónicos de la teoría y todo esto complica la obtención de una acción conveniente. Para evitar esto se introduce un llamado campo compensador de Weyl y se hace de forma tal que la acción sea invariante ante transformaciones conformes y de norma:

$$e_\mu^a \rightarrow e^g e_\mu^a, \quad \text{con} \quad e^{2g} = -\frac{3}{K} \quad (2.39)$$

<sup>1</sup>donde se hizo el cambio de variable  $N = M - 3(\text{Log} K)_{\bar{i}}$  para separar  $N$  y  $F_i$  y facilitar la solución de las ecuaciones.

Notar que  $e^g$ , etc son exponenciales. También el campo de materia se recupera mediante las transformaciones.

$$\Psi_\mu \rightarrow e^{-\frac{g}{2}} \Psi_\mu. \quad (2.40)$$

$$\psi_i \rightarrow e^{-\frac{g}{2}} \psi_i. \quad (2.41)$$

Todo lo anterior más la transformación para el gravitino  $\Psi_\mu \rightarrow \Psi_\mu + i\sqrt{2}\sigma_\mu \bar{\psi}_i g_i$  permite que cuando se introduzcan en  $\mathcal{L}_{mSugra}$  se obtenga la acción de supergravedad deseada (después de trabajo algebraico). Ahora sólo analizaremos el caso de estas normalizaciones en 2.38 para obtener  $V_F$ . Sustituyendo el campo compensador 2.39 en la parte subrayada de 2.38 se obtiene el potencial escalar:

$$V_F(\varphi_i, \bar{\varphi}_{\bar{j}}) = e^{\tilde{K}} \left[ \tilde{K}^{i\bar{j}} D_i W D_{\bar{j}} \bar{W} - 3|W|^2 \right]. \quad (2.42)$$

Con  $D_i W = W_i + K_i W^2$ ,  $K^{i\bar{j}} = (K_{i\bar{j}})^{-1}$  y  $\tilde{K}(\varphi, \bar{\varphi}) = -3\text{Log} \left( -\frac{K(\varphi, \bar{\varphi})}{3} \right)^3$ . En las expresiones anteriores se consideró que  $M_{Pl}^2 = 1$ .

## 2.3 Caso general.

De lo desarrollado anteriormente, y teniendo en cuenta 1.48, 1.49, 1.54, 1.55 para el caso de  $i$ -supercampos quirales  $K(\Phi_i, \bar{\Phi}_{\bar{j}}), W(\Phi_i)$ . Podemos escribir la acción de SUGRA más general para multipletes quirales como:

$$\mathcal{L}_{SUGRA} = \frac{1}{k^2} \int d^2x \Theta 2\mathcal{E} \left[ \frac{3}{8} (\bar{D}^2 - 8\mathcal{R}) e^{-\frac{k^2}{3} K(\Phi_i, \bar{\Phi}_{\bar{j}})} + k^2 (W(\Phi_i) + c.c.) \right]. \quad (2.43)$$

Si se expande la exponencial en potencias de  $k^2$  se recupera la forma de SUGRA pura más el acople con la materia, en donde están los términos tradicionales de esta.

$$e^K = 1 - \frac{k^2}{3} K + \mathcal{O}(k^4). \quad (2.44)$$

### Rompimiento de SUSY en SUGRA $N = 1$ .

El término  $-3|W|^2$  de 2.42 sugiere que el potencial puede ser negativo, por lo que el rompimiento de SUSY debido al término  $F$  ( $F \propto DW = W_i + K_i W$ ) puede ocurrir incluso cuando  $\langle V_F \rangle = 0$  o  $\langle V_F \rangle \neq 0$  [2]. Esto es una diferencia con respecto al rompimiento de SUSY global en donde  $V_F > 0$ . Esto es importante para hacer el problema de la constante cosmológica más tratable, independientemente de que queda la pregunta de por qué un valor tan pequeño. El motivo de esta mejoría es que interpretando la energía de vacío como el estado donde el potencial es mínimo, en SUGRA siempre se puede calibrar el superpotencial de manera tal que  $V_F \approx 0$  y SUSY se mantenga rota, esto es posible haciendo  $W \rightarrow W + W_0$  y moviendo  $W_0$  para cancelar  $V_F$  y  $V_D^4$ . En contraste, SUSY global conlleva grandes valores de  $V_F$  cuando SUSY está rota. El tipo de vacío obtenido se puede interpretar en término de este potencial, por ejemplo:

- ★ Si  $D_i W = 0$ , SUSY se preserva y  $V_F < 0$ . Se tiene un vacío AdS.
- ★ Si  $D_i W \neq 0$ , SUSY está rota y  $V_F \geq 0$ . Se tiene vacío dS o Minkowski.
- ★ Si  $\text{SUSY} \iff D_i W \neq 0$ . Se puede tener AdS, dS, o Minkowski.

<sup>2</sup>recordar que  $W_i \equiv \partial_i W$ , etc.

<sup>3</sup>Por lo general en la literatura al potencial de Kähler se le denota con  $K$ , por lo tanto en lo adelante a  $\tilde{K}$  se le continuará denotando  $K$  como al potencial de Kähler.

<sup>4</sup>El potencial escalar de SUGRA es  $V = V_F + V_D$ , es decir, tiene un término D igual que en SUSY global.

## Capítulo 3

# Inflación en supergravedad

### 3.1 Inflación.

En este capítulo se tratará inflación de manera bien general. Sin entrar en detalles de como solucionar los problemas observacionales, como la planicidad, etc. Se introducirán los parámetros de pequeño rodamiento que controlan el régimen de inflación. Se verán dos modelos, inflación caótica e inflación híbrida. Por último se verán los problemas de implementar inflación desde SUGRA, así como las soluciones a estos.

Como se vió en la introducción, inflación es una etapa temprana en la historia del universo que se introduce en el modelo del big bang caliente para explicar una serie de observaciones que no pueden ser explicadas con el big bang tradicional. Una manera simple para describir este período, es que el universo estaba lleno de un campo escalar  $\phi$ , llamado inflatón que es el responsable de su aceleración ultrarrápida. Existen distintas versiones sobre inflación [10], [34], [37] y cada una con distintos tipos de potenciales, entre estas versiones están la vieja inflación, la nueva, la caótica, etc, de estas, las dos primeras tienen el inconveniente de que tuvieron que haber comenzado bajo condiciones muy particulares como equilibrio térmico a altas temperaturas, cualquier variación de estas condiciones iniciales deriva en universos muy diferentes. Mientras la caótica permite mayor libertad con las condiciones iniciales y esto hace más flexible la creación de modelos por parte de los físicos. A continuación se dará una idea general sobre inflación sin entrar en detalle sobre alguna versión en particular.

La dinámica entre el espacio-tiempo y  $\phi$  se obtiene a partir de la acción:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \frac{1}{2}R + \frac{1}{2}g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right) = S_H + S_M. \quad (3.1)$$

$S_H$  es la acción de Einstein-Hilbert y  $S_M$  la de materia. Variando esta acción ( $\delta S = 0$ ) obtenemos las ecuaciones de Einstein que nos relacionan la geometría del espacio con la distribución de materia.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi G T_{\mu\nu}(\phi). \quad (3.2)$$

La variación de la acción del campo escalar  $S_\phi$  con respecto a la métrica determina el tensor de energía momento [14],[18],[24]:

$$T_{\mu\nu}(\phi) \equiv -\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_\phi}{\delta g^{\mu\nu}} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} \left( \frac{1}{2} \partial^\alpha \phi \partial_\alpha \phi + V(\phi) \right). \quad (3.3)$$

Mientras que la variación de  $S_H$  con respecto a la métrica determina la parte geométrica [14],[24].

$$G_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_H}{\delta g^{\mu\nu}} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \quad (3.4)$$

Las ecuaciones de movimiento para el campo las obtenemos partir de:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_\phi}{\partial \phi} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_\phi}{\partial (\partial_\mu \phi)} = 0 \implies \partial_\phi V(\phi) + \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu (\sqrt{-g} \partial^\mu \phi) = 0. \quad (3.5)$$

Considerando la métrica de FRW (Friedmann-Robertson-Walker) para un universo plano ( $k = 0$ )<sup>1</sup> [34], lo que está en concordancia con las observaciones.

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) [dr^2 + r^2(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2)]. \quad (3.6)$$

Y teniendo en cuenta que  $\phi = \phi(t)$ , ya que la distribución de materia es homogénea isotrópica a grandes escalas (mayores que 300 años luz) [15],[17], además que  $T_\nu^\mu = \text{diag}(\rho, -P, -P, -P)$ <sup>2</sup> [18], [23], se encuentran las ecuaciones de Friedmann para el caso particular de un campo escalar:

$$H^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} = \frac{1}{3M_{pl}^2} \left[ \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right]. \quad (3.7)$$

$$\dot{H} + H^2 = \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P) = -\frac{1}{3M_{pl}^2} (\dot{\phi}^2 - V(\phi)) \quad (3.8)$$

Donde de 3.3 y de las componente de  $T_\nu^\mu$  se obtienen la densidad y la presión en función del campo escalar.

$$\rho_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi). \quad (3.9)$$

$$P_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (3.10)$$

Con  $M_{pl}^2 = (8\pi G)^{-1}$  en unidades naturales  $c = \hbar = 1$ ,  $M_{pl}$  es la masa de Planck y  $H \equiv \frac{\dot{a}}{a}$  es el parámetro de Hubble.

De la ecuación de continuidad  $\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = 0$  [17], [18] y 3.5 se obtiene:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \partial_\phi V = 0. \quad (3.11)$$

Esta ecuación es la ecuación de Klein-Gordon para el campo escalar, en donde el término que contiene a  $\dot{\phi}$  es como un término de fricción correspondiente a la expansión acelerada del universo<sup>3</sup>.

De la ecuación de estado [15], [18]:

$$w = \frac{P}{\rho} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)} \quad (3.12)$$

Se ve que si el potencial escalar domina sobre la energía cinética, esto corresponde con una presión negativa ( $w < 0$ ) y una expansión acelerada [14].

### 3.1.1 Pequeño rodamiento de inflación (slow-roll inflation).

Expansión acelerada se refiere al hecho de que el término  $\frac{\ddot{a}}{a} > 0$ . Por lo que teniendo en cuenta 3.8 podemos introducir un nuevo parámetro  $\epsilon_H = -\frac{\dot{H}}{H^2}, : 0 \leq \epsilon < 1$ .

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \dot{H} + H^2 = H^2(1 - \epsilon). \quad (3.13)$$

Por otra parte tenemos que inflación ocurre si se tiene un potencial lo suficientemente plano (ver figura 3.1), esto es, un potencial que domine sobre el término cinético, y la aceleración del campo escalar  $\ddot{\phi}$  sea lo suficientemente pequeña para mantener las condiciones de “slow-roll” el tiempo suficiente, por lo que  $\ddot{\phi}$  estará controlada por el término de fricción  $3H\dot{\phi}$ . Lo anterior se resume en las siguientes condiciones:

$$\dot{\phi}^2 \ll V, \quad |\ddot{\phi}| \ll |3H\dot{\phi}|, |\partial_\phi V| \quad (3.14)$$

<sup>1</sup> $k = -1, 0, 1$  para un universo abierto, plano o cerrado respectivamente.

<sup>2</sup>Para un fluido perfecto.

<sup>3</sup>Un equivalente mecánico sería una bola que se mueve dentro de un fluido viscoso

De 3.14, 3.11 y 3.9 se tiene entonces que:

$$\dot{\phi} \approx -\frac{\partial_{\phi} V}{3H}. \quad (3.15)$$

$$H^2 \approx \frac{1}{3}V \approx \text{const.} \quad (3.16)$$

$$\implies \epsilon \approx 0 \quad (3.17)$$

De la definición de  $\epsilon$  se ve que para el caso donde  $\epsilon = 0 \implies H = \text{const}$ , se tiene la solución de Sitter  $a \sim e^{Ht}$ . Dicha solución corresponde con un universo en expansión inflacionaria eterna y por lo tanto si queremos que dicho período sea finito, entonces este caso no interesa, será necesario considerar un caso en el que  $\epsilon \approx 0$  pero no cero.

Podemos resumir las condiciones para que inflación ocurra introduciendo otro parámetro adimensional  $\eta$  además de  $\epsilon$  (parámetros del pequeño rodamiento), en función del potencial inflatón en las siguientes expresiones:

$$\epsilon(\phi) \equiv \frac{1}{2}M_{pl}^2 \left( \frac{\partial_{\phi} V}{V} \right)^2 \ll 1. \quad (3.18)$$

$$|\eta(\phi)| \equiv M_{pl}^2 \frac{|\partial_{\phi}^2 V|}{V} \ll 1. \quad (3.19)$$

La primera de estas condiciones 3.18 nos asegura que el potencial sea lo suficiente plano para que la expansión sea exponencial y de esta manera se conecten las zonas de la CMB. Por otra parte la segunda 3.19 garantiza que el término de fricción controle la aceleración de tal manera que inflación ocurra durante un determinado número de e-folds. Por lo tanto inflación termina cuando estas condiciones son violadas ( $\epsilon(\phi_f) \approx 1$ ).

El número e-folds se determina a partir de [15]:

$$N \equiv \frac{a_f}{a_i} = \int_{t_i}^{t_f} H dt = \int_{\phi_i}^{\phi_f} \frac{H}{\dot{\phi}} d\phi \quad (3.20)$$

$$\approx \frac{1}{M_{pl}} \int_{\phi_i}^{\phi_f} \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} d\phi \approx \int_{\phi_i}^{\phi_f} \frac{V}{\partial_{\phi} V} d\phi \quad (3.21)$$

Para resolver el problema del horizonte inflación requiere al menos 60 e-folds[15],[17]. Al final de inflación toda la energía potencial cae a su valor mínimo y esta energía pasa a las partículas del modelo estándar. A esto es lo que se le conoce como recalentamiento.

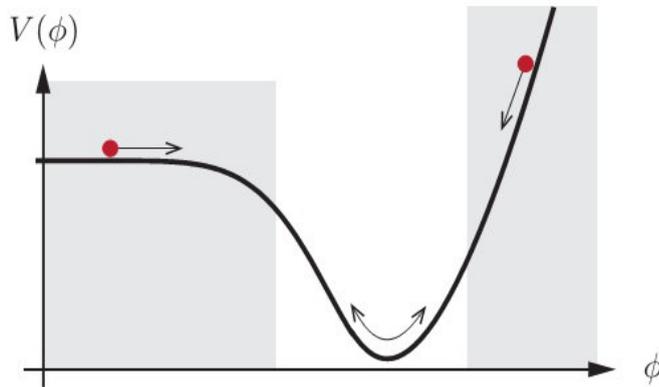


Figura 3.1: Potencial del inflatón. Las condiciones de pequeño rodamiento prevalecen en las zonas sombreadas [14].

**Ejemplo sencillo de estudio con  $V(\phi) = \frac{m^2\phi^2}{2}$ .**

Existen varios modelos de inflación [22], [33]. Ahora veremos el caso más simple y que nos da una idea de como puede funcionar inflación. Para este potencial la ecuación del campo escalar queda:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + m^2\phi = 0 \quad (3.22)$$

Para satisfacer las condiciones de slow-roll:

$$\eta(\phi) = \epsilon(\phi) = 2\frac{M_{pl}^2}{\phi^2} \ll 1 \implies \sqrt{2}M_{pl} \ll \phi \equiv \phi_i \quad (3.23)$$

Por lo que teniendo en cuenta 3.20 hallamos la relación entre los e-fold y el potencial inflatón antes de acabar inflación:

$$N(\phi) = \frac{\phi^2}{4M_{pl}^2} - \frac{1}{2} \quad (3.24)$$

Sustituyendo la ecuación de Friedmann 3.7 en 3.22 y teniendo en cuenta que  $\ddot{\phi} = \dot{\phi}\frac{d\dot{\phi}}{d\phi}$  se obtiene:

$$\dot{\phi} + \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{1}{M_{pl}^2}(\dot{\phi}^2 + m^2\phi^2)^{1/2}\dot{\phi} + m^2\phi = 0, \quad (3.25)$$

$$\frac{d\dot{\phi}}{d\phi} = -\frac{\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{1}{M_{pl}^2}(\dot{\phi}^2 + m^2\phi^2)^{1/2}\dot{\phi} + m^2\phi}{\dot{\phi}}. \quad (3.26)$$

Las ecuaciones se simplifican aplicando las condiciones de 3.14:

$$H^2 = \frac{1}{6}m^2\phi^2, \quad \dot{\phi} = -\sqrt{\frac{2}{3}}mM_{pl} \quad (3.27)$$

La primera de estas ecuaciones nos muestra como aumenta el tamaño del universo  $e^{Ht}$  con  $H = \frac{m\phi}{\sqrt{6}}$ , terminando cuando  $\phi \ll M_{pl}$  (ver 3.23).

La solución de las ecuaciones (3.27) muestran que el universo para  $\phi \gg 1$  se expande como [34]:

$$a = a_0 e^{\phi^2/4}, \quad \text{con } M_{pl} = 1 \quad (3.28)$$

### Inflación híbrida.

Resulta bastante fácil describir inflación usando solo un campo escalar tal que este cumpla con los parámetros de slow-roll ( $\epsilon \ll 1$  y para el final de inflación  $\epsilon \rightarrow 1$ ). Sin embargo existen teorías como supergravedad y teoría de cuerdas que consideran más de un campo escalar, sobre inflación en SUGRA se verá después.

Inflación híbrida es uno de estos modelos en donde se considera más de un campo escalar [25], (buscar inflación híbrida de Linde), en el caso más simple solo aparecen dos campos escalares. Consideremos una lagrangiana de la forma:

$$\mathcal{L} = -(\partial_\mu\phi)^2 - (\partial_\mu\alpha)^2 - V(\alpha, \phi) \quad (3.29)$$

Con:

$$V(\alpha, \phi) = V(\phi) + \frac{1}{4\lambda}(M^2 - \lambda\alpha^2)^2 + \frac{g^2}{2}\phi^2\alpha^2, \quad \text{Ej: } V(\phi) = \frac{m\phi^2}{2}. \quad (3.30)$$

Donde  $M$  es el término de masa para  $\alpha$  y  $\lambda$  es su constante de acople efectivo,  $g$  es la constante que parametriza la interacción entre  $\phi$  y  $\sigma$ . Como  $V(\phi) \ll \frac{M^4}{4\lambda}$  [15], entonces la mayor contribución a la densidad

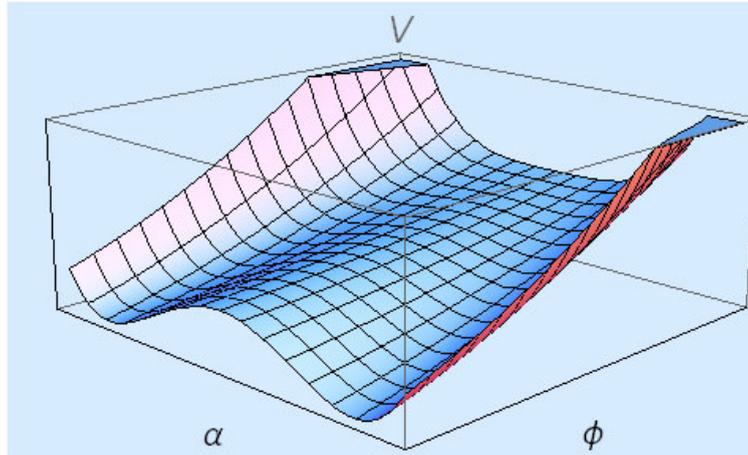


Figura 3.2: Potencial de inflación híbrida, para  $V(\alpha, \phi) = \frac{m\phi^2}{2} + \frac{1}{4\lambda} (M^2 - \lambda\alpha^2)^2 + \frac{g^2}{2} \phi^2 \alpha^2$ .

de energía durante la inflación proviene del potencial  $V(\alpha) \equiv \frac{1}{4\lambda} (M^2 - \lambda\alpha^2)^2$ . Por otro lado el acople entre los campos  $\phi$  y  $\alpha$  nos da la masa efectiva:

$$m_\alpha^2 = \partial_\alpha^2 V|_{\alpha=0} = -M^2 + g^2\phi^2 \quad (3.31)$$

Por lo que para un valor de  $\phi \gg \phi_c \equiv \frac{M}{g}$ , el único mínimo del potencial  $V(\alpha, \phi)$  ocurre para  $\alpha = 0$  (valor de estabilización del potencial). Mientras ocurre esta fase,  $m_\alpha \gg m_\phi$ , por lo que el campo  $\alpha$  rápidamente rueda a su valor mínimo ( $\alpha = 0$ ), mientras que  $\phi$  puede permanecer durante un tiempo mucho mayor con un valor muy grande, y el modelo se reduce a las condiciones de “pequeño rodamiento” para un solo campo. Cuando el valor de  $\phi$  cae por debajo del valor crítico  $\phi_c$ , el campo  $\alpha$  se vuelve taquiónico, el punto estacionario es ahora un máximo (punto inestable) en vez de un mínimo por lo que el campo rueda rápidamente hacia el verdadero vacío y finaliza inflación ( $V(\alpha, \phi)$  cae en su mínimo para  $\phi = 0$ ,  $\alpha^2 = \frac{M^2}{\lambda}$ , se rompe la simetría). Lo anterior puede observar mejor en .

La ventaja de estos modelos con más de un campo escalar reside en la manera de finalizar inflación, para el caso de un solo campo esta termina cuando el potencial se vuelve demasiado grande <sup>4</sup>, mientras que en inflación híbrida esto ocurre cuando le sucede lo mismo al potencial del segundo campo. Esto permite una mayor libertad en la construcción de modelos inflación, ya que por ejemplo no existe el problema de que el inflatón tenga que tomar valores mayores que la escala de Planck como ocurre en modelos con un solo campo.

## 3.2 Inflación en supergravedad.

De lo anterior vemos que el éxito para obtener inflación es encontrar un potencial que mantenga las condiciones del pequeño rodamiento hasta un número de e-fold por lo menos de 60 o un poco menos, en dependencia de la escala en que ocurra inflación [17]. Desde el punto de vista matemático encontrar un potencial con estos requerimientos no es complicado y ya se han encontrado muchos [27], [28]. El ejemplo más simple es el de considerar un potencial de la forma  $V(\phi) = \frac{m}{2}\phi^2$  como ya se vió.

Sin embargo como se dijo en la introducción es deseable obtener inflación desde alguna teoría fundamental como la supergravedad <sup>5</sup> o la teoría de cuerda, ya que estas tienen dentro de sus ingredientes la supersimetría, la cual ha demostrado grandes avances en resolver los problemas de jerarquía como el de la masa del Higgs. En inflación, para mantener las condiciones de pequeño rodamiento a nivel cuántico, hay que tener en cuenta

<sup>4</sup>Esto tiene que ver con las condiciones de pequeño rodamiento

<sup>5</sup>Realmente la supergravedad  $N = 1$  es una teoría efectiva [9], ya que es no renormalizable, aunque presenta desarrollos en el tratamiento de las divergencias UV con respecto a la gravedad cuántica “convencional” (cuantizar la relatividad general) [12] supergravedad en  $N = 0$

el aumento en la masa del inflatón debido a las correcciones cuánticas y esto, como se ve en 3.19, afecta fuertemente la condición ( $m_\phi^2 = \partial_\phi^2 V \implies m_\phi^2 \ll 3H^2$ ), por lo que inflación es muy sensible a este tipo de correcciones y de ahí la necesidad de tener una buena teoría cuántica de gravedad para describirla (teoría de cuerdas). Inflación desde cuerdas se verá en otros trabajos. El caso de la supergravedad en cuatro dimensiones es importante para muchos modelos de teoría de cuerdas en inflación, pues es el límite de bajas energías de supercuerdas y pudiera ser el paso intermedio entre una posible teoría final de unificación y una teoría efectiva de bajas energías como el modelo estándar supersimétrico que puede ser verificado experimentalmente [15].

Encontrar el potencial de inflación desde supergravedad es complicado debido a la relación de este con el potencial de Kähler y el superpotencial (ver 2.42), además de que normalmente depende de varios escalares complejos, por lo que hay que estudiar la estabilidad de estos en la trayectoria inflacionaria. Más importante aún es el hecho de que  $V_F \sim e^K$  y por ejemplo para  $K = \Phi\bar{\Phi}$  aparecería un término de la forma  $e^{|\Phi|^2}$  que implicaría que las masas de los escalares fueran demasiado grandes para mantener inflación incluso para  $\Phi < 1$ . Otro problema es que aunque se conozcan  $K$  y  $W$ , hasta que se calcule el potencial, no se sabrá como es y en este sentido lo ideal sería tratar de encontrar un potencial de Kähler y un superpotencial con los que se obtenga el potencial deseable. Sobre esto se han escrito algunos artículos ver [26], [29], [38] en los cuales aparecen ejemplos de estos potenciales. La idea es considerar dos campos escalares  $\Phi$  y  $S$  ( $K = K(\Phi, \bar{\Phi}, S, \bar{S})$ ), donde  $\text{Re}\Phi$  es la dirección plana del potencial de Kähler para  $K = \Phi + \bar{\Phi}$  y juega el papel del inflatón, o bien pudiera ser  $\text{Im}\Phi$  para  $K = \Phi - \bar{\Phi}$ , la flexibilidad de estos modelos lo da la forma del superpotencial [31]:

$$W = Sf(\Phi). \quad (3.32)$$

Donde  $f(\Phi)$  es una función que tiene expansión en Taylor con coeficientes reales y como otra condición tiene que ser casi cero en el mínimo del potencial, teniendo en cuenta el valor tan pequeño de la constante cosmológica. Esto de considerar dos campos escalares en inflación ya se vió en inflación híbrida. Para modelos del tipo 3.32 ver [26], un resultado importante de este artículo es que se puede estabilizar la trayectoria inflacionaria  $S = \text{Im}\Phi = 0$  para una forma del potencial de Kähler adecuada. Estos supercampos  $\Phi$  y  $S$  son el supercampo inflatón y el goldstino respectivamente. En el capítulo siguiente se verá las posibles ventajas de sustituir este goldstino por uno nilpotente.

Es fácil notar el por qué 3.32 es tan flexible, teniendo en cuenta 2.42 y que el potencial de Kähler tiene que tener una dirección plana para el inflatón ( $K(\Phi - \bar{\Phi})$  o  $K(\Phi + \bar{\Phi})$ ). Cualquier potencial calculado con estas características tendrá la forma:

$$V = e^{K(0,0,0,0)} |f(\text{Re}\Phi)|^2 K^{S\bar{S}}(0,0,0,0), \quad W = 0, \quad \partial_\Phi W = 0 \quad \text{para } S = 0. \quad (3.33)$$

Teniendo en cuenta que durante la trayectoria estacionaria  $S = \text{Im}\Phi = 0$ <sup>6</sup>, esto debido a lo que ya se comentó del término  $e^K$ . Incluso se pueden obtener potenciales aún mas sencillos si se escoge un potencial de Kähler de la forma:

$$K = ((\Phi \pm \bar{\Phi})^2, S\bar{S}) \quad (3.34)$$

En este caso el potencial se reduce para  $S = 0$  a:

$$V = |f(\Phi)|^2 \quad (3.35)$$

El último paso ya una vez que se determine el  $V$ , es analizar la estabilidad de la trayectoria inflacionaria  $S = \text{Im}\Phi = 0$  con respecto a las pequeñas fluctuaciones de estos campos. Para esto es suficiente analizar  $m_{\text{Im}\Phi}^2 = \partial_{\text{Im}\Phi}^2 V$  y  $m_{|S|}^2 = \partial_{|S|}^2 (|S|)$  ( $|S|$  es la parte escalar de  $S$ ), durante la trayectoria. Es conveniente describir a  $\Phi$ ,  $S$  en términos de los escalares reales  $\phi, a, s, b$  como se muestra:

$$\Phi = \frac{\phi + ai}{\sqrt{2}}, \quad S = \frac{s + bi}{\sqrt{2}} \quad (3.36)$$

Como queremos que sea estable, es decir que los campos no se vuelvan taquiónicos<sup>7</sup>, entonces:

$$m_a^2, m_s^2 \geq 0 \quad (3.37)$$

<sup>6</sup>En dependencia de quien juegue el papel de inflatón  $\text{Im}\Phi, \text{Re}\Phi$ , la otra parte será cero.

<sup>7</sup>Hay ocasiones en unos de los campos es estable, ya que su masa es mucho menor que  $H$ , por lo que si puede afectar el régimen inflacionario, y por lo tanto normalmente se debe estabilizar para masas mayores que  $H$ , pero esto ya depende de la teoría que se quiera, por ejemplo tener inflación con solo fluctuaciones del inflatón, o no. En el primer ejemplo se verá este caso.

Donde se tiene en cuenta que como  $K$  depende de  $S\bar{S} = s^2 + b^2$ , entonces  $m_s^2 = m_b^2$ . Con todo esto incluso se pueden imponer constricciones al valor del potencial de Kähler para estos modelos (ver apéndice B), teniendo en cuenta las condiciones de pequeño rodamiento ver [26]. Por lo que la estabilidad depende esencialmente de este y no del potencial como tal. Esto nos da mucha libertad a la hora escribir un potencial para inflación desde los modelos de supergravedad y por supuesto con esto se pueden calcular valores desde la teoría que estén en de acuerdo a las observaciones ver [38].



## Capítulo 4

# Modelos Cosmológicos de SUGRA con supercampos nilpotentes

En este capítulo se estudiarán algunos modelos de inflación de SUGRA y en particular se hará énfasis en los resultados obtenidos, sin y con supercampos nilpotentes, las ventajas y desventajas de estos [35]. En el caso de la nilpotencia en KKLT, se observará como el resultado final, al calcular el potencial del modelo con el término que sube el vacío de AdS a dS proveniente de una antibrana  $D3$  [44], tendrá la misma estructura que el potencial calculado en el modelo O'KKLT usando campos nilpotentes. En este sentido existe una relación estrecha entre las  $\overline{D3}$  – branas y los multipletes nilpotentes. En [40] se describe como el espectro de una  $\overline{D3}$  – brana en modelos de cuerdas IIB, reproduce el campo contenido en un supercampo nilpotente que tiene solamente la componente del goldstino fermiónico. Esta evidencia y otras que se dan en [40]<sup>1</sup> sugieren que las antibranas  $D3$  en teorías de cuerda, puedan describirse a partir de teorías supersimétricas que incluyan supercampos nilpotentes. En [41] se demuestra también como la acción supersimétrica de una anti  $D3$  – brana coincide con la acción de Volkov-Akulov (VA) [42]. Esta última se puede describir en términos de un supercampo quiral nilpotente ver [39].

Un supercampo nilpotente, es un supercampo quiral, es decir, tiene la restricción  $\overline{D}_{\dot{\alpha}}\Phi = 0$ , pero además satisface la condición  $\Phi^2 = 0$ . En el capítulo 1 escribimos los multipletes quirales como:

$$\Phi = \varphi + \sqrt{2}\theta\psi + \theta^2 F. \quad (4.1)$$

Recordar que  $\varphi, \psi, F$ , describen, un escalar complejo, espinor y un campo auxiliar respectivamente. Por lo tanto, teniendo en cuenta las propiedades del álgebra Grassmann, la condición de nilpotencia en 4.1 se satisface si  $\varphi$  es una combinación bilineal de fermiones, esto es:

$$\Phi^2 = 0 = (\varphi + \sqrt{2}\theta\psi + \theta^2 F)(\varphi + \sqrt{2}\theta\psi + \theta^2 F) = 0 \implies \varphi = \frac{\psi\psi}{2F}. \quad (4.2)$$

De este resultado se desprenden las posibilidades de utilizar la nilpotencia en teorías donde la parte bosónica de la acción juegue un papel fundamental, como por ejemplo inflación o la estabilidad en teorías de cuerdas [35]. En el caso de la acción de supergravedad cuando se sustituye goldstino quiral por uno

---

<sup>1</sup>El autor de esta tesis conoce muy poco de teoría de cuerdas.

nilpotente, la parte bosónica se simplifica, por ejemplo si tomamos la acción de SUGRA dada en [3]:

$$\begin{aligned}
 [N]_D e^{-1} &= N_{IJ} \left( \mathcal{D}_\mu X^I \mathcal{D}^\mu \bar{X}^{\bar{J}} - \frac{1}{2} \bar{\Omega}^I \not{D} \Omega^{\bar{J}} - \frac{1}{2} \bar{\Omega}^{\bar{J}} \not{D} \Omega^I + F^I \bar{F}^{\bar{J}} \right) + \\
 &+ \frac{1}{2} \left[ N_{IJK} (-\bar{\Omega}^I \Omega^J \bar{F}^{\bar{K}} + \bar{\Omega}^I (\not{D} X^J) \Omega^{\bar{K}}) + h.c \right] + \frac{1}{4} N_{IJK\bar{L}} \bar{\Omega}^I \Omega^J \bar{\Omega}^{\bar{K}} \Omega^{\bar{L}} - \\
 &- i N_I k_A^I D^A - \sqrt{2} \bar{\lambda}^A N_{IJ} (\Omega^I k_A^{\bar{J}} + \bar{\Omega}^{\bar{J}} k_A^I) + \\
 &+ \frac{1}{2\sqrt{2}} \bar{\psi} \cdot \gamma \left( N_{IJ} F^I \Omega^{\bar{J}} - N_{IJ} \not{D} \bar{X}^{\bar{J}} \Omega^I - \frac{1}{2} N_{IJK} \bar{\Omega}^{\bar{K}} \bar{\Omega}^I \Omega^J + N_I P_R \lambda^A k_A^I \right) + \\
 &+ \frac{1}{8} i \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \psi_\mu \gamma_\nu \psi_\rho \left( N_I \mathcal{D}_\mu X^I + \frac{1}{2} N_{I\bar{J}} \bar{\Omega}^I \gamma_\sigma \Omega^{\bar{J}} + \frac{1}{\sqrt{2}} N_I \bar{\psi}_\sigma \Omega^I \right) + h.c + \\
 &+ \frac{1}{6} N \left( -R(\omega) + \frac{1}{2} \bar{\psi}_\nu \gamma^{\mu\nu\rho} R'_{\nu\rho}(\mathcal{Q}) \right) - \frac{1}{6\sqrt{2}} (N_I \bar{\Omega}^I + N_{\bar{I}} \bar{\Omega}^{\bar{I}}) \gamma^{\mu\nu} R'_{\mu\nu}(\mathcal{Q}), \\
 [W]_F e^{-1} &= W_I F^I - \frac{1}{2} W_{IJ} \bar{\Omega}^I \Omega^J + W_I \bar{\psi} \cdot \gamma \Omega^I + \frac{1}{2} W \bar{\psi}_\mu P_R \gamma^{\mu\nu} \psi_\nu + c.c.
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Aquí hay que tener en cuenta la notación siguiente:  $X^I, \Omega^I$  y  $F^I$  son las componentes del supercampo quiral, campos escalares, campos fermiónicos y los campos auxiliares respectivamente (ver resto en el apéndice A).

Y se sustituye el goldstino quiral nilpotente  $S = s + \sqrt{2}\theta G + \theta^2 F^2$  en esta, los términos cinéticos correspondientes a la parte bosónica se anulan<sup>3</sup>. La complicación estaría en la parte fermiónica, por ejemplo para eliminar los campos auxiliares con las ecuaciones del movimiento hay que tener en cuenta que:

$$\begin{aligned}
 \partial_\mu s \partial^\mu \bar{s} &= \partial_\mu \frac{GG}{2F} \partial^\mu \frac{\bar{G}\bar{G}}{2\bar{F}} = \partial_\mu \left( \frac{GG}{2F} \partial^\mu \frac{\bar{G}\bar{G}}{2\bar{F}} \right) - \frac{GG}{2F} \partial^2 \frac{\bar{G}\bar{G}}{2\bar{F}}, \\
 &= -\frac{GG}{2F} \partial^2 \frac{\bar{G}\bar{G}}{2\bar{F}}.
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Donde hemos considerado que el flujo de los campos se anulan en el infinito, por lo que la derivada total se anula cuando se hace la integración. Este último término junto con otros contribuye en las ecuaciones de movimiento de los campos auxiliares.

El resultado final es que cuando se calcule el potencial escalar  $V$  a partir de  $K$  y  $W$  como función de  $S$ , una vez terminado el cálculo se toma  $s = 0$ , con esto se evita tener que agregarle términos de estabilización al potencial de Kähler como se verán distintos casos. Esta forma de calcular el potencial es posible ya que la forma de obtener el campo auxiliar  $F$  a partir de las ecuaciones de movimiento es la misma con el campo  $S$ , con y sin restricción.

## 4.1 Potencial de SUGRA con multipletes nilpotentes

A continuación presentamos una serie de modelos que contemplan distintos potenciales de Kähler y superpotenciales. Se analizarán casos donde  $S$  es un supercampo quiral goldstino y luego cuando es goldstino nilpotente, en donde el vev de la parte escalar toma el valor trivial, esto nos dice que en estos modelos la parte escalar, el goldstino no es un campo fundamental, si no el goldstino<sup>4</sup>:

$$s^2 = \frac{(GG)^2}{(2F)^2} = 0 \implies \langle s \rangle = 0. \tag{4.5}$$

<sup>2</sup>Luego de usar la calibración  $S = \frac{\Phi}{\sqrt{3M_{Pl}}}$ , la parte escalar es sustituida por la combinación de goldstino  $s = GG/2F$  ver [35].

<sup>3</sup>En realidad lo que se hace es pasar estos términos cinéticos a la parte fermiónica ya que el goldstino  $s$  se sustituyo por la combinación bilineal ya vista. Hay que tener en cuenta que en esta acción  $(X^I, \Omega^I, F^I)$ , son las componentes, escalar, fermiónica y el campo auxiliar, el  $\psi$  que aparece es el gravitino.

<sup>4</sup>El goldstino es el supercompañero fermiónico del escalar goldstino. El campo auxiliar del supercampo goldstino  $F$  durante inflación no se anula, por lo tanto el goldstino es quien rompe la supersimetría.

## 4.2 Modelo de Kawasaki, Yamaguchi, Yanagida [29]

El potencial de Kähler y el superpotencial para este modelo se dan a continuación.

$$K = -\frac{(\Phi - \bar{\Phi})^2}{2} + S\bar{S}, \quad W = mS\Phi. \quad (4.6)$$

La idea fundamental detrás de la forma de este potencial de Kähler, es sustituir el problemático potencial de Kähler del modelo WZ  $K = \Phi\bar{\Phi}$ , como ya se trató en el capítulo anterior, este resulta en un término demasiado grande  $e^K$  de  $V_F$ . Esta variante de (4.6) puede ser obtenida del potencial estándar e inconveniente para sugra  $K = \Phi\bar{\Phi} + S\bar{S}$ , añadiéndole los términos  $\frac{\Phi^2}{2} - \frac{\bar{\Phi}^2}{2}$ . Con esto no modificamos la parte cinética de  $\Phi$  y  $S$ :

$$\mathcal{L}_{cin} = \partial_\mu \Phi \partial^\mu \bar{\Phi} + \partial_\mu S \partial^\mu \bar{S}. \quad (4.7)$$

Con la ventaja de que ahora si introducimos los campos de (3.36). Entonces el potencial de kähler tendrá una transformación de simetría, pues no depende de la combinación  $\Phi + \bar{\Phi}$ , por lo tanto, el término  $e^K$  crecerá en la dirección de  $\text{Im}\Phi$ , mientras que es independiente de  $\text{Re}\Phi$ , es decir, es plano en esta dirección (constante). Esta simetría es rota por el superpotencial de (4.6). Por lo tanto el nuevo potencial de Kähler tiene la misma estructura del clásico  $K = \Phi\bar{\Phi}$  manteniendo la forma de los términos cinéticos, pero con las ventajas ya dichas.

El potencial escalar lo determinamos a partir de (2.42). Donde la métrica de Kähler queda como:

$$K_{i\bar{j}} = \frac{\partial K}{\partial \Phi_i \partial \bar{\Phi}_{\bar{j}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \implies (K_{i\bar{j}})^{-1} = K^{i\bar{j}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Con:

$$\partial_S K = \bar{S}, \quad \partial_\Phi K = -(\Phi - \bar{\Phi}), \quad (4.9)$$

$$\partial_S W = m\Phi, \quad \partial_\Phi W = mS, \quad (4.10)$$

Sustituyendo en 2.42:

$$V = e^{-\frac{(\Phi - \bar{\Phi})^2}{2} + S\bar{S}} [(m\Phi + mS\bar{S}\Phi)(m\bar{\Phi} + mS\bar{S}\bar{\Phi}) + (mS + mS\Phi(-\Phi + \bar{\Phi}))(m\bar{S} + m\bar{S}\bar{\Phi}(\Phi - \bar{\Phi})) - 3m^2 S\bar{S}\Phi\bar{\Phi}]. \quad (4.11)$$

Sustituyendo la componente escalar de  $\Phi$  dada en 3.36 <sup>5</sup>.

$$\Phi\bar{\Phi} = \frac{\phi^2 + a^2}{2}, \quad \Phi\Phi = \frac{1}{2}(\phi^2 + 2ia\phi - a^2), \quad \bar{\Phi}\bar{\Phi} = \frac{1}{2}(\phi^2 - 2ia\phi - a^2), \quad \Phi - \bar{\Phi} = \frac{2ia}{\sqrt{2}}. \quad (4.12)$$

Cerca de la trayectoria inflacionaria los campos toman  $v = a = s = b = |S| = 0$  <sup>6</sup>. Por lo que el papel de inflatón lo juega  $\phi$ , mientras que  $s$  es el goldstino. También es fácil ver que se obtiene el conocido potencial de inflación caótica  $V(\phi) = \frac{m\phi^2}{2}$  obtenido desde SUGRA.

$$V = e^{\alpha + S\bar{S}} \left[ m^2 \left( \frac{\phi^2 + a^2}{2} \right) + 2m^2 S\bar{S} \left( \frac{\phi^2 + a^2}{2} \right) + m^2 (S\bar{S})^2 \left( \frac{\phi^2 + a^2}{2} \right) + m^2 S\bar{S} + m^2 S\bar{S} (ia(\phi - ia)) - m^2 S\bar{S} (ia(\phi + ia)) + m^2 S\bar{S} a^2 (\phi^2 + a^2) - 3m^2 S\bar{S} \left( \frac{\phi^2 + a^2}{2} \right) \right]. \quad (4.13)$$

Si queremos determinar la masa de  $a$  en la trayectoria inflacionaria hacemos:

$$m_a^2 = \partial_a^2 V|_{a=|S|=0} = m^2 + m^2 \phi^2 = m^2 + 6H^2. \quad (4.14)$$

<sup>5</sup>La parte de  $S$  no se sustituye para apreciar el efecto de la nilpotencia.

<sup>6</sup>Durante la trayectoria estos campos se vuelven muy masivos por lo que rápidamente caen a cero, ya que el potencial se vuelve demasiado grande para estos campos mientras que  $\phi$  puede tomar valores más grandes ya que  $(e^K)$  no lo contiene. Mismo mecanismo de inflación híbrida.

Donde se tuvo en cuenta 3.16 . Igual procedemos con las masas del inflatón y las masas de  $s, b$ :  $m_\phi^2 = m_s^2 = m_b^2 = \partial_\phi^2 V = \partial_s^2 V = \partial_b^2 V = m^2$ .

Como la masa de  $a$  depende del inflatón y este último puede tomar valores grandes <sup>7</sup> sin que el término  $e^K$  se afecte, entonces campo  $a$  estará fuertemente estabilizado para  $a = 0$ . Mientras que para  $S$  <sup>8</sup> como tiene la misma masa que el inflatón sus fluctuaciones cuánticas se generarán durante la inflación ( $m^2 \ll H^2$ ) [38], y esto tendrá relevancia o no en dependencia de los detalles de la teoría en que se esté trabajando [35]. Una forma de evitar esta situación es agregarle al potencial de Kähler otro término (ver [38]), de esta manera  $S$  adquiere una masa mayor que  $H^2$  por lo se hace cero durante la trayectoria.

$$K = -\frac{(\Phi - \bar{\Phi})^2}{2} + S\bar{S} - h(SS\bar{S})^2. \quad (4.15)$$

Si consideramos ahora el caso nilpotente  $(S\bar{S})^2 = 0$ . El potencial se expresa como:

$$V = e^{S\bar{S}} \left[ m^2 S\bar{S} + \frac{m^2 \phi^2}{2} + m^2 S\bar{S} \left( \frac{\phi^2}{2} \right) - 3m^2 S\bar{S} \left( \frac{\phi^2}{2} \right) \right]. \quad (4.16)$$

Expandiendo la exponencial  $e^{S\bar{S}} = 1 + S\bar{S}$  ya que los demás términos de la expansión se hacen cero por la condición de Nilpotencia y sustituyendo en (7), queda finalmente:

$$\begin{aligned} V &= (1 + S\bar{S}) \left[ m^2 S\bar{S} + \frac{m^2 \phi^2}{2} + m^2 S\bar{S} \left( \frac{\phi^2}{2} \right) - 3m^2 S\bar{S} \left( \frac{\phi^2}{2} \right) \right] \\ &= \left[ m^2 S\bar{S} + \frac{m^2 \phi^2}{2} - m^2 S\bar{S} \left( \frac{\phi^2}{2} \right) + \cancel{m^2 (S\bar{S})^2} + \frac{m^2 \phi^2}{2} S\bar{S} - \cancel{m^2 (S\bar{S})^2} \left( \frac{\phi^2}{2} \right) \right] \\ &= \left[ m^2 |S|^2 + \frac{m^2 \phi^2}{2} \right] = \frac{m^2}{2} (s^2 + b^2) + \frac{m\phi^2}{2} = \frac{m^2 \phi^2}{2}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Una vez que se llega a la expresión final, se hacen ceros los valores de la parte escalar de  $S$ ,  $\langle s \rangle = \langle b \rangle = 0$  <sup>9</sup> debido a la nilpotencia.

### Otro potencial de Kähler, con el mismo superpotencial.

Una modificación del caso anterior se tiene con los siguientes potenciales:

$$K = -3 \log \left[ 1 + \frac{(\Phi - \bar{\Phi})^2}{6} - \frac{S\bar{S}}{3} \right], \quad W = mS\Phi. \quad (4.18)$$

Calculado la métrica  $K_{i\bar{j}}$ :

$$K_{i\bar{j}} = \begin{pmatrix} \frac{6(-2\Phi\bar{\Phi} + \bar{\Phi}^2 + \Phi^2 + 6)}{(-2S\bar{S} - 2\Phi\bar{\Phi} + \bar{\Phi}^2 + \Phi^2 + 6)^2} & \frac{12\bar{S}(\Phi - \bar{\Phi})}{(-2S\bar{S} - 2\Phi\bar{\Phi} + \bar{\Phi}^2 + \Phi^2 + 6)^2} \\ \frac{12S(\bar{\Phi} - \Phi)}{(-2S\bar{S} - 2\Phi\bar{\Phi} + \bar{\Phi}^2 + \Phi^2 + 6)^2} & -\frac{6(2S\bar{S} - 2\Phi\bar{\Phi} + \bar{\Phi}^2 + \Phi^2 - 6)}{(-2S\bar{S} - 2\Phi\bar{\Phi} + \bar{\Phi}^2 + \Phi^2 + 6)^2} \end{pmatrix}. \quad (4.19)$$

Y luego determinando el potencial (Ver resto en el apéndice C). Se llega al mismo resultado  $\frac{m^2}{2}\phi$ . Sin embargo las masas efectivas para los campos son distintas.

$$m_a^2 = m^2 + \frac{2m^2\phi^2}{3}, \quad m_{|S|}^2 = m^2 - \frac{m^2\phi^2}{3} \quad \text{y} \quad m_\phi^2 = m^2. \quad (4.20)$$

En particular hay que notar que ahora las masas de la parte escalar de  $S$  se vuelven taquiónicas ya que toma valores complejos que arruinan el régimen de inflación. Esta situación se puede salvar (estabilizar  $|S|$ ) agregándole suficientes términos  $\sim (S\bar{S})^2$ . El problema con esto es que se complica mucho el modelo

<sup>7</sup>Estos valores van a depender de la cantidad de e-fold necesarios, por ejemplo para resolver el problema de horizonte o de planitud [29].

<sup>8</sup>Su parte real y parte imaginaria.

<sup>9</sup> $\langle s \rangle \equiv \langle 0 | s | 0 \rangle$

tanto desde el punto de vista del cálculo como de las predicciones debido a lo extenso y complicado de las expresiones. Esta situación mejora notablemente cuando se sustituye al goldstino por un campo nilpotente. En este caso como el campo  $a$  sigue siendo estable en  $a = 0$ , entonces con la nilpotencia  $\implies \langle |S| \rangle = 0$  se obtiene el ya conocido  $V = \frac{m_s^2}{2} \phi$ .

Todo esto es generalizable para el conjunto de modelos con un potencial de Kähler y un superpotencial en la forma dada en el capítulo 2, para  $S^2 = 0$ . Como casi siempre  $a$  no necesita estabilización y  $f(\phi)$  es una función arbitraria sin muchas restricciones, se pueden construir modelos sencillos<sup>10</sup> que puedan describir parámetros observacionales (ver [38]).

#### 4.2.1 Relación de inflación en supergravedad con teorías de cuerdas (inflación “supernatural” [49]).

El siguiente modelo es una versión supersimétrica de la monodromía del axion. [35], [32].

$$K = -\frac{(\Phi - \bar{\Phi})^2}{2} + S\bar{S} - g(S\bar{S})^2, \quad W = S[f(\Phi) + A\sin(\alpha\Phi)]. \quad (4.21)$$

Donde el término  $g(S\bar{S})^2$  se introduce para estabilizar a  $S$  en  $S = 0$ . Calculando el potencia, para la métrica de Kähler siguiente:

$$K^{i\bar{j}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-4gS\bar{S}} \end{pmatrix}. \quad (4.22)$$

Se tiene que:

$$\begin{aligned} V &= e^{-gS^2\bar{S}^2 + S\bar{S} - \frac{1}{2}(\Phi - \bar{\Phi})^2} \left[ S(\alpha A \cos(\alpha\Phi) + f'(\Phi)) + S(\bar{\Phi} - \Phi)(A(\sin(\alpha\Phi)) + f(\Phi)) \times \right. \\ &\times \bar{S}(\alpha A \cos(\alpha\bar{\Phi}) + f'(\bar{\Phi})) + \bar{S}(\Phi - \bar{\Phi})(A(\sin(\alpha\bar{\Phi})) + f(\bar{\Phi})) + \frac{1}{1-4gS\bar{S}} \times \\ &\times \left( (A(\sin(\alpha\Phi)) + S(\bar{S} - 2gS\bar{S}^2)(A(\sin(\alpha\Phi)) + f(\Phi)) + f(\Phi)) \times \right. \\ &\times \left. (A(\sin(\alpha\bar{\Phi})) + \bar{S}(S - 2gS^2\bar{S})(A(\sin(\alpha\bar{\Phi})) + f(\bar{\Phi})) + f(\bar{\Phi})) \right) - \\ &\left. - 3S\bar{S}(A(\sin(\alpha\Phi)) + f(\Phi))(A(\sin(\alpha\bar{\Phi})) + f(\bar{\Phi})) \right]. \quad (4.23) \end{aligned}$$

Donde las  $f'(\Phi)$  son derivadas con respecto a  $\varphi$ .

Se puede comprobar la estabilidad de  $S$  como:

$$m_s^2 = \partial_s^2 V|_{a=|S|=0} = \left[ \alpha A \cos\left(\frac{\alpha\phi}{\sqrt{2}}\right) + f'\left(\frac{\phi}{\sqrt{2}}\right) \right]^2 + 4g \left[ A \sin\left(\frac{\alpha\phi}{\sqrt{2}}\right) + f\left(\frac{\phi}{\sqrt{2}}\right) \right]^2. \quad (4.24)$$

Una vez estabilizados los campos escalares el potencial resultante es:

$$V = \left[ A \sin\left(\frac{\alpha\phi}{\sqrt{2}}\right) + f\left(\frac{\phi}{\sqrt{2}}\right) \right]^2. \quad (4.25)$$

En el límite cuando  $f\left(\frac{\phi}{\sqrt{2}}\right) \gg A \sin\left(\frac{\sin\alpha\phi}{\sqrt{2}}\right)$ , el potencial queda como:

$$V \approx f^2\left(\frac{\phi}{\sqrt{2}}\right) + 2f\left(\frac{\phi}{\sqrt{2}}\right) A \sin\left(\frac{\alpha\phi}{\sqrt{2}}\right). \quad (4.26)$$

Este modelo está relacionado con los modelos para las oscilaciones de la CMB desde la monodromía del axion en inflación. [32].

<sup>10</sup>Ya no hay necesidad de agregar términos extras a  $S$  en el potencial de Kähler.

Para tener una interpretación de cuerdas de este modelo se sustituye el supercampo goldstino por el goldstino nilpotente ver [35], en este caso los potenciales de la monodromía de la acción desde teoría de cuerdas son:

$$K = -\frac{(\Phi - \bar{\Phi})^2}{2} + S\bar{S}, \quad W = S[f(\Phi) + A\text{sen}(\alpha\Phi)]. \quad (4.27)$$

### 4.3 Modelo Kachru, Kallosh, Linde y Trivedi (KKLT [45])

El modelo de KKLT es un modelo de teoría de cuerdas que propone un mecanismo para obtener vacíos de de sitter estables, ya que en esta teoría se obtienen naturalmente vacíos anti de sitter (AdS) [45]. Básicamente lo que se hace es estabilizar todos los módulos en un vacío supersimétrico para luego agregarle el término de elevación que rompe SUSY. Este término proviene entre otros factores, como los flujos, de una  $\overline{D3}$  – brane que en cuerdas rompen SUSY espontáneamente. El resultado final es que se “sube” el vacío de AdS a dS.

Uno de los problemas fundamentales de la teoría de cuerda es, lograr la estabilidad de la compactificación de las dimensiones internas. Esto se ve en el siguiente potencial <sup>11</sup> efectivo en 4D obtenido por compactificación de una teoría de cuerdas tipo IIB [10].

$$V(z, \rho, \phi) \sim e^{\sqrt{2}z - \sqrt{6}\rho} \hat{V}(\phi). \quad (4.28)$$

Donde  $z$  es el dilatón y  $\rho$  el volumen del espacio compactificado,  $\phi$  pudiera ser el campo inflatón. La presencia de la exponencial dificulta que  $\hat{V}$  sea el potencial de inflación ya que los campos  $z$  y  $\rho$  no se estabilizan y el exponente crece demasiado. Por lo tanto si se quiere usar teoría de cuerdas en inflación primero hay que estabilizar estos campos. La dificultad fundamental está en la estabilización del módulo de volumen. El método KKLT estabiliza a  $\rho$  en un mínimo AdS supersimétrico, a partir de un potencial de Kähler y superpotencial:

$$K = -3\text{Log}(\rho + \bar{\rho}), \quad W = W_0 + Ae^{-a\rho}. \quad (4.29)$$

Aquí,  $A$  es un coeficiente que se determina por la escala de energía por debajo de la cual la cromodinámica cuántica supersimétrica (SQCD) es válida [45],  $W_0$ , es una contribución que proviene de los flujos.  $W_0$ ,  $a$  y  $A$  son reales. Calculando el potencial como hasta el momento, primero determinamos la métrica de Kähler.

$$K^{i\bar{j}} = \frac{(\rho + \bar{\rho})^2}{3}. \quad (4.30)$$

Lo que nos da un potencial de la forma:

$$\begin{aligned} V_{KKLT} &= \frac{1}{(\bar{\varrho} + \varrho)^3} \left[ \frac{1}{3} (\bar{\varrho} + \varrho)^2 \left( -\frac{3(Ae^{-a\varrho} + W_0)}{\bar{\varrho} + \varrho} - aAe^{-a\varrho} \right) \times \right. \\ &\times \left. \left( -\frac{3(Ae^{-a\bar{\varrho}} + W_0)}{\bar{\varrho} + \varrho} - aAe^{-a\bar{\varrho}} \right) - 3(Ae^{-a\varrho} + W_0)(Ae^{-a\bar{\varrho}} + W_0) \right] \\ &= \frac{aAe^{-a(\rho + \bar{\rho})} \left[ 3(e^{a\rho} + e^{a\bar{\rho}})W_0 + A(6 + a(\rho + \bar{\rho})) \right]}{3(\rho + \bar{\rho})^3}. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Para estabilizar a  $\rho$  en un mínimo SUSY partimos de  $D_i W = 0$  <sup>12</sup>. A partir de esta condición se puede encontrar una relación entre los parámetros  $a$ ,  $A$ ,  $W$  y el valor del volumen crítico  $\sigma_{cr}$ , partiendo de que  $\rho = \sigma + i\alpha$ ,  $\alpha$  y  $\sigma$  son campos escalares normalizados y reales. Se obtiene entonces:

$$D_\rho W = 0 \Rightarrow \partial_\rho W + W \partial_\rho K = 0 \Rightarrow -aAe^{-a\rho} - \frac{3}{\rho + \bar{\rho}}(W_0 + Ae^{-a\rho}) = 0. \quad (4.32)$$

<sup>11</sup>Luego de considerar una serie de efectos no perturbativos [37].

<sup>12</sup>Condición para que se se preserve SUSY, ver capítulo 1.

Por lo que:

$$W_0 = -Ae^{-a(\sigma+i\alpha)} \left(1 + \frac{2a\sigma}{3}\right). \quad (4.33)$$

Ya que  $\sigma$  representa un volumen entonces es positivo y por tanto para valores positivos de  $a$ , la única posibilidad para  $\alpha$  es ser cero y entonces:

$$W_0 = -Ae^{-a\sigma_{cr}} \left(1 + \frac{2a\sigma_{cr}}{3}\right). \quad (4.34)$$

En este punto crítico  $\sigma_{cr}$  el potencial toma un valor negativo igual a:

$$V_{AdS} = e^K(-3|W|^2) = \frac{1}{8\sigma_{cr}^3} \left[ -3 \left( -Ae^{-a\sigma_{cr}} \left(1 + \frac{2a\sigma_{cr}}{3}\right) + Ae^{-a\sigma_{cr}} \right)^2 \right] \quad (4.35)$$

$$= -\frac{3}{8\sigma_{cr}^3} \left( -\frac{2a\sigma_{cr}Ae^{-a\sigma_{cr}}}{3} \right)^2 = -\frac{a^2A^2e^{-2a\sigma_{cr}}}{6\sigma_{cr}}. \quad (4.36)$$

Finalmente la dependencia de  $V_{KKLT}$  con  $\sigma$  para  $\alpha = 0$  queda como:

$$V_{KKLT} = \frac{aAe^{-2a\sigma} [A(3 + a\sigma) + 3e^{a\sigma}W_0]}{6\sigma^2}. \quad (4.37)$$

En la figura 4.1 se observa el comportamiento de este potencial y se ve como se estabilizó el módulo de volumen preservando SUSY.

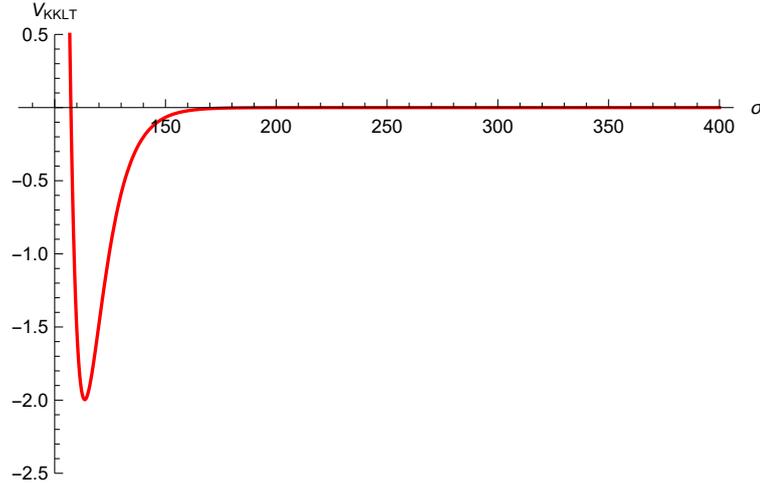


Figura 4.1: Potencial del modelo KKLT (multiplicado por  $10^{15}$ ), sin uplifting. Con  $W_0 = -10^{-4}$ ,  $A = 1$ ,  $a = 0,1$ . En donde se observa el mínimo de AdS. Gráfico realizado tomando en cuenta los resultados de [45].

### Construcción de un vacío dS. Rompimiento de SUSY

Una vez estabilizados todos los módulos, se le agrega a  $V_{KKLT}$  una pequeña energía proveniente de los flujos y de las  $\overline{D3}$  – brana.

$$\delta V = \frac{D}{(\rho + \bar{\rho})^3} = \frac{D}{\sigma^3}. \quad (4.38)$$

Sumando este término al potencial de KKLT queda:

$$V = V_{KKLT} + \frac{D}{(\rho + \bar{\rho})^3} = \frac{aAe^{-2a\sigma} [A(3 + a\sigma) + 3e^{a\sigma}W_0]}{6\sigma^2} + \frac{D}{\sigma^3}. \quad (4.39)$$

El término  $D$  depende del número de  $\overline{D3}$ -branas y otros factores ver [45], y su valor puede ser ajustado en cantidades muy pequeñas, lo que permite romper SUSY y perturbar el vacío de AdS para obtener dS con una constante cosmológica ajustable <sup>13</sup>. El nuevo potencial con el término extra se puede observar en la figura 4.2, donde se tomaron los mismos páramtros que en 4.1.

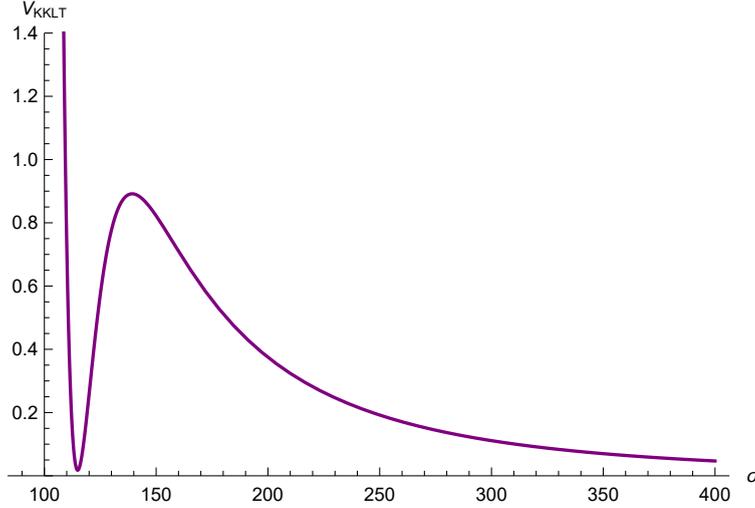


Figura 4.2: Potencial del modelo KKLT (multiplicado por  $10^{15}$ ) con el término de uplifting  $\frac{D}{\sigma^3}$  para  $D = 3 \cdot 10^{-9}$ . Gráfico realizado tomando en cuenta los resultados de [45].

Este vacío obtenido es metaestable ya que cuando  $\sigma \rightarrow \infty$  todas las contribuciones de energías se hacen cero. En cuanto a los valores del módulo de volumen, estos cambian muy poquito cuando pasan del mínimo AdS al nuevo dS, por lo que si el volumen es grandes o puequeño cuando estaba en AdS, lo seguirá siendo esté en el vacío de dS y esto hace que la aproximación sea válida.

Por lo tanto para describir la actual expansión del universo con este potencial, solo hay ajustarlo, en principio, de manera tal que en el mínimo de dS tenga un valor de  $V_0 \sim 10^{-120}$  en unidades de Planck <sup>14</sup>. En cuanto a la estabilidad de este vacío de dS se plantea que su tiempo de vida no es ni muy pequeño ni muy grande, es extremadamente grande en escalas de tiempo de Planck (en particular se pueden construir modelos con tiempos de duración mayores que el tiempo de escala cosmológicas  $\sim 10^{10}$  años). Y es extremadamente corto comparada con las escalas de recurrencia de tiempo  $t_r \sim e^{S_0}$ , ya que su tiempo de vida es mucho menor que este ver [45].

## 4.4 Modelo O'KKLT

Este es un modelo en el que se combinan KKLT y el modelo de O'Raifeartaigh. La idea de esto es obtener dS de manera similar al modelo KKLT, pero ahora el término de elevación viene de los campos nilpotentes, lo cuál le da otra interpretación a dicho término. Los potenciales del modelo se dan a continuación, en donde puede observarse  $K$  y  $W$  de O'Raifeartaigh.

$$W = W_0 + Ae^{-a\rho} - \mu^2 S, \quad K = -3 \log(\rho + \bar{\rho}) + S\bar{S} - \frac{(S\bar{S})^2}{\Lambda^2}. \quad (4.40)$$

Donde  $\rho$  y  $S$  son funciones de 4 escalares:

$$\rho = \sigma + i\alpha, \quad S = s + ib. \quad (4.41)$$

<sup>13</sup> $D$  no puede variar con una precisión arbitraria.

<sup>14</sup>En realidad hacer un ajuste fino de  $D$  no es trivial [45]

Para determinar el potencial O'KKLT se procede como hasta ahora:

$$\partial_S K = \bar{S} - \frac{2S\bar{S}^2}{\Lambda^2}, \quad \partial_{\bar{S}} K = S - \frac{2\bar{S}S^2}{\Lambda^2} \quad (4.42)$$

$$\partial_\rho K = -\frac{3}{\bar{\varrho} + \varrho}, \quad \partial_{S\bar{S}} K = 1 - \frac{4SSc}{\Lambda^2}, \quad (4.43)$$

$$\partial_{\rho\bar{\rho}} K = \frac{3}{(\bar{\varrho} + \varrho)^2}, \quad \partial_{S\bar{\Phi}} K = \partial_{\Phi\bar{S}} K = 0, \quad (4.44)$$

$$\partial_S W = -\mu^2, \quad \partial_\rho W = -aAe^{-a\varrho}, \quad \partial_{\bar{\rho}} \bar{W} = -aAe^{-a\bar{\varrho}}. \quad (4.45)$$

$$K_{i\bar{j}} = \begin{pmatrix} \frac{3}{(\varrho + \bar{\varrho})^2} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{4S\bar{S}}{\Lambda^2} \end{pmatrix} \implies K^{i\bar{j}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}(\varrho + \bar{\varrho})^2 & 0 \\ 0 & \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - 4S\bar{S}} \end{pmatrix}, \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{e^{SS - \frac{S^2\bar{S}^2}{\Lambda^2}}}{(\bar{\varrho} + \varrho)^3} \left[ \frac{\left( -\mu^2 + \left( \bar{S} - \frac{2S\bar{S}^2}{\Lambda^2} \right) (Ae^{-a\varrho} - S\mu^2 + W_0) \right)}{1 - \frac{4S\bar{S}}{\Lambda^2}} \times \right. \\ &\times \left( -\mu^2 + \left( S - \frac{2S^2\bar{S}}{\Lambda^2} \right) (Ae^{-a\bar{\varrho}} - \bar{S}\mu^2 + W_0) \right) + \\ &+ \frac{1}{3}(\bar{\varrho} + \varrho)^2 \left( -\frac{3(Ae^{-a\varrho} + W_0 - S\mu^2)}{\bar{\varrho} + \varrho} - aAe^{-a\varrho} \right) \times \\ &\times \left( -\frac{3(Ae^{-a\bar{\varrho}} + W_0 - \bar{S}\mu^2)}{\bar{\varrho} + \varrho} - aAe^{-a\bar{\varrho}} \right) - \\ &\left. - 3(Ae^{-a\varrho} + W_0 - S\mu^2)(Ae^{-a\bar{\varrho}} + W_0 - \bar{S}\mu^2) \right]. \quad (4.47) \end{aligned}$$

Dentro de este potencial está el de O'Raifeartaigh derivado del superpotencial  $W_{O'} = -\mu^2 S$  y del potencial de Kähler  $K_{O'} = S\bar{S} - \frac{(S\bar{S})^2}{\Lambda^2}$ .

$$\begin{aligned} V_{O'}(S, \bar{S}) &= \mu^4 e^{\frac{S\bar{S}(\Lambda^2 - S\bar{S})}{\Lambda^2}} \left[ \frac{1 + 2\left( S\bar{S} - \frac{2(S\bar{S})^2}{\Lambda^2} \right) + \left( S\bar{S} - \frac{2(S\bar{S})^2}{\Lambda^2} \right)^2}{\frac{\Lambda^2 - 4S\bar{S}}{\Lambda^2}} - 3S\bar{S} \right] \\ &= \mu^4 e^{\frac{S\bar{S}(\Lambda^2 - S\bar{S})}{\Lambda^2}} \left[ \frac{\left( 1 + S\bar{S} - \frac{2(S\bar{S})^2}{\Lambda^2} \right)^2}{\frac{\Lambda^2 - 4S\bar{S}}{\Lambda^2}} - 3S\bar{S} \right] \\ &= \mu^4 e^{\frac{S\bar{S}(\Lambda^2 - S\bar{S})}{\Lambda^2}} \left[ \frac{\left( \Lambda^2(1 + S\bar{S}) - 2(S\bar{S})^2 \right)^2}{\Lambda^2(\Lambda^2 - 4S\bar{S})} - 3S\bar{S} \right]. \quad (4.48) \end{aligned}$$

Este potencial tiene un mínimo de  $dS$  para  $S = 0$ . El valor del potencial en este mínimo es positivo y la escala es definida por el parámetro del término lineal del superpotencial:  $V_{O'}(S, \bar{S})|_{S=0} = \mu^4$ . Expandiendo alrededor del mínimo nos queda:

$$V_{O'}(S, \bar{S}) \approx \mu^4 + \frac{4\mu^4}{\Lambda^2} S\bar{S} + \dots \quad (4.49)$$

El resultado anterior es una motivación para también desarrollar el potencial de 4.47 alrededor  $S\bar{S}$  pequeños ya que es un buen candidato para el término de elevación del modelo KKLT. Acomodando los

términos de 4.47 y teniendo en cuenta 4.31 y 4.48. Tenemos que el potencial  $V_{O'KKLT}$  se puede escribir para pequeños valores de  $S\bar{S}$  como:

$$V_{O'KKLT} = V_{KKLT}(\rho, \bar{\rho}) + \frac{V_{O'}(S, \bar{S})}{(\rho + \bar{\rho})^3} - i(S - \bar{S})V_3 + (S + \bar{S})V_4 + S\bar{S}V_5. \quad (4.50)$$

Teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} e^K &\approx 1 + \frac{S\bar{S}(\Lambda^2 - S\bar{S})}{\Lambda^2} + \frac{(S\bar{S})^2}{2\Lambda^4}[\Lambda^4 - 2\Lambda^2 S\bar{S} + (S\bar{S})^2] + \dots \\ &\approx 1 + S\bar{S} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\Lambda^2}\right)(S\bar{S})^2. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Podemos escribir los demás términos del potencial:

$$-i(S - \bar{S})V_3 = -i2y \left[ \frac{A\mu^2}{2(\bar{\varrho} + \varrho)^3} (e^{-a\varrho} - e^{-a\bar{\varrho}}) \left( a(\bar{\varrho} + \varrho) + \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - 4S\bar{S}} \right) \right] + \mathcal{O}(x^2, y^2). \quad (4.52)$$

$$(S + \bar{S})V_4 = 2x \left[ -\frac{\mu^2}{2(\bar{\varrho} + \varrho)^3} \left( A(e^{-a\bar{\varrho}} + e^{-a\varrho}) \left( a(\bar{\varrho} + \varrho) + \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - 4S\bar{S}} \right) + \frac{2\Lambda^2 W_0}{\Lambda^2 - 4S\bar{S}} \right) \right] + \mathcal{O}(x^2, y^2). \quad (4.53)$$

$$\begin{aligned} S\bar{S}V_5 &= S\bar{S} \left[ -\frac{e^{-a(\bar{\varrho} + \varrho)}}{6(\bar{\varrho} + \varrho)^3 (\Lambda^2 - 4S\bar{S})} \left( -3e^{a(\bar{\varrho} + \varrho)} \left( 2W_0((\Lambda^2 - 4)S\bar{S} + \Lambda^2) - \right. \right. \right. \\ &- 4W_0(\bar{S} + S)(\Lambda^2 - 1)\mu^2 + (-26S\bar{S} + (8 + 5S\bar{S})\Lambda^2)\mu^4) + \\ &+ A^2 \left( -2\Lambda^2(3 + a(\rho + \bar{\rho}))(6 + a(\rho + \bar{\rho})) + S\bar{S}(-\Lambda^2(6 + a(\rho + \bar{\rho}) \times \right. \\ &\times (6 + (\rho + \bar{\rho})) + 2(12 + 5a(\rho + \bar{\rho})(6 + a(\rho + \bar{\rho})))) - 3Ae^{a\bar{\varrho}} \times \\ &\times \left( 2(W_0\Lambda^2(1 + a(\rho + \bar{\rho})) - \bar{S}\mu^2(-2 + \Lambda^2(2 + a(\rho + \bar{\rho})))) + \right. \\ &+ S\bar{S}(8a\bar{S}\mu^2(\rho + \bar{\rho}) + W_0(\Lambda^2(2 + a(\rho + \bar{\rho})) - 8 - 10a(\rho + \bar{\rho})))) - \\ &- 3Ae^{a\varrho} \left( 2(W_0\Lambda^2(1 + a(\rho + \bar{\rho})) + S(-2\mu^2(-2 + \Lambda^2(2 + a(\rho + \bar{\rho}))) + \right. \\ &+ \left. \left. \left. \bar{S}W_0(\Lambda^2(2 + a(\rho + \bar{\rho})) - 8 - 10a(\rho + \bar{\rho}))) \right) \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.54)$$

El comportamiento  $V_{O'KKLT}$  en regiones pequeñas de  $S\bar{S}$  se puede observar en la figura 4.3. El potencial para  $\alpha = b = 0$  se simplifica considerablemente [44]. Aquí se puede notar el mínimo dS.

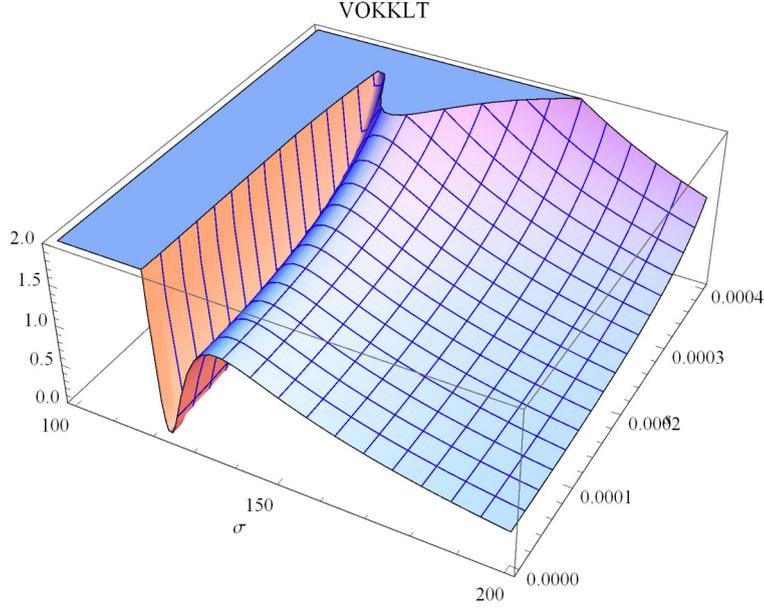


Figura 4.3: Potencial O'KKLT, para los axiones  $\alpha = 0$  y  $y = 0$ , para  $S, \bar{S}$  pequeños (multiplicado por  $10^{31}$ ). Con  $A = 1, W_0 = -10^{-12}, a = 0,25, \mu^2 = 1,66 \cdot 10^{-12}, \Lambda = 10^{-3}$  [44].

#### Nuevo modelo O'KKLT.

La combinación anterior O'KKLT dió como resultado un potencial con un vacío de dS, sin embargo para tener una interpretación de teoría de cuerdas para este modelo, hay que introducir los campos nilpotentes, esto se ve en la expansión de (4.49). Como ya se ha visto, de la condición de nilpotencia  $S^2 = 0$  se tiene que el vev de la parte escalar es cero, por lo que:

$$V_{O'}(S, \bar{S}) \approx \mu^4 + \frac{4\mu^4}{\Lambda^2} S\bar{S} + \dots = \mu^4. \quad (4.55)$$

Como el campo  $S$  no necesita términos extras para estabilizarse debido a la nilpotencia, se toma entonces como potencial de Kähler y superpotencial del nuevo modelo:

$$K = W_0 + Ae^{-a\rho} - \mu^2 S, \quad W = -3 \log(\rho + \bar{\rho}) + S\bar{S}, \quad \text{para } S^2 = 0. \quad (4.56)$$

Calculando el potencial  $V_{New\ O'KKLT}$  (ver apéndice) y al final del cálculo tomando como cero la parte escalar de  $S$  por la nilpotencia, se obtiene:

$$V_{New\ O'KKLT} = V_{KKLT}(\rho, \bar{\rho}) + \frac{\mu^4}{(\rho + \bar{\rho})^3}. \quad (4.57)$$

Comparando el resultado anterior con KKLT se observa que el término que sube AdS a dS tiene la misma forma de  $\frac{D}{(\rho + \bar{\rho})^3}$  proveniente de la anti  $D3$ -brana <sup>15</sup>

<sup>15</sup>Las antibranas son objetos extendidos con 3+1 dimensión que surgen en teorías de cuerdas [41].



# Conclusiones

En esta tesis se analizaron algunos de los modelos de inflación provenientes de SUGRA. Dentro de la gran cantidad de modelos existentes, han tenido bastante éxito los de inflación caótica como se mostró en el capítulo 3 <sup>16</sup>. Por lo que se busca muchas veces tratar de obtener estos potenciales cuadráticos desde la SUGRA. Los dos primeros casos analizados del capítulo 4 son un ejemplo de estos. Aquí se compararon los resultados obtenidos antes y después de la introducción de los supercampos nilpotentes, en donde se observó la simplificación del análisis al introducir los supercampos nilpotentes. Esta idea es un complemento de la generalización mostrada en el capítulo 2, en donde se soluciona unos de los problemas del potencial de SUGRA con el término  $e^K$  [10], [26], [30]. Para resolver esto basta con escribir el potencial de Kähler, donde la dirección plana le corresponda al inflatón, como en el modelo de Kawasaki, Yamguchi, Yanagida [29]. Por lo tanto el potencial crecerá enormemente en la dirección de los demás campos que finalmente se estabilizaran a cero. En este capítulo también se mostró que es posible obtener cualquier potencial deseado <sup>17</sup> para un superpotencial y potencial de Kähler:

$$W = Sf(\Phi), \quad K = K((\Phi - \bar{\Phi})^2, S\bar{S}). \quad (4.58)$$

En donde una vez estabilizado el campo  $S$  en  $S = 0$ , se obtiene un potencial como función de la parte real de  $\Phi$ :

$$V = f^2(\text{Re}\Phi). \quad (4.59)$$

Como  $f(\Phi)$  es cualquier función que tenga expansión en serie con coeficientes reales, entonces es posible reproducir los valores de algún parámetro cosmológico observado <sup>18</sup>. Incluso en el caso que se añadan términos  $\sim (S\bar{S})^2$  a  $K$  para estabilizar el goldstino, lo que complicaría el cálculo, seguiría siendo de gran ventaja esta libertad para obtener el potencial.

Una solución que pudiera decirse casi ideal al problema anterior de la estabilidad, es la introducción de los supercampos nilpotentes, pues simplemente nos evitamos la introducción de estos términos estabilizadores y todas las demás magnitudes del modelo se comportan por igual. En los ejemplos estudiados se puede ver la parte operativa de como usar estos campos nilpotentes para determinar el potencial, simplemente, una vez que se hacen los cálculos, se hace cero el valor de expectación de la parte escalar del campo nilpotente ( $\langle s \rangle = 0$ ), obteniéndose la estabilidad de  $S$ . Esto tiene sus pro y sus contra, y es que como ya se dijo el campo escalar no desaparece, es sustituido por una combinación bilineal de fermiones, su valor de expectación se hace cero, por lo tanto en teorías donde la parte bosónica es la relevante los beneficios son notables, sin embargo si la parte fermiónica es fundamental para el modelo, todo se vuelve más complicado, puesto que los términos cinéticos de  $\frac{GG}{2F}$  que se pasan a la parte fermiónica.

Otro resultado importante analizado en el capítulo 4 es la introducción de los campos nilpotentes en modelos de inflación provenientes de teoría de cuerdas, En donde resulta bien interesante el hecho de que el término que sube la energía del vacío de AdS a dS en el modelo de KKLT [44] provenga de los campos nilpotentes, reproduciendo la contribución de las  $\bar{D}3$  – branas. Este efecto le da una interpretación a los campos nilpotentes como provenientes de la acción de la anti- $D3$  branas.

<sup>16</sup>Otros ejemplos son, inflación natural, modelo KKLT de cuerdas, etc [32], [46].

<sup>17</sup>Esto como ya se mencionó en el capítulo 3 es muy difícil por la relación entre  $V$ ,  $K$  y  $W$ , por lo que solo al final del cálculo del potencial se sabrá como es.

<sup>18</sup>Por ejemplo  $n_s$  y  $r$ .

Las observaciones cosmológicas actuales son lo suficientemente precisas para comprobar las ideas teóricas acerca del universo temprano. Teniendo en cuenta que el único laboratorio en donde las partículas con energía entre  $10^{15}$  a  $10^{19}$  GeV existieron alguna vez e interactuaron unas con otras en nuestro universo, fue en ese período de la evolución. Podemos estar de acuerdo con Zeldovich cuando escribió a comienzos de los 70, que el universo es el acelerador del hombre pobre, todo lo que hay que hacer es coleccionar los datos experimentales e interpretarlos apropiadamente [56], [57]. Por lo tanto si queremos comprobar teorías más allá del Modelo Estándar como cuerdas, etc, tener una exploración cosmológica de estas es un gran paso.

Los estudios de esta maestría constituyen una revisión de la literatura existente, donde se han analizado de forma independiente los cálculos teóricos. Este trabajo constituye un primer paso para trabajar modelos de supergravedad con campos nilpotentes y su aplicación a teorías de cuerdas. Para futura investigaciones nos interesa escribir modelos de supergravedad y acotarlos con los datos observacionales de Planck, COBE, etc. Así como escribir modelos de inflación en teoría de cuerdas donde los supercampos nilpotentes jueguen un papel central.

# Apéndice A

## SUSY

### A.1 Transformación de las componentes del multiplete quiral.

Para determinar como transforman las componentes de un supercampo quiral partimos de:

$$\delta_\xi \Phi \equiv \delta_\xi \varphi + \sqrt{2} \theta \delta_\xi \psi + \theta \theta \delta_\xi F = i(\xi Q + \bar{\xi} \bar{Q}) \Phi \quad (\text{A.1})$$

Calculando  $i(\xi Q + \bar{\xi} \bar{Q}) \Phi$  teniendo en cuenta los generadores:

$$Q_\alpha \equiv -i \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} - (\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\beta}} \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \frac{\partial}{\partial x^\mu}. \quad (\text{A.2})$$

$$\bar{Q}_{\dot{\alpha}} \equiv i \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} + \theta^\beta (\sigma^\mu)_{\beta\dot{\alpha}} \frac{\partial}{\partial x^\mu}. \quad (\text{A.3})$$

Por lo tanto <sup>1</sup>:

$$i(\xi Q + \bar{\xi} \bar{Q}) \Phi = i(\xi Q + \bar{\xi} \bar{Q})(\varphi + \sqrt{2} \theta \psi + \theta \theta \delta_\xi F) \quad (\text{A.4})$$

Calculando por componentes:

$$\begin{aligned} i(\xi Q + \bar{\xi} \bar{Q}) \varphi &= \left[ \xi \left( \partial_\alpha - i(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\beta}} \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \partial_\mu \right) + \bar{\xi} \left( -\partial_{\dot{\alpha}} + i\theta^\beta (\sigma^\mu)_{\beta\dot{\alpha}} \partial_\mu \right) \right] \varphi(x^\mu), \\ &= -i\xi^\alpha (\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\beta}} \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \partial_\mu \varphi + i\bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \theta^\beta (\sigma^\mu)_{\beta\dot{\alpha}} \partial_\mu \varphi \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Como el supercampo quiral no depende de  $\bar{\theta}$  solo se tendrán en cuenta las potencias de  $\theta$ , por lo tanto de la expresión anterior solo nos interesa el término  $i\bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \theta^\beta (\sigma^\mu)_{\beta\dot{\alpha}} \partial_\mu \varphi$ .

Para la parte fermiónica se tiene:

$$\begin{aligned} i(\xi Q + \bar{\xi} \bar{Q}) \sqrt{2} \theta \psi &= [\xi \partial_\alpha + \bar{\xi} i \theta^\beta (\sigma^\mu)_{\beta\dot{\alpha}} \partial_\mu] \sqrt{2} \theta \psi(x^\mu) \\ &= \xi \sqrt{2} \psi + i\bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \sqrt{2} \theta^\beta (\sigma^\mu)_{\beta\dot{\alpha}} \theta^\alpha \partial_\mu \psi_\alpha \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Y para el campo auxiliar:

$$\begin{aligned} i(\xi Q + \bar{\xi} \bar{Q}) \theta \theta F &= [\xi \partial_\alpha + \bar{\xi} i \theta^\beta (\sigma^\mu)_{\beta\dot{\alpha}} \partial_\mu] \theta \theta F(x^\mu) \\ &= \xi^\alpha \theta_\alpha F + \cancel{i\bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \sqrt{2} \theta^\beta (\sigma^\mu)_{\beta\dot{\alpha}} \theta^\alpha \partial_\mu F} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Agrupando las potencias iguales de  $\theta$  encontramos:

$$\mathcal{O}(\theta^0) \implies \delta_\xi \varphi = \sqrt{2} \xi \psi \quad (\text{A.8})$$

$$\mathcal{O}(\theta^1) \implies \delta_\xi \psi = \xi \theta F + i\sigma^\mu_{\dot{\alpha}\alpha} \bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu \varphi \quad (\text{A.9})$$

$$\mathcal{O}(\theta^2) \implies \delta_\xi F = i\bar{\sigma}^\mu_{\dot{\alpha}\alpha} \bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu \psi_\alpha \quad (\text{A.10})$$

---

<sup>1</sup>Recordad que  $\theta\psi = \theta^\alpha \psi_\alpha$



## Apéndice B

# Términos de la acción de SUGRA.

### B.1 Términos de Suga

A continuación se definen las derivadas dadas en la acción 4.3 (tomado de [3]) y algunos términos.  $\bar{\lambda}(x)^A$ , es el gaugino (el supraíndice  $A$ , es el número de ellos) <sup>1</sup>,  $k_A^I$  son los vectores de killing,  $\psi_\mu$  es el gravitino. Ahora  $N$  y  $W$  son el potencial de Kähler y el superpotencial, los subíndices en estos representan derivadas con respecto a los campos escalares  $X^I$ , ej:  $K_{I\bar{J}} \equiv \frac{\partial K}{\partial X^I \partial \bar{X}^{\bar{J}}}$ .

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_\mu X^I &= (\partial_\mu - b_\mu - iA_\mu) X^I - \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_\mu \Omega^I - A_\mu^A k_A^I, \\ \mathcal{D}_\mu \Omega^I &= \left( \partial_\mu - \frac{3}{2} b_\mu + \frac{1}{4} w_\mu^{ab} \gamma_{ab} + \frac{1}{2} iA_\mu \right) \Omega^I - \frac{1}{\sqrt{2}} P_L (\not{D} X^I + F^I) \psi_\mu - \\ &\quad - \sqrt{2} X^I P_L \phi_\mu - A_\mu^A \Omega^J \partial_J k_A^I \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

$P_L$  y  $P_R$  son proyectores quirales con:

$$P_L \psi \equiv \begin{pmatrix} \psi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P_R \bar{\psi} \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\chi} \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

La curvatura del generador  $\mathcal{Q}$  está dada por:

$$R'(\mathcal{Q}) = 2 \left( \partial_{[\mu} + \frac{1}{2} b_{[\mu} - \frac{3}{2} iA_{[\mu} \gamma_{\nu]} + \frac{1}{4} w_{[\mu}^{ab} \gamma_{ab}] \right) \psi_{\nu]}. \quad (\text{B.3})$$

### B.2 Supercampo nilpotente

Un supercampo nilpotente es un supercampo que tiene la constricción de que se cuadrado es cero, además de que es quiral. Por lo tanto si  $X(x, \theta) = x + \sqrt{2}\theta\psi + \theta^2 F$ , con  $\theta\theta \equiv \theta^\alpha \theta_\alpha$ , es un multiplete nilpotente, entonces:

$$X^2 = (x + \sqrt{2}\theta\psi + \theta^2 F)(x + \sqrt{2}\theta\psi + \theta^2 F) = 0 \quad (\text{B.4})$$

$$= x^2 + 2\sqrt{2}x\theta\psi + 2x\theta^2 F + 2(\theta\psi)(\theta\psi) + \cancel{2\sqrt{2}\theta\psi\theta^2 F} + \cancel{(\theta F)^2} = 0 \quad (\text{B.5})$$

Teniendo en cuenta que  $\theta$  y  $\psi$  son variables de Grassmann, se demuestra fácilmente que  $(\theta\psi)(\theta\psi) = -\frac{1}{2}(\theta\theta)(\psi\psi)$ , teniendo en cuenta la contracción con el tensor antisimétrico  $\epsilon_{\alpha\beta}$ . Mientras que los términos  $\theta\theta^2$  y  $\theta^2\theta^2$  se hacen cero. Por lo tanto se tiene:

$$x^2 = 0, \quad x\theta\psi = 0, \quad -2\frac{1}{2}\theta^2\psi\psi + 2\theta^2 xF = 0 \implies x = \frac{\psi\psi}{2F} \quad (\text{B.6})$$

---

<sup>1</sup>El supercompañero del boson gauge  $A_\mu^A$



# Apéndice C

## Ejemplos

### C.1 Cálculo del potencial

La inversa de la métrica de Kähler es:

$$K^{i\bar{j}} = \begin{pmatrix} \frac{(-(\Phi - \bar{\Phi})^2 + 2S\bar{S} - 6)((\Phi - \bar{\Phi})^2 + 6)}{6((\Phi - \bar{\Phi})^2 - 6)} & -\frac{S((\Phi - \bar{\Phi})^2 - 2S\bar{S} + 6)(\Phi - \bar{\Phi})}{3((\Phi - \bar{\Phi})^2 - 6)} \\ \frac{\text{Sc}((\Phi - \bar{\Phi})^2 - 2S\bar{S} + 6)(\Phi - \bar{\Phi})}{3((\Phi - \bar{\Phi})^2 - 6)} & -\frac{(-(\Phi - \bar{\Phi})^2 + 2S\bar{S} - 6)((\Phi - \bar{\Phi})^2 + 2S\bar{S} - 6)}{6((\Phi - \bar{\Phi})^2 - 6)} \end{pmatrix} \quad (\text{C.1})$$

Calculando el potencial:

$$\begin{aligned} V = & \frac{36m^2}{(-2S\bar{S} + (\Phi - \bar{\Phi})^2 + 6)^3} \left[ 8S^3\bar{S} + \bar{\Phi}^2 (5S\bar{S} + 2S^2 - 2\Phi^2) + 2S^2\bar{S}^2 + \right. \\ & + \frac{1}{(S\bar{S} - 6)((\Phi - \bar{\Phi})^2 - 6)} \left( 8\Phi(S^4\bar{S}^2 - S^3\bar{S}(2\bar{S}^2 + 21) - S^2(\bar{S}^4 + 12\bar{S}^2 + 72) - \right. \\ & - 15S\bar{S}(\bar{S}^2 + 12) - 36\bar{S}^2)\bar{\Phi} - 8(S\bar{S} - 6)(\Phi^2(\bar{S} + S)(S\bar{S} + 3)(S - \bar{S}) - \\ & \left. \left. - 3S(12\bar{S} + S(\bar{S}^2 + 2S\bar{S} + 6))) \right) + 2\Phi^2\bar{S}^2 + 5S\Phi^2\bar{S} + \Phi\bar{\Phi}(10(\bar{S} + S)^2 + \Phi^2 + 6) + \right. \\ & \left. + \frac{72S\Phi\bar{S}(\bar{S} + S)^2(S\bar{S} - 3)\bar{\Phi}}{(S\bar{S} - 6)(-2S\bar{S} + (\Phi - \bar{\Phi})^2 + 6)} + 54S\bar{S} + \Phi\bar{\Phi}^3 + 24S^2 \right]. \quad (\text{C.2}) \end{aligned}$$

El problema con este resultado es la masa de la parte escalar de  $S$  que se vuelve taquiónica. Esto resuelve agregándole más términos al potencial de Kähler, o considerando a  $S$  como supercampo nilpotente ( $S^2 = 0$ ). En este caso simplemente se hace cero la parte escalar de  $S$  del potencial anterior dando como resultado:

$$V = \frac{m\phi^2}{2}. \quad (\text{C.3})$$



# Bibliografía

- [1] J. Wess and J. Bagger, Princeton, USA: Univ. Pr. (1992) 259 p
- [2] F. Quevedo, S. Krippendorff and O. Schlotterer, arXiv:1011.1491 [hep-th].
- [3] D. Z. Freedman and A. Van Proeyen,
- [4] M. F. Sohnius, Phys. Rept. **128**, 39 (1985). doi:10.1016/0370-1573(85)90023-7
- [5] S. S. AbdusSalam and L. Velasco-Sevilla, Phys. Rev. D **94**, no. 3, 035026 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.94.035026 [arXiv:1506.02499 [hep-ph]].
- [6] J. D. Lykken, hep-th/9612114.
- [7] H. P. Nilles, Phys. Rept. **110**, 1 (1984). doi:10.1016/0370-1573(84)90008-5
- [8] T. Hurth and K. Skenderis, Nucl. Phys. B **541**, 566 (1999) doi:10.1016/S0550-3213(98)00813-X [hep-th/9803030].
- [9] D. Baumann and D. Green, JHEP **1203**, 001 (2012) doi:10.1007/JHEP03(2012)001 [arXiv:1109.0293 [hep-th]].
- [10] A. D. Linde, Lect. Notes Phys. **738**, 1 (2008) [arXiv:0705.0164 [hep-th]].
- [11] S. P. Martin, Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. **21**, 1 (2010) [Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. **18**, 1 (1998)] [hep-ph/9709356].
- [12] S. J. Gates, M. T. Grisaru, M. Rocek and W. Siegel, Front. Phys. **58**, 1 (1983) [hep-th/0108200].
- [13] Borut Bajc, “Introduction to supersymmetry”: Introduction to supersymmetry. Borut Bajc. J. Stefan Institute, 1000 Ljubljana, Slovenia.
- [14] D. Baumann, “Cosmology Part III Mathematical Tripos: Lectures Notes,”
- [15] D. Baumann, “The Physics of Inflation: Lectures Notes.”
- [16] S. Clesse, arXiv:1501.00460 [astro-ph.CO].
- [17] F. Quevedo, Class. Quant. Grav. **19**, 5721 (2002) doi:10.1088/0264-9381/19/22/304 [hep-th/0210292].
- [18] D. Baumann, arXiv:0710.3187 [hep-th].
- [19] T. T. Dumitrescu, arXiv:1608.02957 [hep-th].
- [20] D. H. Lyth, astro-ph/9312022.
- [21] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 30 (2012) doi:10.1016/j.physletb.2012.08.021 [arXiv:1207.7235 [hep-ex]].
- [22] ANDREW R. LITTLE, “AN INTRODUCTION TO COSMOLOGICAL INFLATION: Astronomy Centre, University of Sussex, Brighton BN1 9QJ, U. K. and Astrophysics Group, The Blackett Laboratory, Imperial College, London SW7 2BZ, U. K. (present address”

- [23] S. M. Carroll, Living Rev. Rel. **4**, 1 (2001) doi:10.12942/lrr-2001-1 [astro-ph/0004075].
- [24] Fidel Sosa Nuñez, “ETENDIENDO LA ESTRUCTURA A GRAN ESCALA DEL UNIVERSO: Tesis de Maestría”.
- [25] A. D. Linde, Phys. Lett. B **259**, 38 (1991). doi:10.1016/0370-2693(91)90130-I
- [26] R. Kallosh, A. Linde and T. Rube, Phys. Rev. D **83**, 043507 (2011) doi:10.1103/PhysRevD.83.043507 [arXiv:1011.5945 [hep-th]].
- [27] A. R. Liddle and D. H. Lyth, Cambridge University Press (2000).
- [28] Pascal Vaudrevange, “Slow roll inflation, October 26, 2010”.
- [29] M. Kawasaki, M. Yamaguchi and T. Yanagida, Phys. Rev. Lett. **85**, 3572 (2000) doi:10.1103/PhysRevLett.85.3572 [hep-ph/0004243].
- [30] R. Kallosh, A. Linde, K. A. Olive and T. Rube, Phys. Rev. D **84**, 083519 (2011) doi:10.1103/PhysRevD.84.083519 [arXiv:1106.6025 [hep-th]].
- [31] A. Linde, JCAP **1611**, no. 11, 002 (2016) doi:10.1088/1475-7516/2016/11/002 [arXiv:1608.00119 [hep-th]].
- [32] R. Kallosh, A. Linde and B. Vercnocke, Phys. Rev. D **90**, no. 4, 041303 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.90.041303 [arXiv:1404.6244 [hep-th]].
- [33] M. Pieroni, arXiv:1611.03732 [gr-qc].
- [34] A. D. Linde, Contemp. Concepts Phys. **5**, 1 (1990) [hep-th/0503203].
- [35] S. Ferrara, R. Kallosh and A. Linde, JHEP **1410**, 143 (2014) doi:10.1007/JHEP10(2014)143 [arXiv:1408.4096 [hep-th]].
- [36] S. V. Ketov and T. Terada, JHEP **1412**, 062 (2014) doi:10.1007/JHEP12(2014)062 [arXiv:1408.6524 [hep-th]].
- [37] A. Linde, doi:10.1093/acprof:oso/9780198728856.003.0006 arXiv:1402.0526 [hep-th].
- [38] R. Kallosh and A. Linde, JCAP **1011**, 011 (2010) doi:10.1088/1475-7516/2010/11/011 [arXiv:1008.3375 [hep-th]].
- [39] Z. Komargodski and N. Seiberg, JHEP **0909**, 066 (2009) doi:10.1088/1126-6708/2009/09/066 [arXiv:0907.2441 [hep-th]].
- [40] R. Kallosh, F. Quevedo and A. M. Uranga, JHEP **1512**, 039 (2015) doi:10.1007/JHEP12(2015)039 [arXiv:1507.07556 [hep-th]].
- [41] E. A. Bergshoeff, K. Dasgupta, R. Kallosh, A. Van Proeyen and T. Wrase, JHEP **1505**, 058 (2015) doi:10.1007/JHEP05(2015)058 [arXiv:1502.07627 [hep-th]].
- [42] M. Rocek, Phys. Rev. Lett. **41**, 451 (1978). doi:10.1103/PhysRevLett.41.451
- [43] R. Kallosh and A. Linde, JCAP **1501**, 025 (2015) doi:10.1088/1475-7516/2015/01/025 [arXiv:1408.5950 [hep-th]].
- [44] R. Kallosh and A. D. Linde, JHEP **0702**, 002 (2007) doi:10.1088/1126-6708/2007/02/002 [hep-th/0611183].
- [45] S. Kachru, R. Kallosh, A. D. Linde and S. P. Trivedi, Phys. Rev. D **68**, 046005 (2003) doi:10.1103/PhysRevD.68.046005 [hep-th/0301240].
- [46] R. Kallosh and T. Wrase, JHEP **1412**, 117 (2014) doi:10.1007/JHEP12(2014)117 [arXiv:1411.1121 [hep-th]].

- [47] I. Antoniadis, E. Dudas and A. Sagnotti, *Phys. Lett. B* **464**, 38 (1999) doi:10.1016/S0370-2693(99)01023-0 [hep-th/9908023].
- [48] E. Hubble, *Proc. Nat. Acad. Sci.* **15** (1929) 168. doi:10.1073/pnas.15.3.168
- [49] F. C. Adams, J. R. Bond, K. Freese, J. A. Frieman and A. V. Olinto, *Phys. Rev. D* **47**, 426 (1993) doi:10.1103/PhysRevD.47.426 [hep-ph/9207245].
- [50] R. Easther and R. Flauger, *JCAP* **1402**, 037 (2014) doi:10.1088/1475-7516/2014/02/037 [arXiv:1308.3736 [astro-ph.CO]].
- [51] K. Freese and W. H. Kinney, *JCAP* **1503**, 044 (2015) doi:10.1088/1475-7516/2015/03/044 [arXiv:1403.5277 [astro-ph.CO]].
- [52] I. Antoniadis, E. Dudas, S. Ferrara and A. Sagnotti, *Phys. Lett. B* **733**, 32 (2014) doi:10.1016/j.physletb.2014.04.015 [arXiv:1403.3269 [hep-th]].
- [53] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], *Astron. Astrophys.* **594**, A20 (2016) doi:10.1051/0004-6361/201525898 [arXiv:1502.02114 [astro-ph.CO]].
- [54] S. Perlmutter *et al.* [Supernova Cosmology Project Collaboration], *Astrophys. J.* **517** (1999) 565 doi:10.1086/307221 [astro-ph/9812133].
- [55] A. Sepehri, A. Pradhan and S. Shoovazi, *Astrophys. Space Sci.* **361**, no. 2, 58 (2016). doi:10.1007/s10509-016-2651-1
- [56] J. Garcia-Bellido, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **114**, 13 (2003) doi:10.1016/S0920-5632(02)01889-3 [hep-ph/0210050].
- [57] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], *Astron. Astrophys.* **594**, A20 (2016) doi:10.1051/0004-6361/201525898 [arXiv:1502.02114 [astro-ph.CO]].



León, Guanajuato, 3 de Febrero de 2016

**Dr. David Y. Delepine**  
**Director**  
**División de Ciencias e Ingenierías, CLE**  
**PRESENTE**

Por este conducto me permito comunicarle que, en relación a la tesis: “**Modelos cosmológicos de supergravedad**”, que presenta el Lic. **Yulier Jiménez Santana** para obtener el grado de Maestro en Física, he leído detenidamente el documento, aportando sugerencias, correcciones, y discutido ampliamente su contenido con el alumno.

Después de lo anterior expreso mi conformidad con su contenido considerando el trabajo de un nivel suficiente como trabajo de maestría, no teniendo inconveniente en que el mencionado trabajo sea defendido por el interesado cuando a él convenga.

Sin otro particular, aprovecho la presente para enviarle cordiales saludos.

ATENTAMENTE  
“LA VERDAD OS HARÁ LIBRES”

A handwritten signature in black ink that reads "José Torres Arenas".

---

**Dr. José Torres Arenas**



**Asunto:** Revisión de Tesis de Maestría.

León, Gto., a 1 de Febrero del 2017.

**Dr. David Delepine.**  
**Director de la DCI-UG**  
**Campus León.**

Por medio de la presente quiero responder a la solicitud de revisión del trabajo de tesis titulado "*Modelos Cosmológicos de Supergravedad*", realizado por Lic. en Física Yulier Jiménez Santana.

Después de leer el trabajo en el que se hace una revisión de modelos cosmológicos inflacionarios obtenidos de supergravedad con campos nilpotentes. He concluido que es de nivel para obtener el grado de maestro en física y que el trabajo está listo para defensa pública.

Sin más por el momento

**Atentamente**

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Oscar", written over a horizontal line.

Dr. Oscar Miguel Sabido Moreno.

*C.c.p. Archivo*

**DIVISION DE CIENCIAS E INGENIERÍAS, CAMPUS LEÓN**

Loma del Bosque 103, Fracc. Lomas del Campestre C.P. 37150 León, Gto., Ap. Postal E-143 C.P. 37000 Tel. (477) 788-5100  
Fax: (477) 788-5100 ext. 8410, <http://www.fisica.ugto.mx>



León Guanajuato, a; 1 de febrero de 2017

Dr. David Y. G. Delepine  
Director de la División de Ciencias e Ingenierías  
Campus León, Universidad de Guanajuato  
PRESENTE

Estimado Dr. Delepine:

Me permito informarle que he leído y revisado la tesis titulada **“Modelos Cosmológicos de Supergravedad”**. Dicha tesis la realizó **Yulier Jiménez Santana** como requisito para obtener el grado de Maestro en Física.

Dicha tesis presenta una revisión acerca de lo que es supersimetría para después hacer una introducción a Supergravedad. Finalmente introducen campos nilpotentes en modelos cosmológicos de Supergravedad. Considero que el trabajo hecho por Yulier es de la calidad suficiente para que sea defendida en un examen profesional, razón por la cual extendiendo mi aval para que así se proceda.

Sin más que agregar, agradezco su atención y aprovecho la ocasión para enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE  
“LA VERDAD OS HARÁ LIBRES”

Dr. Juan Barranco Monarca  
Departamento de Física  
DCI, Campus León

**DIVISIÓN DE CIENCIAS E INGENIERÍAS, CAMPUS LEÓN**

Loma del Bosque 103, Fracc. Lomas del Campestre C.P. 37150 León, Gto., Ap. Postal E-143 C.P. 37000 Tel. +52 (477) 788-5100 Fax: +52 (477) 788-5100 ext. 8410,  
<http://www.ifug.ugto.mx>



León, Guanajuato, a 8 de febrero de 2017

Dr. David Delepine,  
Director de la División de Ciencias e Ingenierías,  
Universidad de Guanajuato

Por medio de la presente deseo manifestar mi aprobación para que el trabajo presentado por el alumno **Yulier Jiménez Santana** sea aceptado como Tesis de Maestría en Física. El trabajo de Yulier, se enfoca en el estudio de modelos cosmológicos obtenidos a partir de teorías de Supergravedad. En dicho trabajo, se estudió en detalle, no sólo el formalismo necesario en teorías de supergravedad, sino que Yulier fue capaz de comprender y reproducir la construcción de modelos con campos nilpotentes y su potencial aplicación a modelos inflacionarios.

Como miembro del comité sinodal, he estado en permanente contacto con Yulier, por lo que me he asegurado que sus conocimientos y capacidades en la investigación están bien fundamentados. Por todo lo anterior, doy mi aprobación para que la tesis titulada **Modelos Cosmológicos de Supergravedad**, sea considerada para continuar con el proceso de titulación del Lic. en Física Yulier Jiménez Santana.

Sin más por el momento, aprovecho para enviarle un cordial saludo.

Atentamente,

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Oscar Gerardo Loaiza Brito".

Dr. Oscar Gerardo Loaiza Brito  
Departamento de Física,  
División de Ciencias e Ingeniería,  
Campus León.  
Ext: 8459