

Desarrollo de modelos dinámicos tipo entradas-salidas de columnas de destilación

Inputs-outputs dynamics model development for distillation columns

Rosa Angélica Román Andrade, Alethia Leilani García Rocha, Isaac Gael Vite Cervantes, María Dolores López Ramirez, Héctor Hernández Escoto¹

¹Departamento de Ingeniería Química, División de Ciencias Naturales y Exactas, Universidad de Guanajuato
hhee@ugto.mx¹

Resumen

En este trabajo, para la clase de columnas de destilación convencional y extractiva utilizadas en biorefinerías de producción de bioetanol, y una columna de destilación para separar una mezcla binaria ideal, se abordó la identificación de modelos dinámicos lineales de tipo entradas-salidas a través de un par de herramientas matemáticas de Matlab®. En el contexto de Control de Procesos, estos modelos toman forma de una matriz de funciones llamadas “de transferencia”; en estas, un elemento principal es el polinomio característico. La contribución principal de este trabajo radica en la identificación de dichas funciones con la restricción de que todas tengan un mismo polinomio característico; de esta manera, se considera que el modelo matemático contiene el efecto dinámico acoplado entre las variables de salida del proceso cuando cualquiera de los factores externos (variables de entrada) causa un cambio dentro del mismo. Los resultados muestran que sí es posible identificar matrices de funciones de transferencia con polinomio característico común, pero también resaltan el error de descripción de los modelos para las columnas de destilación utilizadas en la refinación de bioetanol, debido a un comportamiento asimétrico en las respuestas de las variables de salida con respecto a cambios simétricos en las entradas. Los resultados se discuten en un marco de trabajo de simulación provistos por los softwares Aspen Plus®, Aspen Dynamics® y Matlab®.

Palabras clave: columna de destilación binaria, columna de destilación extractiva, funciones de transferencia, modelos de entradas-salidas, separación etanol-agua.

Introducción

La destilación es uno de los procesos con mayor presencia en los sistemas de transformación de materia, y no es la excepción en los sistemas conocidos como biorefinerías, en los cuales se procesa materia con alto contenido de celulosa, como son los residuos agroindustriales, para convertirla a sustancias útiles y de gran necesidad en la actualidad, tal como el biocombustible conocido como bioetanol. La destilación, en una biorefinería para producir bioetanol (Figura 1), se realiza en equipos conocidos como columnas de platos en el que se alimenta una mezcla de bioetanol y agua que proviene de un proceso previo de fermentación. En una primera columna de destilación se separa el etanol de la mayor cantidad posible de agua, ya que la separación completa está impedida al alcanzar la mezcla una composición que la convierte en un azeótropo (Henley y col., 2010). En una segunda columna, se lleva a cabo una destilación conocida como extractiva, en la que se alimenta la mezcla etanol-agua y un extractante para romper el azeótropo, y así terminar de separar el etanol del agua de tal manera que se obtenga un alcohol de alta pureza. El extractante se separa del agua en una tercera columna, para poder ser reutilizado en el proceso de destilación extractiva.

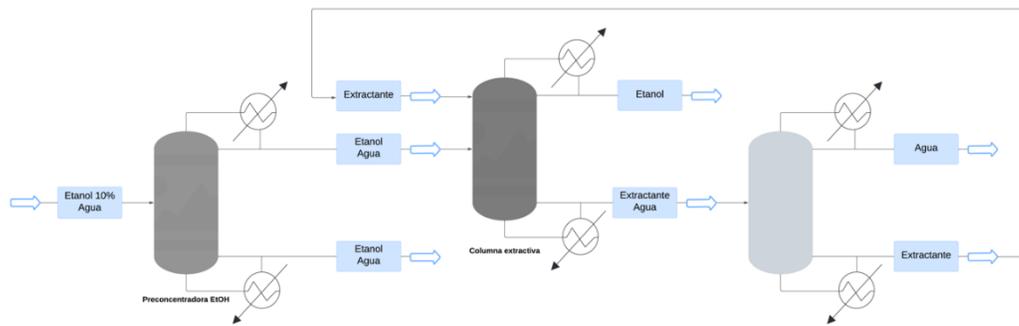


Figura 1. Tren de destilación para purificar EtOH.

Como cualquier proceso, una vez que las columnas de destilación son diseñadas, es conveniente insertarlas en un sistema de control para conservar, a lo largo de su funcionamiento, el valor deseado de las condiciones del proceso (que aquí serán llamadas variables de salida), moviendo las condiciones de operación (llamadas aquí variables de entrada). Casi todos los sistemas de control de columnas de destilación son conformados por controladores de tipo lineal de acción proporcional-lineal-derivativo, o controladores PID (que se puede notar al tomar arbitrariamente más de dos o tres artículos relacionados de la literatura abierta). Los parámetros de estos controladores se pueden ajustar a través de diversas técnicas conocidas como de sintonización (Bequette, 2002); de éstas, las que ofrecen un procedimiento sistemático requieren un modelo matemático conformado por funciones llamadas de transferencia, que son ecuaciones diferenciales ordinarias lineales en el espacio de Laplace, que relacionan cada entrada con cada salida. Estas funciones de transferencia son funciones racionales de polinomios, cuyos grados se proponen de forma empírica y sus coeficientes se identifican a través de respuestas dinámicas experimentales que se obtienen al causar un cambio en cada una de las entradas (Luyben, 1987); en el área de columnas de destilación, las funciones de transferencia se identifican para cada par entrada-salida sin tomar en cuenta la forma que toman las de cualquier otro par (Figura 2).

$$G(s) = \begin{bmatrix} x_D(s) \\ x_B(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.8 e^{-1s} & -18.9 e^{-3s} \\ 16.7s + 1 & 21.0s + 1 \\ 6.6 e^{-7s} & -19.4 e^{-3s} \\ 10.9s + 1 & 14.4s + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(s) \\ S(s) \end{bmatrix}$$

Figura 2. Matriz de Funciones de destilación binaria (Wood y Berry, 1973):

son variables de entrada.

Transferencia para una columna de x_D y x_B son variables de salida, y R y S

La obtención de modelos lineales en términos de funciones de transferencia de un proceso que es fundamentalmente no-lineal está basada en la aproximación del modelo no-lineal con el primer término de la serie de Taylor aplicada al modelo no-lineal y la posterior aplicación de la transformada de Laplace (Bequette, 2002). Las funciones de transferencia resultantes tienen un polinomio común en el denominador. Este polinomio, llamado característico, contiene la naturaleza dinámica del proceso tomando en cuenta la interrelación entre variables a lo largo de la evolución del proceso. En el área de columnas de destilación se ha preferido no tomar en cuenta este aspecto, como se puede notar en la Figura 2, y construir las funciones de forma independiente entre pares entrada-salida para obtener una mejor correlación entre el modelo y los datos experimentales.

Posiblemente esta estrategia fue propuesta para rodear la complejidad y esfuerzo computacional de identificar las funciones de transferencia con un mismo polinomio característico; sin embargo, si se tiene en cuenta que las herramientas numéricas y computacionales actuales son avanzadas, entonces se puede explorar la obtención de las funciones de transferencia con un polinomio característico común. En este trabajo, esto se explora para columnas de destilación que particularmente están involucradas en una biorefinería para producción de bioetanol, en aras de futuros trabajos de Control.

Planteamiento del Problema

Este trabajo tiene como objetivo obtener modelos dinámicos lineales de tipo matriz de funciones de transferencia para la descripción de la evolución a lo largo del tiempo para las columnas de destilación de platos en operación continua que separan las siguientes mezclas: (1) benceno-tolueno, considerada como una mezcla ideal y que servirá como una referencia (Figura 3), (2) etanol-agua, con una mayor cantidad de agua (Figura 4), lo que considera que la mezcla proviene

de un proceso previo de fermentación, y (3) etanol-agua con una composición cercana al azeótropo, por lo que se alimentará un extractante para el rompimiento del azeótropo (Figura 5).

Se considera que se cuenta con datos experimentales de la evolución de las variables de salida, que en las tres columnas son la composición del destilado (x_D) y la de fondo (x_B), que se causan cuando se realizan cambios en las variables de entrada, que son el flujo de reflujo (F_R) y la carga térmica del rehervidor (Q_R).

Las matrices de funciones de transferencia deben contener un polinomio característico común. Para las columnas de destilación binarias (Figura 3 y 4):

$$\begin{bmatrix} x_D(s) \\ x_B(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s^{m_{11}} + b_{m_{11}-1}s^{m_{11}-1} + \dots + b_{011}}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_2s^2 + a_1s + a_0} & \frac{s^{m_{12}} + b_{m_{12}-1}s^{m_{12}-1} + \dots + b_{012}}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_2s^2 + a_1s + a_0} \\ \frac{s^{m_{21}} + b_{m_{21}-1}s^{m_{21}-1} + \dots + b_{021}}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_2s^2 + a_1s + a_0} & \frac{s^{m_{22}} + b_{m_{22}-1}s^{m_{22}-1} + \dots + b_{022}}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_2s^2 + a_1s + a_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_R(s) \\ Q_R(s) \end{bmatrix}$$

y para la columna de destilación extractiva:

$$\begin{bmatrix} x_D(s) \\ x_B(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s^{m_{11}} + b_{m_{11}-1}s^{m_{11}-1} + \dots + b_{011}}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_2s^2 + a_1s + a_0} & \frac{s^{m_{12}} + b_{m_{12}-1}s^{m_{12}-1} + \dots + b_{012}}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_2s^2 + a_1s + a_0} & \frac{s^{m_{13}} + b_{m_{13}-1}s^{m_{13}-1} + \dots + b_{013}}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_2s^2 + a_1s + a_0} \\ \frac{s^{m_{21}} + b_{m_{21}-1}s^{m_{21}-1} + \dots + b_{021}}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_2s^2 + a_1s + a_0} & \frac{s^{m_{22}} + b_{m_{22}-1}s^{m_{22}-1} + \dots + b_{022}}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_2s^2 + a_1s + a_0} & \frac{s^{m_{23}} + b_{m_{23}-1}s^{m_{23}-1} + \dots + b_{023}}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_2s^2 + a_1s + a_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_R(s) \\ E(s) \\ Q_R(s) \end{bmatrix}$$

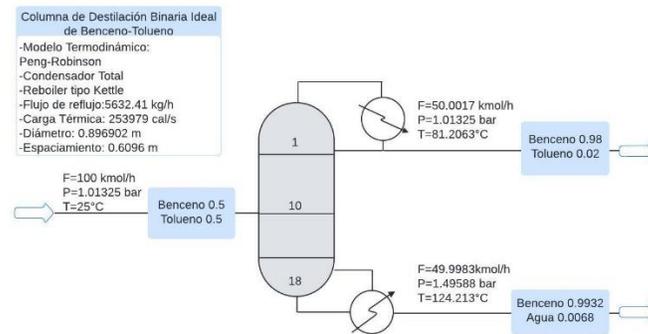


Figura 3. Columna de Destilación para Mezcla Binaria Ideal.

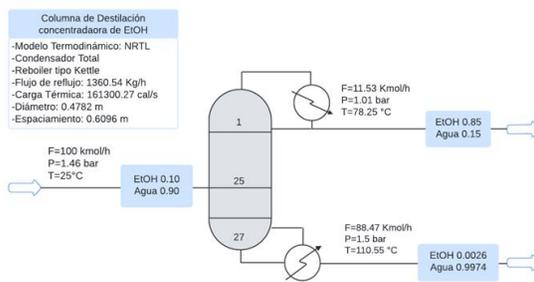


Figura 4. Columna de Destilación Concentradora de EtOH

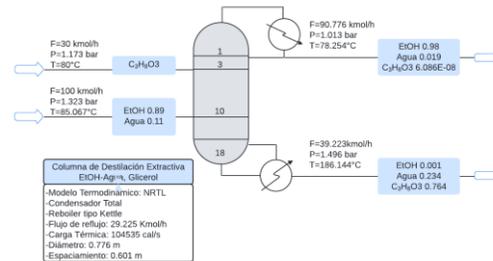


Figura 5. Columna de Destilación Extractiva para Purificación de EtOH.

Metodología

En un primer paso se construyen y se fijan las condiciones de proceso y operación de las columnas de destilación en un ambiente de simulación rigurosa provisto por el software comercial Aspen Plus® y Aspen Dynamics®. De esta manera se simula que se tienen columnas de destilación experimental ya que se pueden simular diversos escenarios de operación del proceso, pero no se cuenta con el modelo de los procesos.

Posteriormente, se generan y registran las respuestas de las variables de salida, de acuerdo con cambios de tipo escalón en las variables de entrada. Estos datos serán los asumidos como experimentales, y que se utilizarán para identificar los modelos matemáticos.

La primera etapa de la construcción del modelo consistirá en determinar el mejor orden del polinomio característico, por lo que se probará la identificación de las funciones de transferencia con polinomios característicos de primero, segundo, tercero y cuarto orden, para cada entrada-salida y de forma independiente entre pares de entrada-salida. Una vez que se determine el mejor orden de polinomio para las funciones de transferencia, se seguirá con la identificación de las funciones de transferencia de cada par entrada-salida, en la que se fijará el polinomio característico. Este polinomio característico se determinará con base en una corrida experimental en la que se hayan hecho cambios simultáneos de ambas entradas. Se utilizarán las herramientas numéricas provistas por Matlab®, que son específicas para identificación de funciones de transferencia.

En las siguientes subsecciones se describe con mayor detalle cada uno de los pasos seguidos en este trabajo.

1. Construcción y Diseño de las columnas de destilación

El proceso de construcción y diseño de las columnas de destilación se realiza en el programa Aspen Plus®, comenzando con la definición de los compuestos y la selección del modelo termodinámico. Mediante el uso de un tanque flash se determina la presión de operación, evaluando la posibilidad de utilizar agua de enfriamiento para obtener el destilado como líquido saturado, considerando una temperatura de 120°F. Habiendo establecido la presión de operación, se identifican los componentes clave ligero (LK) y clave pesado (HK) y se continúa con los métodos cortos en el módulo DSTWU, fijando una relación de reflujo de 1.33 veces la relación de reflujo mínima y una caída de presión de 7 psi; en el caso de las recuperaciones, éstas dependerán de la mezcla a separar. De esta forma, se obtienen el número de etapas totales y la etapa de alimentación, los cuales junto con la presión de operación calculada serán utilizados en los métodos rigurosos con el módulo RadFrac, aquí también es necesario especificar el tipo de condensador (total), reboiler (kettle), relación de reflujo y carga térmica. Estas últimas serán modificadas mediante especificaciones de diseño para lograr la concentración y recuperación deseadas. Los resultados proporcionan datos detallados del condensador y el reboiler, así como de todas las corrientes.

1.1 Columna de destilación binaria ideal.

En este caso se considera una mezcla binaria equimolar de benceno-tolueno y se utiliza el modelo termodinámico de Peng-Robinson. El diagrama de equilibrio de esta mezcla muestra un comportamiento ideal, como puede observarse en la Figura 6. Para el diseño de esta columna se considera una alimentación de 100 kmol/h, una recuperación del 98% del benceno (LK) y una pureza molar del 0.95 tanto en destilado como en el fondo. La presión calculada es inferior a la atmosférica por lo que se decide utilizar una presión de operación de 1.01325 bar (presión atmosférica). Finalmente, ajustando la variable de relación de reflujo para el domo y carga térmica para el fondo, se obtuvieron las condiciones de operación mostradas en la Figura 3 y, posteriormente, se llevó a cabo un análisis de sensibilidad manipulando las variables mencionadas en un rango de $\pm 10\%$ para evaluar los cambios en la composición del destilado.

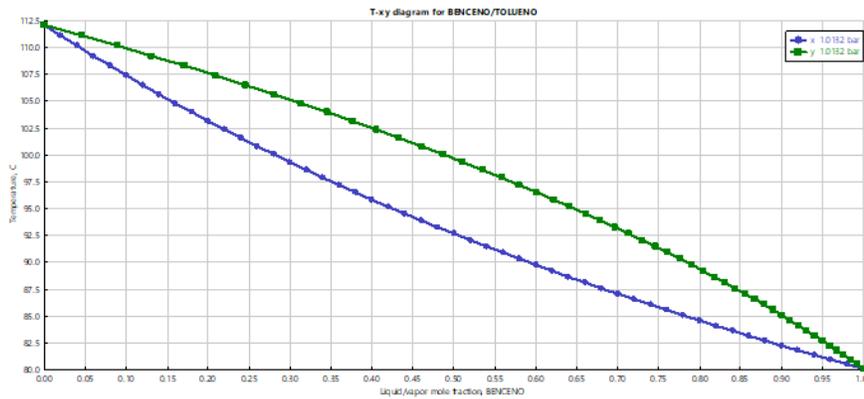


Figura 6. Diagrama

para la mezcla Benceno Tolueno.

de equilibrio TXY

1.2 Columna de Destilación Binaria EtOH-Agua (Preconcentradora)

Para la columna preconcentradora se considera una mezcla 10% en mol de etanol y se selecciona NRTL como modelo termodinámico. El diagrama de equilibrio de la Figura 7 muestra el comportamiento no ideal de la mezcla etanol-agua y la presencia del azeótropo (0.89 mol). En este caso, se desea una recuperación del 98% de las moles de alcohol alimentado y una composición cercana al punto azeotrópico en el destilado, pero que permita realizar variaciones en la columna y que la concentración se vea afectada, por lo que se elige 0.85. Con las especificaciones de diseño, se realizaron modificaciones a la carga térmica y la relación de reflujo, logrando las condiciones de operación mostradas en la Figura 4. Finalmente, se realizó un análisis de sensibilidad variando el flujo de reflujo y la carga térmica para observar el cambio en las concentraciones del domo y del fondo.

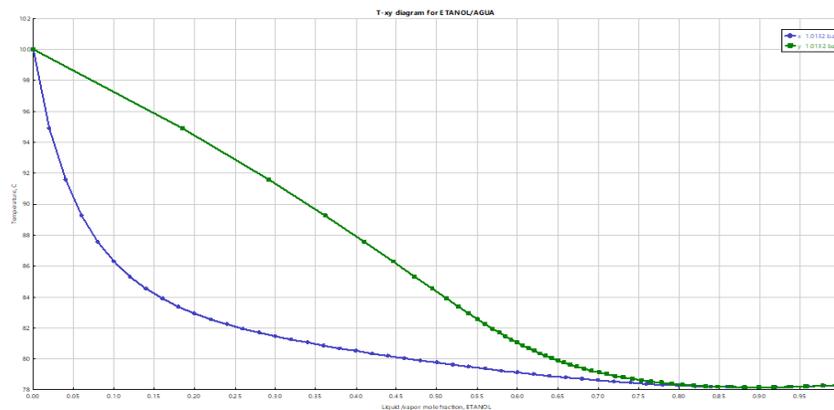


Figura 7. Diagrama de
mezcla Etanol-Agua.

equilibrio TXY para la

1.3 Columna de Destilación Extractiva

En el caso de la columna de destilación extractiva, se utilizó una mezcla etanol-agua con una composición de 0.89 en mol de etanol y glicerol como agente extractante. En la Figura 8 se observa el diagrama de equilibrio de la mezcla etanol-agua cuando el glicerol se encuentra presente a una composición de 0.5 en mol, es de notarse que el diagrama de equilibrio de la mezcla se ve modificado por la presencia del extractante, logrando así que puedan obtenerse composiciones mayores a las del azeótropo. El diseño de la columna empleada se basa en la columna deshidratadora reportada por Gil et al., (2012) y se ingresaron dos corrientes de alimentación, una de ellas alimenta 30 kmol/h de glicerol a 80°C, mientras que en la otra se alimentan 100 kmol/h de la mezcla etanol-agua. La composición deseada fue de 0.98 en mol de etanol en el destilado. Inicialmente se operó la columna con las condiciones reportadas por Gil et al., (2012), sin embargo, para obtener las composiciones deseadas, fue necesario realizar modificaciones a la carga térmica y la relación de reflujo, obteniéndose las condiciones de operación mostradas en la Figura 5.

Los valores de carga térmica, relación de reflujo y, en el caso de la destilación extractiva, el flujo de alimentación del extractante, fueron considerados los datos nominales que posteriormente serán utilizados para generar las tablas de tiempo una vez se hayan obtenido las respuestas a los cambios generados en las variables de entrada de la columna.

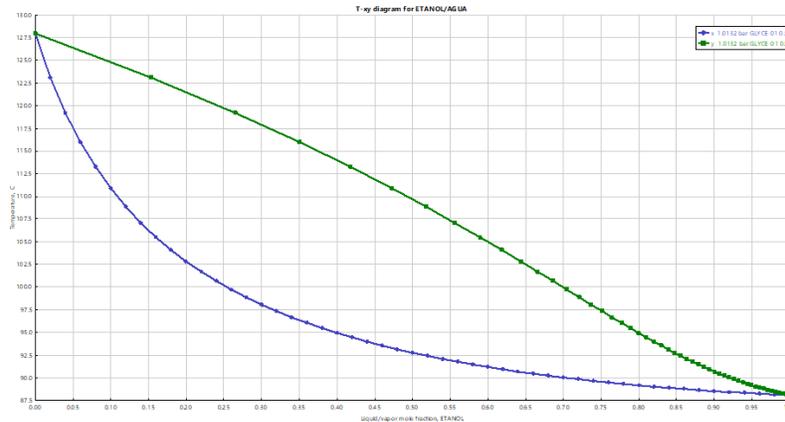


Figura 8. Diagrama de equilibrio TXY para la mezcla Etanol-Agua con fracción mol de 0.5 de glicerol.

2. Exportación de Columnas de Destilación de Aspen Plus® a Aspen Dynamics®

Para realizar la exportación a Aspen Dynamics®, es necesario que el archivo de Aspen Plus® sólo contenga el bloque RadFrac que va a analizarse, así como también desactivar las casillas correspondientes a las especificaciones de diseño, análisis de sensibilidad y evaluar el diámetro de la columna para generar los perfiles hidráulicos de la misma. Posteriormente, dentro de Aspen Plus® se seleccionó la opción “Dynamic Mode”, ubicada en la pestaña Dynamics de la barra de menús y se llena la información correspondiente a las dimensiones del sumidero del reboiler y del tanque de reflujo, las cuales se calcularon de acuerdo con la metodología de Luyben (2013). Una vez completados todos los puntos solicitados, se ejecuta la simulación y se selecciona la opción “Flow Driven”, la cual guarda la simulación y la exporta a Aspen Dynamics®.

3. Generación y Procesamiento de Datos Experimentales

Los resultados experimentales se generaron en Aspen Dynamics® realizando cambios tipo escalón a cada una de las variables de entrada de todas las columnas: $\pm 1, 2$ y 3% en la carga térmica y el flujo del reflujo para las 3 columnas y, para el caso de la columna extractiva, $\pm 1, 2$ y 3% en el flujo de alimentación del extractante. Adicionalmente, se realizó un análisis de las respuestas obtenidas al efectuarse perturbaciones simultáneas en cada variable de entrada con cambios del tipo $\pm 1\%$.

Las respuestas evaluadas corresponden a la composición del destilado y del flujo de fondos, los resultados de cada una de las perturbaciones se extrajeron como tabla de datos y fueron procesados en Excel, donde la primera columna corresponde al tiempo transcurrido durante la simulación, la segunda a los valores de la composición del domo (x_D) y la tercera a la composición en el fondo (x_B). Se agrega también el valor de la variable de entrada manipulada y, posteriormente, se calculan las desviaciones de todas las variables de sus respectivos valores de referencia, es decir, $x_D - x_{Dref}$, $x_B - x_{Bref}$, $Q - Q_{ref}$, $FR - FR_{ref}$, $FE - FE_{ref}$. Estas nuevas variables de desviación se guardan en una memoria de cálculo que permita construir la tabla de tiempo de manera que pueda ser procesada en Matlab® y se exportan como un archivo *.txt. Posteriormente, se abre Matlab® y al archivo *.txt generado se le cambia la extensión a *.m para poder llamarlo dentro del código, lo que permitirá encontrar un modelo dinámico que describa los comportamientos de los datos experimentales obtenidos.

4. Determinación del Orden de Polinomios Característicos a través de TFEST-MATLAB®.

Se emplea la herramienta TFEST, que proviene del paquete System Identification Toolbox en el programa MATLAB®, para realizar la estimación de las funciones de transferencia que describan el comportamiento dinámico de los datos experimentales, donde se analizan por pares de datos: una entrada y una salida.

La sintaxis de esta herramienta es $sys = tfest(tt,np)$, donde sys es la variable en la cual se guardan las funciones de transferencia, el nombre de esta variable se elige conforme a los datos que se analizan. Por otra parte, tt hace referencia

a la tabla de tiempo que se describe en el apartado anterior y, finalmente, np establece el número de polos con los cuales se realizará la estimación del modelo, por default el número de ceros se establece en $np-1$.

Se realiza la estimación de las funciones de transferencia para cada uno de los casos de estudio; en el primer caso se prueba el ajuste variando el número de polos de 1 a 3, una vez observado cuál presenta el mejor ajuste, se selecciona este número de polos y se fija para todos los otros casos restantes. Por último, se obtiene el valor de los polos y los ceros de las funciones de transferencia mediante las funciones $pole(sys)$ y $zero(sys)$, respectivamente, así como el gráfico que indica el porcentaje de coincidencia entre el modelo y los datos experimentales, usando la función $compare(tt,sys)$.

5. Identificación de Funciones de Transferencia con Polinomio característico Común a través de SSEST-MATLAB®.

A diferencia de la función $TFEST$ que se mencionó anteriormente, $SSEST$ permite encontrar las funciones de transferencia con múltiples entradas y múltiples salidas, proporcionando el mismo polinomio característico para esa estimación. La sintaxis de la función es $sys = ssest(tt,nx,'OutputName', ['"OV1" "OV2"'], 'InputName', ['"IV1" "IV2"'], 'DisturbanceModel', 'none', 'form', 'companion')$, donde sys es la variable que almacena las matrices de coeficientes del modelo lineal, tt la tabla de tiempo, nx el número de polos, $'OutputName'$ indica que los valores entre corchetes son las variables de salida que se encuentran definidas en la tabla de tiempo, asimismo en el caso de $'InputName'$, indica que las siguientes variables entre corchetes son referentes a las variables de entrada. $'DisturbanceModel', 'none'$ indica que no se estime el componente de ruido por lo cual los elementos de la matriz K se fijan en cero. Por otra parte, $'form', 'companion'$ solicitan la escritura de los resultados en la forma de una matriz compañera controlable. Resultando así en que el programa arroja los valores de las matrices de coeficientes de la siguiente manera:

$$A_{com} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -\alpha_0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -\alpha_1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -\alpha_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -\alpha_{n_1} \end{bmatrix} B_{com} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Figura 5. Matriz de coeficientes del modelo lineal en la forma de la matriz compañera controlable

Donde el polinomio característico corresponde a:

$$P(s) = s^n + \alpha_{(n_1)}s^{(n-1)} + \alpha_{(n-2)}s^{(n-2)} + \cdots + \alpha_1s + \alpha_0$$

Con los valores de las matrices de coeficientes A , B , C y D se realiza la transformación a funciones de transferencia, utilizando las funciones SS y TF de Matlab®. Primero, se extraen las matrices de la variable que almacena las matrices de coeficientes, p. ej. $A=sys.A$. Posteriormente se genera otra variable para indicar que las matrices extraídas anteriormente pertenecen a un modelo de espacio de estados, $ltisys=ss(A,B,C,D)$. En seguida, se generan las funciones de transferencia a partir del modelo de espacio de estados con la función $tf, fn=tf(ltisys)$ y, finalmente, con los polinomios encontrados se realiza otro código donde se utiliza nuevamente la función $tfest$, pero ahora fijando el polinomio característico para realizar la estimación. Entonces, para fijar el polinomio se añaden las siguientes líneas de código:

```
deno = [1 alpha_1 alpha_2 alpha_3];
init_sys = idtf([0 0 0],deno,'TimeUnit','seconds');
init_sys.Structure.Denominator.Free = false;
```

La variable $deno$ señala los coeficientes del polinomio característico en orden decreciente a la potencia de s , $init_sys$ emplea el comando $idtf$ (Modelo de función de transferencia con parámetros identificables) el cual señala que el modelo de la función de transferencia está regido por los valores que se encuentran dentro de los paréntesis, la matriz de ceros señala la forma en la que debe de estimarse el numerador, en este caso tiene tres elementos, lo que indica que el numerador debe de contener dos ceros. La última línea indica que el numerador debe de conservar el valor establecido anteriormente en la variable $deno$ para realizar la estimación. A continuación, se estiman las funciones de transferencia con la función $tfest$, con a sintaxis $ft=tfest(tt,init_sys)$, donde ft es la variable que contiene los valores de las funciones de transferencia con los ceros corregidos para cada polinomio proporcionado anteriormente. Se probaron distintos polinomios característicos para seleccionar el que tuvo mayor coincidencia con todos los casos.

Resultados

Columna de Destilación Binaria Ideal

La columna de destilación obtenida se muestra en la Figura 2 con los valores nominales de la fracción molar de Benceno en el domo (x_D), la fracción molar de Tolueno en el fondo (x_B), Flujo de Reflujo (F_R) y Carga Térmica (Q_R). La Tabla 1 muestra una de las 18 matrices de transferencia obtenidas cuando se probaron funciones de transferencia de diversos órdenes. Como se puede notar, el polinomio característico es del mismo orden entre las funciones, pero no es igual entre las funciones de transferencia.

Tabla 1. Resultados de la función TFEST para la columna de destilación binaria ideal de Benceno-Tolueno, utilizando dos polos para las variaciones en la carga térmica y flujo del reflujo del $\pm 1\%$

Funciones de Transferencia de 2° Orden para el cambio de las variables de entrada a la columna				
+1 %		-1%		
x_D	x_B	x_D	x_B	
Q_R	$\frac{-2.2 \times 10^{-5}s - 2.1 \times 10^{-4}}{s^2 + 1.13s + 0.2158}$ R = 99.51%	$\frac{-1.1 \times 10^{-5}s - 5.5 \times 10^{-4}}{s^2 + 2.491s + 0.6201}$ R = 99.88%	$\frac{2 \times 10^{-6}s - 2.4 \times 10^{-4}}{s^2 + 1.458s + 0.3025}$ R = 99.88%	$\frac{-1.5 \times 10^{-5}s - 5.5 \times 10^{-4}}{s^2 + 2.36s + 0.5212}$ R = 99.87%
F_R	$\frac{6.5 \times 10^{-6}s + 5.9 \times 10^{-5}}{s^2 + 1.863s + 0.4186}$ R = 99.79%	$\frac{5.4 \times 10^{-6}s - 3.6 \times 10^{-5}}{s^2 + 2.032s + 0.4328}$ R = 99.69%	$\frac{8.1 \times 10^{-6}s + 5.6 \times 10^{-5}}{s^2 + 1.678s + 0.3683}$ R = 99.82%	$\frac{4.3 \times 10^{-6}s + 3.9 \times 10^{-5}}{s^2 + 2.275s + 0.5327}$ R = 99.73%

En la Figura 9 se muestran las trayectorias de respuesta que describen el modelo matemático de la Tabla 1 y se comparan con las trayectorias experimentales. Como se puede observar hay una gran coincidencia entre las trayectorias, por lo que se puede ver que funciones de transferencia de segundo orden son efectivas en la descripción dinámica de la columna de destilación.

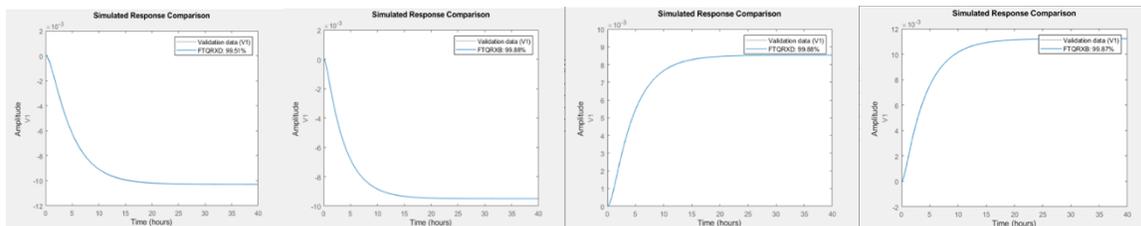


Figura 9. Trayectorias de las Funciones de Transferencia de 2° Orden para x_D y x_B cuando hay una variación del $\pm 1\%$ en la carga térmica.

Una vez escogido el orden del polinomio característico a restringir en las funciones de transferencia, se aplicó la herramienta SSEST-Matlab®. En esta alternativa, obtuvimos 6 tablas de Funciones de Transferencia utilizando los datos experimentales para configuraciones de 1 entrada y 2 salidas, así como de 2 entradas y 2 salidas, cuando el cambio de las variables de entrada es de $\pm 1\%$. La Tabla 2 muestra la matriz de funciones de transferencia que mejor sigue los datos experimentales, como se muestra en la Figura 10.

Dado que los polinomios del numerador obtenidos de SSEST aún no mostraban una similitud significativa, se fijó el polinomio característico del denominador y se realizó una nueva prueba en TFEST, logrando así una coincidencia en ambas variaciones (Tabla 3).

Tabla 2. Resultados de la función SSEST, utilizando dos polos y dos variables de entradas ($Q_R + 1\%$ y $F_R - 1\%$)

Funciones de Transferencia de 2° Orden cuando el cambio de las variables de entrada a la columna es simultaneo	
x_D	x_B

Q_R	$\frac{-2.8 \times 10^{-8}s - 4.8 \times 10^{-11}}{s^2 + 1.8 \times 10^{-3}s + 8 \times 10^{-7}}$ R = 97.91%	$\frac{-3.2 \times 10^{-8}s - 3.5 \times 10^{-11}}{s^2 + 1.8 \times 10^{-3}s + 8 \times 10^{-7}}$ R = 97.44%
F_R	$\frac{1.5 \times 10^{-7}s + 2.5 \times 10^{-10}}{s^2 + 1.8 \times 10^{-3}s + 8 \times 10^{-7}}$ R = 97.91%	$\frac{1.7 \times 10^{-7}s + 1.8 \times 10^{-10}}{s^2 + 1.8 \times 10^{-3}s + 8 \times 10^{-7}}$ R = 97.44%

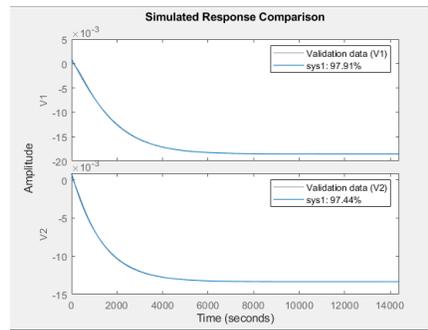


Figura 10. Trayectorias de las Funciones de Transferencia de 2° Orden con un mismo polinomio característico

Tabla 3. Resultados de la función TFEST-Ajustado, fijando el polinomio característico obtenido de SSEST, utilizando dos polos y dos variables de entradas ($Q_R + 1\%$ y $F_R - 1\%$)

Funciones de Transferencia de 2° Orden con el denominador fijo				
Polinomio característico: $s^2 + 1.8 \times 10^{-3} + 8 \times 10^{-7}$				
+1%		-1%		
x_D	x_B	x_D	x_B	
Q_R	$\frac{-3.8 \times 10^{-7}s - 7.7 \times 10^{-10}}{s^2 + 1.8 \times 10^{-3}s + 8 \times 10^{-7}}$ R = 97.99%	$\frac{-6.2 \times 10^{-7}s - 7.2 \times 10^{-10}}{s^2 + 1.8 \times 10^{-3}s + 8 \times 10^{-7}}$ R=97.59%	$\frac{-3.9 \times 10^{-7}s - 6.4 \times 10^{-10}}{s^2 + 1.8 \times 10^{-3}s + 8 \times 10^{-7}}$ R = 97.33%	$\frac{-5.9 \times 10^{-7}s - 8.4 \times 10^{-10}}{s^2 + 1.8 \times 10^{-3}s + 8 \times 10^{-7}}$ R=97.94%
F_R	$\frac{7.4 \times 10^{-8}s + 1.1 \times 10^{-10}}{s^2 + 1.8 \times 10^{-3}s + 8 \times 10^{-7}}$ R = 97.72%	$\frac{4x10^{-8}s + 6.6x10^{-11}}{s^2 + 1.8 \times 10^{-3}s + 8 \times 10^{-7}}$ R=98.11%	$\frac{7.6 \times 10^{-8}s + 1.2 \times 10^{-10}}{s^2 + 1.8 \times 10^{-3}s + 8 \times 10^{-7}}$ R = 97.80%	$\frac{4.2 \times 10^{-8}s + 5.9 \times 10^{-11}}{s^2 + 1.8 \times 10^{-3}s + 8 \times 10^{-7}}$ R=98.16%

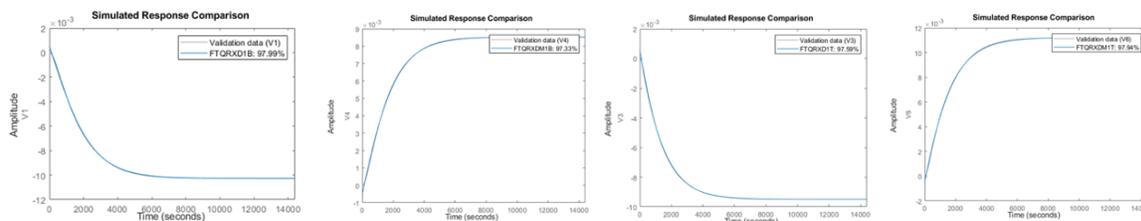


Figura 11. Trayectorias de las Funciones de Transferencia de 2° Orden con respuesta simétrica en la carga térmica.

Podemos destacar que se cumple con la hipótesis propuesta para una columna de destilación binaria que contiene una mezcla ideal. Todas las funciones de transferencia comparten el mismo polinomio característico en el denominador y muestran una gran similitud en el polinomio del numerador. Además, como se observa en la Figura 8, el porcentaje de coincidencia aumentó ligeramente y se presentan trayectorias con respuestas simétricas en ambas salidas.

Columna de Destilación Binaria Etanol-Agua

La columna de destilación obtenida se muestra en la Figura 3 inciso B con los valores nominales de la fracción molar de etanol en el domo (x_D), fracción molar de Agua en el fondo (x_B), flujo de reflujo (F_R) y carga térmica (Q_R).

Habiendo realizado las pruebas con distintos números de polos se determina que las funciones de transferencia que tienen un buen ajuste con respecto a los datos experimentales son las de tercer orden. En la Tabla 4 se muestran las funciones de transferencia para cada caso el porcentaje de coincidencia (R), cuando el cambio de las variables de entrada es de $\pm 1\%$.

Tabla 4. Resultados de la función TFEST para la columna de destilación concentradora de EtOH, utilizando tres polos para las variaciones en la carga térmica y flujo del reflujo del $\pm 1\%$

Funciones de transferencia de tercer orden para el cambio en las variables de entrada de la columna.			
+1%		-1%	
	x_D	x_B	
Q_R	$\frac{-6.7 \times 10^{-10}s^2 - 1.8 \times 10^{-13}s - 3.1 \times 10^{-17}}{s^3 + 0.004 + 7 \times 10^{-8}s + 4.7 \times 10^{-12}}$	$\frac{3.8 \times 10^{-10}s^2 + 1.5 \times 10^{-12}s + 7 \times 10^{-17}}{s^3 + 0.003s^2 + 2.4 \times 10^{-6}s + 1.1 \times 10^{-10}}$	$\frac{-6.1 \times 10^{-11}s^2 - 1.4 \times 10^{-12}s - 5.4 \times 10^{-15}}{s^3 + 0.004s^2 + 8.9 \times 10^{-6}s + 4.7 \times 10^{-9}}$
	$R = 98.97$	$R = 98.8$	$R = 99.8$
F_R	$\frac{1.4 \times 10^{-8}s^2 + 1.5 \times 10^{-10}s + 4.4 \times 10^{-13}}{s^3 + 0.004s^2 + 7.9 \times 10^{-6}s + 4.1 \times 10^{-9}}$	$\frac{-3.7 \times 10^{-8}s^2 - 3 \times 10^{-11}s - 5.5 \times 10^{-13}}{s^3 + 0.004s^2 + 7.5 \times 10^{-6}s + 4.4 \times 10^{-9}}$	$\frac{1.214 \times 10^{-8}s^2 + 1.527 \times 10^{-10}s + 3.714 \times 10^{-14}}{s^3 + 0.002s^2 + 1.522 \times 10^{-6}s + 1.17 \times 10^{-10}}$
	$R = 99.62$	$R = 99.5$	$R = 97.86$

Se puede observar que el polinomio característico de cada una de las funciones de transferencia es diferente a todas las otras y esto ocurre con todos los demás casos que se estudiaron, también, se puede observar que para esta columna es conveniente emplear funciones de tercer orden ya que estas poseen buena coincidencia con los datos experimentales, por lo cual este número de polos se fijan para los análisis con el comando SSEST. En la Figura 12 se muestra la comparación entre la aproximación que tiene estimar las funciones de transferencia con distinto número de polos:

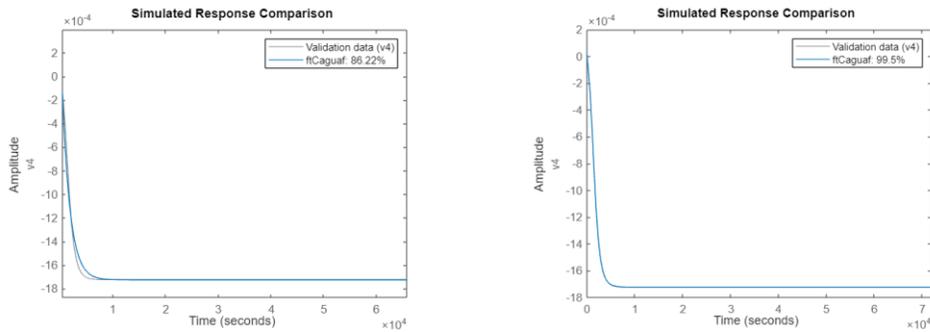


Figura 12. Estimación de funciones de transferencia con distinto número de polos a) un polo, b) tres polos

Debido a que este comando abre la posibilidad de generar las matrices de coeficientes en los casos en los que contamos con múltiples entradas y múltiples salidas se realizan las evaluaciones a las distintas combinaciones que podemos generar variando en 1% las variables de entrada Q_R y F_R . además, se puede evaluar de manera simultánea ambas salidas en los casos en los cuales solo se modifica una variable de entrada. Por lo cual se generaron 8 funciones de transferencia nuevas (Tabla 5).

Tabla 5. Resultados de la función SSEST para la columna de destilación concentradora de EtOH, utilizando tres polos para las variaciones en la carga térmica y flujo del reflujo del $\pm 1\%$

Funciones de transferencia de tercer orden para el cambio en las variables de entrada de la columna con el comando SSEST.

		+1%		-1%	
		x_D	x_B	x_D	x_B
Q_R		$\frac{3.7 \times 10^{-10}s^2 - 5.1 \times 10^{-13}s - 3.4 \times 10^{-16}}{s^3 + 0.001349s^2 + 5.1 \times 10^{-7}s + 5.4 \times 10^{-11}}$	$\frac{9.7 \times 10^{-10}s^2 + 4.1 \times 10^{-13}s + 3.5 \times 10^{-17}}{s^3 + 0.002911s^2 + 2.4 \times 10^{-6}s + 5.4 \times 10^{-11}}$	$\frac{-5 \times 10^{-10}s^2 - 1.6 \times 10^{-12}s - 1.0 \times 10^{-15}}{s^3 + 0.0024s^2 + 2.6 \times 10^{-16}s + 8.8 \times 10^{-10}}$	$\frac{7.1 \times 10^{-10}s^2 + 3.1 \times 10^{-12}s + 1.8 \times 10^{-15}}{s^3 + 0.0024s^2 + 2.6 \times 10^{-6}s + 8.8 \times 10^{-10}}$
		$R = 81.23$	$R = -8.67$	$R = 97.26$	$R = 97.47$
F_R		$\frac{2.6 \times 10^{-8}s^2 + 7.2 \times 10^{-11}s + 4.7 \times 10^{-14}}{s^3 + 0.00138s^2 + 1.5 \times 10^{-6}s + 4.4 \times 10^{-10}}$	$\frac{-7.1 \times 10^{-9}s^2 - 7.8 \times 10^{-11}s - 5.5 \times 10^{-14}}{s^3 + 0.00138s^2 + 1.5 \times 10^{-6}s + 4.4 \times 10^{-10}}$	$\frac{2.7 \times 10^{-8}s^2 + 1.1 \times 10^{-10}s + 1.7 \times 10^{-14}}{s^3 + 0.0018s^2 + 9.4 \times 10^{-7}s + 5.0 \times 10^{-11}}$	$\frac{-2.6 \times 10^{-8}s^2 - 5.7 \times 10^{-11}s - 4 \times 10^{-15}}{s^3 + 0.0018s^2 + 9.4 \times 10^{-7}s + 5.0 \times 10^{-11}}$
		$R = 85.5$	$R = 87.1$	$R = 87.61$	$R = 74.75$

Podemos observar que se obtiene el mismo polinomio característico para cada salida en cada caso evaluado, sin embargo, no coincide entre las distintas modificaciones de las variables de entrada. Además, existen algunas estimaciones en las cuales el porcentaje de coincidencia es muy bajo. Por otra parte, el valor de la ganancia estática es muy similar cuando se compara con los polinomios obtenidos con el paso anterior.

Cada uno de los polinomios característicos obtenidos en el paso anterior es utilizado para estimar nuevamente funciones de transferencia y de esta manera obtener una mejor coincidencia ya que se obtienen nuevos ceros que resultan en una mejor aproximación a los datos experimentales. En la Tabla 6 se muestra el polinomio característico que tuvo mejor aproximación y los nuevos ceros que se obtienen, junto con el porcentaje de coincidencia con cada uno de los casos.

Tabla 6. Resultados de la función TFEST-Ajustado para la columna de destilación concentradora de EtOH, fijando el denominador para las variaciones en la carga térmica y flujo del reflujo del $\pm 1\%$

Funciones de transferencia con el denominador fijo y el mayor porcentaje de coincidencia					
Polinomio característico: $s^3 + 0.002s^2 + 9.4 \times 10^{-7} + 5 \times 10^{-11}$					
		+1%		-1%	
		x_D	x_B	x_D	x_B
Q_R		$\frac{1.4 \times 10^{-9}s^2 - 2.2 \times 10^{-12}s - 3.5 \times 10^{-16}}{s^3 + 0.002s^2 + 9.4 \times 10^{-7} + 5 \times 10^{-11}}$	$\frac{5.9 \times 10^{-10}s^2 + 6 \times 10^{-13}s + 3.3 \times 10^{-17}}{s^3 + 0.002s^2 + 9.4 \times 10^{-7} + 5 \times 10^{-11}}$	$\frac{-4.2 \times 10^{-10}s^2 - 1 \times 10^{-12}s - 5.9 \times 10^{-17}}{s^3 + 0.002 + 9.4 \times 10^{-7} + 5 \times 10^{-11}}$	$\frac{8.5 \times 10^{-10}s^2 + 1.8 \times 10^{-12}s + 1 \times 10^{-16}}{s^3 + 0.002s^2 + 9.4 \times 10^{-6}s + 5 \times 10^{-11}}$
		$R = 81.48$	$R = 95.23$	$R = 94.92$	$R = 89.3$
F_R		$\frac{4.4 \times 10^{-8}s^2 + 9.4 \times 10^{-11}s + 5.5 \times 10^{-15}}{s^3 + 0.002s^2 + 9.4 \times 10^{-7} + 5.022 \times 10^{-11}}$	$\frac{-7.1 \times 10^{-9}s^2 - 7.8 \times 10^{-11}s - 5.5 \times 10^{-14}}{s^3 + 0.002s^2 + 9.4 \times 10^{-7} + 5 \times 10^{-11}}$	$\frac{-2.7 \times 10^{-9}s^2 + 1.3 \times 10^{-10}s + 1.6 \times 10^{-14}}{s^3 + 0.002s^2 + 9.4 \times 10^{-7} + 5 \times 10^{-11}}$	$\frac{-2.2 \times 10^{-8}s^2 - 6.1 \times 10^{-11}s - 3.8 \times 10^{-15}}{s^3 + 0.002s^2 + 9.4 \times 10^{-7} + 5 \times 10^{-11}}$
		$R = 94.89$	$R = 91.21$	$R = 90.92$	$R = 95.98$

El denominador que tuvo el mejor porcentaje de coincidencia al fijarlo como polinomio característico de todos los demás casos es el que corresponde al caso en el que el flujo del reflujo se reduce 1% del valor nominal. Esto señala que es posible encontrar un mismo polinomio característico para todas las funciones de transferencia que permita encontrar un buen porcentaje de coincidencia con los datos experimentales. Sin embargo, se puede observar que el valor de los numeradores que representan el efecto de la misma variable, son muy diferentes entre sí, es decir el numerador de x_D para el caso en que la carga térmica se reduce en 1%, es muy diferente comparándolo con el caso en el que la carga térmica se aumenta en 1%. Esto puede deberse a que no se tiene un comportamiento simétrico al modificar la variable de entrada, por ejemplo, si se observa el comportamiento de x_D cuando se modifica Q_R mostrado en la Figura 13, se puede observar que la apertura con respecto al valor nominal de la columna es mayor cuando se reduce la carga térmica a comparación de cuando se aumenta. Además de que llega de manera más rápida al estado estacionario.

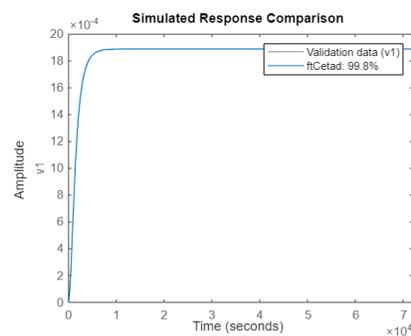
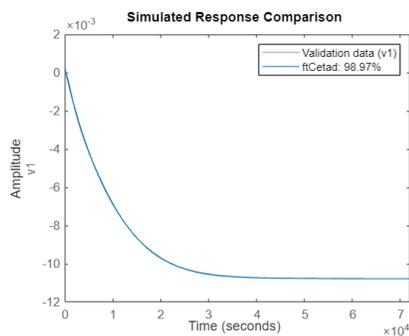


Figura 13. Comparación del comportamiento de la fracción molar de EtOH en el domo cuando se realiza una variación en la carga térmica a) +1% b) -1%

Por otra parte, los valores de los numeradores de la variable del fondo x_B tienen un valor más parecido cuando se modifica el reflujo, esto se puede deber a que en el fondo se encuentran concentraciones más distantes al punto azeotrópico.

Columna de Destilación Extractiva Etanol-Agua-Etilen Glicol

La columna de destilación obtenida se muestra en la Figura 3 con los valores nominales de la fracción molar de etanol en el domo (x_D), fracción molar de Agua en el fondo (x_B), flujo de reflujo (F_R), carga térmica (Q_R) y extractante (E). Una vez utilizada la herramienta TFEST-Matlab® se obtuvieron funciones de transferencia que presentan un buen porcentaje de coincidencia con los datos experimentales para 1, 2 y 3 polos. Por otro lado, se encontró que el ajuste que describe de manera óptima el comportamiento es el de 3 polos de tal manera que se optó por continuar realizando arreglos del tercer orden.

Tabla 7. Resultados de la función TFEST para la columna de destilación extractiva, utilizando tres polos para las variaciones en la carga térmica, flujo del reflujo y extractante del $\pm 1\%$.

Funciones de Transferencia de 3° Orden para el cambio de las variables de entrada a la columna				
	+1%		-1%	
	x_D	x_B	x_B	
Q_R	$\frac{-4.4x10^{-8}s^2 + 3.4x10^{-5}s + 4.1x10^{-5}}{s^3 + 24.5s^2 + 205.8s + 200.4}$ R = 96.53%	$\frac{-1.6x10^{-6}s^2 - 1.7x10^{-5}s - 9.6x10^{-6}}{s^3 + 46.9s^2 + 89.6s + 36.9}$ R = 98.84%	$\frac{1.9x10^{-7}s^2 - 7.1x10^{-5}s - 9.1x10^{-5}}{s^3 + 35.2s^2 + 252.3s + 334.7}$ R = 95.77%	$\frac{-1.9x10^{-6}s^2 - 4.7x10^{-5}s - 3.2x10^{-4}}{s^3 + 21.7s^2 + 126.7s + 212.4}$ R = 99.87%
F_R	$\frac{8.405x10^{-6}s^2 + 0.007988 + 0.005629s}{s^3 + 29.63s^2 + 217.3s + 153.3}$ R = 96.67%	$\frac{5.411x10^{-5}s^2 + 0.002s + 0.007}{s^3 + 15.8s^2 + 60.8s + 74.3}$ R = 99.43%	$\frac{1.4x10^{-7}s^2 - 9.2x10^{-9}s + 7.5x10^{-8}}{s^3 + 0.4s^2 + 1s + 0.3}$ R = 78.82%	$\frac{2.1x10^{-7}s^2 + 1.32x10^{-5}s + 8.8x10^{-5}}{s^3 + 22.87s^2 + 162.3s + 202.1}$ R = 99.7%
E	$\frac{0.004s^2 + 0.3s + 0.1}{s^3 + 20.93s^2 + 109.7s + 53.41}$ R = 98.88%	$\frac{0.005s^2 + 0.06s + 0.1}{s^3 + 9.9s^2 + 29.51s + 28.8}$ R = 99.28%	$\frac{0.001s^2 - 0.006s + 0.4}{s^3 + 16.4s^2 + 166.6s + 481.3}$ R = 97.97%	$\frac{0.003s^2 + 0.009s - 0.3}{s^3 + 26.2s^2 + 341s + 509}$ R = 98.82%

La Tabla 7 muestra los polinomios característicos de las Funciones de Transferencia utilizando la función TFEST-Matlab® cuando se buscan los polos y los ceros. Las respuestas de x_D y x_B que se presentan en la Figura 14 son los resultados esperados al tratarse de una columna extractiva con un comportamiento asimétrico. Del lado derecho se observan las trayectorias de x_D y x_B al realizarse un incremento del 1% a la carga térmica; del lado izquierdo se ilustran las respuestas relacionadas a la disminución del 1%. Como puede observarse, la columna no tiene simetría en sus respuestas cuando se le realizan cambios positivos o negativos a la misma variable de entrada con respecto a las variables de salida x_D y x_B . Esto se puede explicar debido a que, en la composición del domo de la columna, se tiene un requerimiento de pureza del 98% de tal manera que los valores en x_D no alcanzarán valores más altos que este. Del mismo modo, la Δx_D que se observa al incrementar 1% la carga térmica resulta ser de $2.13x10^{-4}$ mientras que al disminuir 1% se obtiene un $\Delta x_D = 2.88x10^{-4}$. Estos valores son similares, sin embargo, el modelo matemático no es el mismo debido a la misma naturaleza de la columna. Por otro lado, en los fondos de la columna, se generaron respuestas con una simetría mayor. No obstante, se encuentra que 1% más de carga térmica genera un $\Delta x_B = 2.73x10^{-4}$ mientras que -1% causa un $\Delta x = 1.59x10^{-3}$.

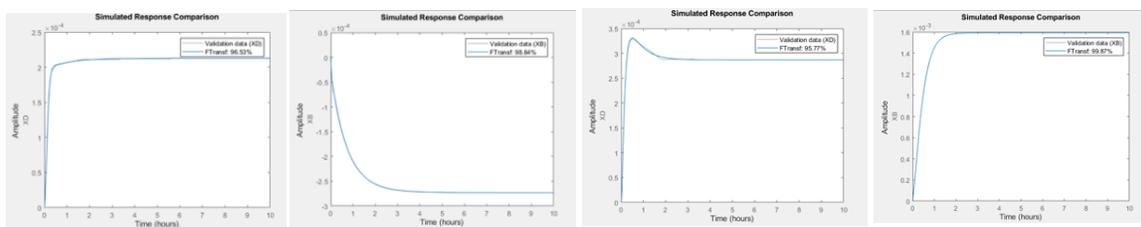


Figura 14. Trayectorias de las Funciones de Transferencia de 3° Orden para x_D y x_B cuando hay una variación en la carga térmica.

Cabe mencionar que las perturbaciones provocadas por el reflujo también son altamente asimétricas. No obstante, en el caso del extractante se pudo notar que las trayectorias se presentan con poco más de simetría.

En busca de un mejor modelo que permitiera describir de manera simultánea las respuestas tanto positivas como negativas en cuanto a la misma variable de entrada se optó por probar la función SSEST-Matlab®. De esta manera fue posible operar todas las variables de entrada con respecto a las 2 variables de salida.

Al utilizar esta función en Matlab se obtuvo un mismo polinomio característico para todas las Funciones de Transferencia que describen la relación correspondiente entre salidas cuando existen alteraciones sincrónicas en las entradas. De este modo, se obtuvieron las 6 Funciones de Transferencia que se presentan en la Tabla 8. Las perturbaciones que se realizaron fueron las siguientes: +1% en la carga térmica, -1% en el reflujo y +1% en el extractante.

Tabla 8. Resultados de la función SSEST, utilizando tres polos y tres variables de entradas ($Q_R + 1\%$, $F_R - 1\%$, $E + 1\%$).

Funciones de Transferencia de 3° Orden cuando el cambio de las variables de entrada a la columna es simultáneo		
	x_D	x_B
Q_R	$\frac{1.1x10^{-9}s^2 + 8.8x10^{-12}s + 1.9x10^{-14}}{s^3 + 0.04s^2 + 0.0002s + 1.1e-07}$ R = 81.44%	$\frac{3.1x10^{-10} - 1.8x10^{-11}s - 1.1x10^{-13}}{s^3 + 0.04s^2 + 0.0002s + 1.1x10^{-7}}$ R = 83.96%
F_R	$\frac{-1.4x10^{-11}s^2 + 1.1x10^{-13}s - 2.5x10^{-16}}{s^3 + 0.04s^2 + 0.0002s + 1.1x10^{-7}}$ R = 81.44%	$\frac{-3.921x10^{-12}s^2 + 2.343x10^{-13}s + 1.379x10^{-15}}{s^3 + 0.04 + 0.0002s + 1.1x10^{-7}}$ R = 83.96%
E	$\frac{3.127x10^{-13} - 2.534x10^{-15}s + 5.619x10^{-18}}{s^3 + 0.04s^2 + 0.0002s + 1.1x10^{-7}}$ R = 81.44%	$\frac{8.8x10^{-14}s^2 - 5.2x10^{-15}s - 3.1x10^{-17}}{s^3 + 0.04s^2 + 0.0002s + 1.1x10^{-7}}$ R = 83.96%

Cuando se analiza el caso de 3 entradas simultáneas para 2 salidas se obtienen porcentajes de coincidencia menores que los reportados en la Tabla 7. Las trayectorias de x_D y x_B pueden analizarse en la Figura 15. Como puede notarse, los porcentajes de coincidencia disminuyen al tratar de evaluar un conjunto de variables de entrada del proceso. No obstante, se pretende hacer un ajuste de ceros, restringiendo toda función de transferencia con el polinomio característico “común”. A continuación, se regresará a la función TFEST-Matlab® fijando $s^3 + 0.04066s^2 + 0.0001953s + 1.077e - 07$ para evaluar los ceros obtenidos cuando se analizan las perturbaciones de manera individual.

Es posible apreciar en la Tabla 9 que se obtuvieron Funciones de Transferencia con polinomios característicos similares, sin embargo, los ceros encontrados, para las respuestas de la misma variable de entrada, no son similares entre sí en cuanto a orden y magnitud de los coeficientes.

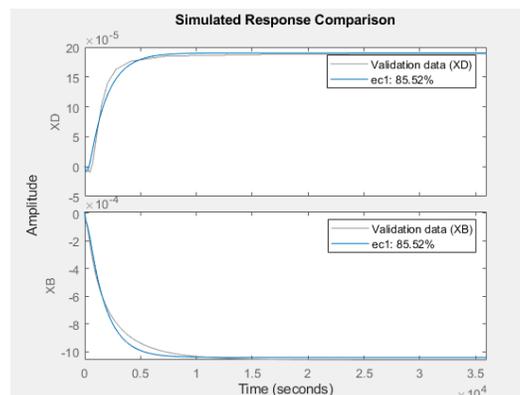


Figura 15. Trayectorias de las Funciones de Transferencia de 3° Orden cuando X_D y X_B tienen el mismo polinomio característico en el denominador y una variación simultánea en ambas entradas.

Tabla 9. Resultados de la función TFEST-Ajustado para la columna extractiva, fijando el denominador para las variaciones en la carga térmica, flujo del reflujo y extractante del $\pm 1\%$.

Funciones de Transferencia de 3° Orden con el denominador fijo				
Polinomio característico: $s^3 + 0.04066s^2 + 0.0001953s + 1.077e - 07$				
	+1%		-1%	
	x_D	x_B	x_D	x_B
Q_R	$-2.7x10^{-9}s^2 + 2.4x10^{-11}s + 2.1x10^{-14}$ R = 78.41%	$-2.5x10^{-9}s^2 - 1.3x10^{-13}s - 2.7x10^{-14}$ R = 79.3%	$5.643e - 09s^2 - 4.475e - 11s - 3.064e - 14$ R = 60.05%	$-1.527e - 09s^2 - 9.764e - 12s - 1.658e - 13$ R = 95.98%
F_R	$-6.7x10^{-7}s^2 + 5.5x10^{-9}s + 4x10^{-12}$ R = 65.09%	$8.7x10^{-8}s^2 - 1.7x10^{-11}s + 1.7x10^{-11}$ R = 96.85%	$3.635e - 09s^2 - 1.758e - 11s + 1.188e - 14$ R = 31.54%	$2.036e - 09s^2 - 7.082e - 12s + 4.597e - 14$ R = 86.71%
E	$-3.1x10^{-5}s^2 + 2.6x10^{-7}s + 2.7x10^{-10}$ R = 72.53%	$7.61e - 06s^2 + 1.372e - 08s + 3.856e - 10$ R = 97.04%	$-4.306e - 06s^2 + 1.699e - 08s + 8.858e - 11$ R = 76.99%	$3.89e - 07s^2 + 2.37e - 08s - 6.376e - 11$ R = 91.15%

Otro aspecto para resaltar es que los porcentajes de coincidencia que se estimaron resultan ser significativamente inferiores y desproporcionados. Para cada variable de entrada se tiene una respuesta diferente tanto para x_D y x_B . Así mismo, las trayectorias de x_D que describe el modelo ajustado, no concuerda con los datos experimentados de forma ideal. Por otro lado, las Funciones de Transferencia obtenidas para x_B se alinean con mejor correspondencia a los datos experimentales.

En la Figura 16 se muestran del lado izquierdo las trayectorias tanto de x_D como de x_B para el incremento de 1% en la carga térmica mientras que en el lado derecho se aprecian las respuestas cuando se disminuye el 1%. Se concluye que, para la función TFEST-Matlab® restringiendo el polinomio característico, se obtiene un modelo que no se ajusta adecuadamente a las composiciones en el domo. En contraste con las composiciones en el fondo de la columna ya que, como es de apreciarse en la Tabla 9, el ajuste arroja porcentajes de coincidencia muy favorables. Se infiere que esta desproporcionalidad en los resultados es producto de la identidad de una columna con comportamiento no ideal.

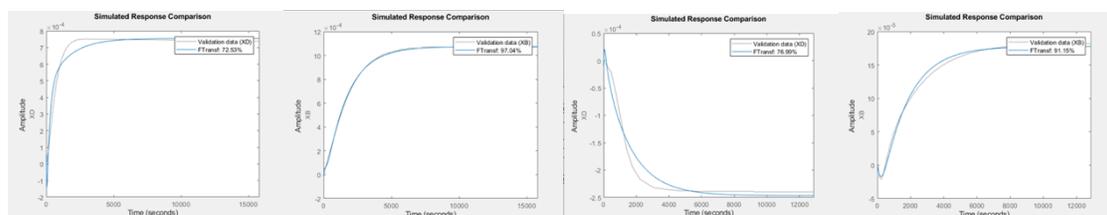


Figura 16. Trayectorias de las Funciones de Transferencia de 3° Orden con respuesta de para variaciones el extractante con denominador ajustado.

Conclusiones

En este trabajo se obtuvieron modelos matemáticos lineales de tipo de matriz de funciones de transferencia para describir la evolución de columnas de destilación involucradas en la purificación de bioetanol. Las funciones de transferencia tienen como peculiaridad un polinomio característico en común, significando que se puede conservar la interrelación dinámica de las variables del proceso en este tipo de modelos. No obstante, se debe considerar que las respuestas de las

variables de salida de las columnas de destilación son asimétricas, frente a cambios simétricos en las variables de entrada, lo cual puede deberse a la no linealidad de este tipo de columnas de destilación, lo cual, a su vez, es consecuencia de la no idealidad de la mezcla etanol-agua.

Por otro lado, los modelos de funciones de transferencia con polinomio característico común sí describen de forma efectiva las respuestas de las variables de salida de la columna de destilación para la mezcla benceno-tolueno, pues ésta presenta un comportamiento ideal, pues las respuestas de las variables de salida son simétricas respecto a cambios simétricos en las variables de entrada.

Bibliografía/Referencias

- Bequette, B.W. 2002. *Process Control: Modeling, Design and Simulation*. Prentice Hall.
- Cabrera-Ruiz, J. 2017. Open-loop Based Controllability Criterion Applied to Stochastic Global Optimization for Intensified distillation sequences, *Chem. Eng. Res. Des.*, 123, 165-179.
- Gil, I. D., Gómez, J. M., Rodríguez, G. 2012. Control of an extractive distillation process to dehydrate ethanol using glycerol as entrainer, *Com. Chem. Eng.*, 39, 129-142.
- Hernández, S., Jiménez, A. 1999. Controllability Analysis of Thermally Coupled Distillation Systems, *Ind. Eng. Chem. Res.*, 38(10), 3957-3963.
- Luyben, W. 1987. Derivation of Transfer Functions for Highly Nonlinear Distillation Columns, *Ind. Eng. Chem. Res.*, 26(12), 2490-2495.
- Luyben, W., 2013. *Distillation Design and Control Using Aspen™ Simulation*. 2nd Edition. AIChE® Wiley.
- Seader, J.D., Henley, E.J., Roper, D.K. 2010. *Separation Process Principles: chemical and biochemical operations*. 3rd Edition. Wiley.
- Wood, R. K., Berry, M. W. 1973. Terminal composition control of a binary distillation column. *Chem. Eng. Sci.*, 28, 1707-1717.