



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

CAMPUS IRAPUATO - SALAMANCA
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS

*Diseño de un estimador robusto UFIR
para redes de sensores inalámbricas considerando
retrasos y pérdidas de datos*

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

DOCTOR EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

PRESENTA:

M.I. Karen Julieth Uribe Murcia

DIRECTOR:

Dr. Yuriy S. Shmaliy

Salamanca, Guanajuato

Septiembre 2023.

Salamanca, Gto., a 23 de agosto del 2023.

**M. en I. HERIBERTO GUTIÉRREZ MARTIN
COORDINADOR DE ASUNTOS ESCOLARES
P R E S E N T E.-**

Por medio de la presente, se otorga autorización para proceder a los trámites de impresión, empastado de tesis y titulación al alumno(a) Karen Julieth Uribe Murcia del **Programa de Doctorado en Ingeniería eléctrica** y cuyo número de **NUA** es: 145223 del cual soy director. El título de la tesis es: Diseño de un estimador robusto UFIR para redes de sensores inalámbricos considerando retrasos y pérdida de datos

Hago constar que he revisado dicho trabajo y he tenido comunicación con los sinodales asignados para la revisión de la tesis, por lo que no hay impedimento alguno para fijar la fecha de examen de titulación.



A T E N T A M E N T E

Dr. Yuriy S. Shmaliy
**DIRECTOR DE TESIS
SECRETARIO**



Dr. Oscar Gerardo Ibarra Manzano
PRESIDENTE



Dr. David Granados Lieberman
VOCAL



Dr. José Amparo Andrade Lucio
VOCAL



Dr. Arturo García Pérez
VOCAL

Agradecimientos

A mi familia, por confiar en mí, por quererme, escucharme y apoyar cada paso en mi vida.

A mi abuela Zoraida y mi tía Mary, por ser los pilares en mi vida, mi ejemplo a seguir y por estar a mi lado en cada momento.

A Tomás, por su amor incondicional, por su inmenso apoyo y por cada valioso consejo que fortalecen mi vida.

A mi director de tesis, el Dr. Yuriy Shmaliy por guiar cada paso de este trabajo, por las enseñanzas que me ha entregado y por fundar el crecimiento de esta etapa en mi vida.

A todos mis amigos, colegas y profesores de la Universidad de Guanajuato por aconsejar, guiar, motivar y alegrar cada momento.

Agradecimientos Institucionales



A la Universidad de Guanajuato, en especial a la División de Ingenierías Campus Irapuato-Salamanca por su inmenso apoyo y brindarme la posibilidad de realizar mis estudios de Doctorado.



Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo otorgado para la realización de mis estudios de Doctorado mediante la beca con numero CVU: 661745 y por el apoyo al proyecto de investigación titulado “Desarrollo de los métodos de estimación robusta de FIR sin bias para redes de sensores inalámbricos con diferentes tipos de consenso” CB2017-2018, A1-S-10287.



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

A la Universidad Politécnica de Valencia, al Dr. Antonio Sala y al Dr. Antonio González por su apoyo para fortalecer este trabajo de investigación.

Resumen

Actuales avances en los dispositivos de medición tales como poseer un extenso rango de actividades, una mayor capacidad de procesamiento y comunicación, hasta contar con compactas dimensiones ha impulsado gradualmente a la modernización en el diseño de sistemas.

Los sistemas de redes de sensores WSNs por su nombre en inglés (Wireless Sensors Network) consiste en un novedosa herramienta que logra integrar la funcionalidad de la comunicación inalámbrica para mejorar el desempeño de tareas como sensar, procesar y comunicar características físicas de un proceso y tener mayor información de los posibles eventos que se desarrollan utilizando óptimas estructuras de redes de trabajo. Actualmente, la incursión de los sistemas de redes de sensores inalámbricos en diferentes campos de aplicación tales como militar, industrial, económico y biológico entre otros, va incrementado progresivamente la necesidad de asegurar óptimas condiciones de funcionamiento de los sistemas a través de un menor consumo de energía, mayor vida útil de los dispositivos, reducción de costo computacional y mayor tolerancia a daños.

En este contexto, el análisis de los datos adquiridos a través de técnicas de procesamiento de información se ha convertido en una herramienta crucial en esta clase de sistemas. La estimación de estados es una de las herramientas más utilizadas en la detección de eventos, clasificación y control a partir del filtrado de variables medibles. Aunque la estimación de estados es un tema altamente estudiado en múltiples aplicaciones, en los sistemas WSNs algunos eventos inoportunos pueden contrarrestan los beneficios de esta teoría. Frecuentemente, los sistemas WSNs son altamente vulnerables a variaciones y perturbaciones en el medio ambiente por estar localizados en medios hostiles, estar expuestos a circunstancias desfavorables y no estar protegidos físicamente. Estas razones producen que las mediciones sean imprecisas y severos errores produzcan incidentes físicos. Considerar técnicas clásicas de estimación en los sistemas WSNs donde es esencial contar con un conocimiento global del sistema y tener un completo acceso a todas las mediciones puede llegar a producir respuestas erróneas y limitar el alcance del procesamiento de los datos.

Ser consciente de los posibles fallos en las mediciones transmitidas directamente de los instrumentos a los centros de procesamiento del sistema y las consecuencias que esto produce, conlleva al estudio de innovadoras técnicas de análisis que incrementan la efectividad de importantes aplicaciones donde propiedades como retrasos de datos, latencia, desorden en los paquetes, pérdida de paquetes, o fluctuaciones, puede producir el deterioro del funcionamiento del sistema hasta ocasionar terribles daños y la inestabilidad de este.

El enfoque de asociar el acertado modelado del comportamiento del sistema y las mediciones disponibles ha sido abordado por algoritmos de estimación como una herramienta de innovación. En la literatura podemos encontrar el despliegue de algunos algoritmos como el filtro Kalman, filtros distributivos, de partículas, con mínima varianza o mínimo error cuadrático, entre otros, sin embargo, a pesar de que el éxito de estas técnicas ha demostrado obtener importantes ventajas en este campo, la mayoría de estas se han enfocado en suposiciones ideales sobre el comportamiento del sistema los cuales no son completamente prácticos.

La naturaleza aleatoria de los procesos con comunicación inalámbrica ha introducido extensamente inexactitud en algoritmos convencionales lo que ha incrementado el requerimiento de un alto grado de certeza en información como las dinámicas del proceso, las estadísticas de su funcionamiento y entorno para obtener una óptima estimación. Esto representa un desafío en tradicionales metodologías que basan su arquitectura en modelos de covarianza.

Este trabajo de tesis investiga como integrar el efecto de las mediciones disponibles para desarrollar algoritmos robustos que mejoren el desempeño de la estimación de estados sin basar su desarrollo en información difícil de acceder en aplicaciones reales como son las covarianzas de ruido. En particular, el algoritmo UFIR de su nombre en inglés (Unbiased Finite Impulse Response) es desarrollado en este trabajo para mejorar el desempeño de la estimación de estados de sistemas WSNs altamente perturbados y demostrar la influencia de incertidumbres en los parámetros en errores y respuestas inestables. A lo largo de este trabajo se presentará el desarrollo matemático que debe ser considerado para la implementación de estos algoritmos y que resultados son alcanzados en diversas condiciones de funcionamiento.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Motivación y descripción del problema	2
1.2. Objetivos	2
1.3. Estructura de la tesis	3
2. Fundamentos Teóricos	5
2.0.1. Redes inalámbricas de sensores	5
2.1. Estimación de estados	7
2.2. Ruido	8
2.2.1. Estimadores lineales	10
2.3. Algoritmo de filtro de Kalman	11
2.4. Filtro H_∞	14
2.5. Filtro UFIR	15
2.5.1. Errores de estimación	20
3. Métodos de estimación para observaciones inciertas	22
3.1. Mediciones con retrasos determinísticos	25
3.1.1. De-correlación del ruido	27

3.1.2. Filtro UFIR para retraso determinísticos	28
3.1.3. Errores de estimación	30
3.1.4. Estimación de estados con pérdida de datos	32
3.1.5. Estimador de estados UFIR para mediciones con retraso deterministas y pérdida de datos	34
3.2. Mediciones con retrasos aleatorios	35
3.2.1. Mediciones con retrasos de 1-paso de muestreo	37
3.3. Mediciones con múltiples retrasos y pérdida de datos	47
3.3.1. De-correlación	52
3.3.2. Algoritmo filtro UFIR para múltiples retraso y perdida de datos	54
3.4. Mediciones inciertas con retrasos aleatorios de 1-paso de muestreo y ruido correlacionado.	56
4. Resultados	62
4.0.1. Metodología de las pruebas	63
4.1. Seguimiento de un vehículo bajo mediciones con retrasos determinísticos y pérdida de datos	66
4.1.1. Efecto de retraso en la eficiencia de la estimación	66
4.1.2. Seguimiento sobre mediciones retrasadas en $k_n = 3$	68
4.1.3. Análisis de pérdida de datos	70
4.2. Seguimiento de un vehículo bajo mediciones con retrasos aleatorios y perdida de datos	71
4.2.1. Estimación de la trayectoria del vehículo	72
4.2.2. Variación en los parámetros estadísticos:	76
4.2.3. Incertidumbres en la probabilidad de transmisión:	76
4.3. Seguimiento de un vehículo bajo mediciones con retrasos aleatorios y perdida de datos con múltiples pasos	78

4.3.1. Estimación de la trayectoria del vehículo	80
4.3.2. Variación en los parámetros estadísticos:	81
4.3.3. Métodos de compensación de pérdida de datos en la estimación de estados	82
4.3.4. Incertidumbres en la probabilidad de transmisión:	82
4.4. Seguimiento de un vehículo bajo mediciones con retrasos aleatorios y ruido correlacionado	85
5. Conclusiones	90
Bibliografía	90

Índice de figuras

2.1. Implementación del filtro UFIR	19
2.2. Efecto de N_{opt} en el error	20
3.1. Escenario básico de retrasos de un paso de muestreo y pérdida de datos.	23
3.2. Tipico escenario de Comunicaciones retrasada en un tiempo de muestreo.	38
3.3. Efecto de múltiples pasos de retraso y pérdida de datos en canales de transmisión inalámbrica.	48
4.1. Seguimiento de un vehículo con mediciones de coordenadas GPS enviadas a través de redes de sensores hasta un estación central de procesamiento.	65
4.2. Medición de la trayectoria de un vehículo utilizando coordenadas GPS en el norte y y este x	67
4.3. Efecto de los pasos de retrasos k_n en la minimización del error de estimación por el filtro UFIR, Kalman y H_∞	68
4.4. Seguimiento de la trayectoria en la dirección norte y para un retraso de tres pasos de muestreo $k = 3$ con el filtro UFIR ($N_{opt} = 5$), KF, and H_∞ : (a) escala de tiempo completa, (b) acercamiento en $0 \leq n \leq 200$, y (c) $300 \leq n \leq 400$	69
4.5. Seguimiento de la trayectoria en la dirección este x para un retraso de tres pasos de muestreo $k = 3$ con el filtro UFIR ($N_{opt} = 5$), KF, and H_∞ : (a) escala de tiempo completa, (b) acercamiento en $0 \leq n \leq 200$, y (c) $500 \leq n \leq 600$	70
4.6. Seguimiento de la trayectoria con pérdida de datos temporales y retraso de datos utilizando los algoritmos filtro UFIR , KF, y filtro H_∞	71

4.7. Mediciones GPS de la trayectoria del vehículo en las coordenadas norte (y) y este (x).	72
4.8. Seguimiento de la trayectoria de un vehículo en la dirección este (x, m) para mediciones retrasadas por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ en $230 \leq n \leq 330$	73
4.9. Error de estimación para mediciones con retrasos por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ en $230 \leq n \leq 330$	74
4.10. Seguimiento de la trayectoria de un vehículo en la dirección este (x, m) para mediciones retrasadas y perdida de datos por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ en $230 \leq n \leq 330$	75
4.11. Error de estimación para mediciones con retrasos y perdida de datos por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ en $230 \leq n \leq 330$	75
4.12. Efecto en el error RMSE por variaciones en las propiedades de covarianza $0 < \beta < 10$ para mediciones con retrasos por los filtros UFIR, Kalman y H_∞	77
4.13. Efecto en el error RMSE por variaciones en las propiedades de covarianza $0 < \beta < 10$ para mediciones con retrasos y perdida de datos por los filtros UFIR, Kalman y H_∞	77
4.14. Efecto en el error RMSE por incertidumbres de la probabilidad de transmisión $0.1 \leq \tilde{\gamma}_0 \leq 0.9$ para mediciones con retrasos por los filtros UFIR, Kalman y H_∞	78
4.15. Efecto en el error RMSE por incertidumbres de la probabilidad de transmisión $0.1 \leq \tilde{\gamma}_0 \leq 0.9$ para mediciones con retrasos y perdida de datos por los filtros UFIR, Kalman y H_∞	79
4.16. Estimación de la trayectoria de un vehículo en la dirección norte por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ en $720 \leq n \leq 930$	80
4.17. Error de estimación producido por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ en (a) una escala de tiempo completo (b) $720 \leq n \leq 930$	81
4.18. Efecto del error RMSE ante variaciones en las propiedades de covarianza con $0 < \beta < 10$ producido por los filtros UFIR, Kalman y H_∞	81
4.19. Efecto de diversos metodos de compensacion de perdida de datos en la estimación generada por los filtros UFIR, Kalman y H_∞	83

4.20. Efecto de la probabilidad $\bar{\theta}_0$ en el error RMSEs producido por el filtro UFIR, KF, y H_∞ en la dirección y con $\bar{\theta}_1 = 0.9$ y $\bar{\theta}_2 = 0.8$	84
4.21. Efecto de variaciones en las probabilidades $0 \leq \bar{\theta}_1 \leq 1$ y $0 \leq \bar{\theta}_2 \leq 1$ en el error RMSEs producido por el filtro UFIR, KF, y H_∞ para $\bar{\theta}_0 = 0.7$	85
4.22. trayectoria de un vehiculo en coordenadas GPS en la dirección norte (y) y este (x).	86
4.23. Estimación de la trayectoria de un vehículo en la dirección norte por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ en $430 \leq n \leq 510$	87
4.24. Error de estimación producido por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ en $430 \leq n \leq 510$	87
4.25. Efecto de inadecuadas matrices de covarianza en la estimación producida por los filtros UFIR, Kalman y H_∞	88
4.26. Efecto de variaciones en la probabilidad de transmisión de los datos, θ_0 , en el error RMSE producido por los filtros UFIR, Kalman y H_∞	89

Índice de tablas

3.1. Ejemplo transmisión de datos con retrasos de un tiempo de muestreo	39
3.2. Ejemplo de transmisión de datos utilizando la metodología de compensación entrada cero para mediciones retrasadas	43
3.3. Ejemplo de retrasos de 2-pasos y pérdida de datos.	50
4.1. RMSEs (m) para diferentes valores de $\bar{\theta}_0$ con $\bar{\theta}_1 = 0.9$, y $\bar{\theta}_2 = 0.8$	83
4.2. RMSEs (m) para diferentes valores de $\bar{\theta}_1$ con $\bar{\theta}_0 = 0.7$, y $\bar{\theta}_2 = 0.8$	84
4.3. RMSEs (m) para diferentes valores de $\bar{\theta}_2$ con $\bar{\theta}_0 = 0.7$, y $\bar{\theta}_1 = 0.9$	84

Capítulo 1

Introducción

En contraste a sistemas con tradicionales comunicaciones, el trabajo colaborativo de numerosos dispositivos de medición equipados con interfaces inalámbricas promueve la formación de eficaces redes de trabajo para adaptarse a diferentes medios de operación y lograr direccionar diferentes clases de servicios, mejorando costos y limitaciones del sistema. Estos sistemas llamados redes inalámbricas de sensores (WSNs) utilizan enlaces dinámicos donde no es necesario tener un diseño particular para tener un alto nivel de la coordinación para suministrar la información sobre los parámetros medidos de un proceso. En general, estos sistemas cumplen la tarea de sensar, comunicar y procesar la información de un área en común. La habilidad de esta novedosa clase de sistemas para proveer el monitoreo y control inteligente sobre potenciales medios sensibles ha emergido en diversas áreas; por lo tanto, una variedad de aplicaciones difícilmente alcanzados con fiabilidad como sistemas químicos altamente abrasivos, la vigilancia de batallas o la detección de desastres naturales ahora tiene una solución escalable.

Uno de los principales desafíos en los sistemas WSNs consiste en la seguridad de la aplicación. Las consecuencias producidas por variaciones e incertidumbres en la práctica del proceso como por ejemplo la interrupción en la comunicación entre nodos ocasiona retrasos en las señales medidas y pérdida de la información recolectada. En muchas ocasiones, la calidad de las mediciones es muy importante cuando los actuadores son controlados en tiempo real. Si los paquetes enviados no cumplen con las suficientes métricas, metodologías de análisis como la teoría de estimación para la detección de eventos es significativo.

1.1. Motivación y descripción del problema

Si el monitoreo y estimación de las variables físicas que evolucionan en un proceso, son determinadas correctamente considerando las condiciones reales de operación del sistema, la precisión del auténtico desempeño del proceso incrementará y consecuentemente la confiabilidad de posteriores objetivos de procesamiento. La trascendencia de esta hipótesis es plenamente aplicable a los sistemas de redes de sensores con comunicación inalámbrica. Numerosas aplicaciones modernas de redes requieren de sobresaliente precisión y confiabilidad de funcionamiento a pesar de manejarse bajo condiciones altamente afectadas por fenómenos ambientales, problemas de conectividad y faltas en el equipo físico que contrarrestan el rendimiento y la ejecución del proceso.

En los últimos años, la estimación de estados consiste en un tema importante en la investigación de detección de sucesos y fallos a través de la determinación de las variables físicas de los procesos. El desempeño de estas técnicas se ha caracterizado por involucrar la mayor información posible de la operatividad de diversas aplicaciones, así como la probabilidad y eventualidad de estas acciones para incrementar la fiabilidad y veracidad de los resultados expuestos. Sin embargo, existen situaciones donde determinar esta información sobre la operación del sistema es una tarea difícil debido a la vulnerabilidad del proceso ante variaciones y perturbaciones; en estos casos, algoritmos robustos de estimación son necesarios. Comparado con otras técnicas de estimación que podemos encontrar en la literatura, este estudio ofrece un menor esfuerzo en la determinación de condiciones de operación del sistema los cuales son requisitos esenciales en la práctica.

1.2. Objetivos

La precisión en la estimación de estados en sistemas electrónicos inalámbricos utilizando técnicas de estimación robusta permite reducir la influencia de diversos factores habituales que generan fallos en la práctica de estos sistemas. En este trabajo, el filtro UFIR es planteado como una solución robusta de estimación que contribuirá al progreso de aplicabilidad de sistemas WSNs. Diversas etapas se llevarán a cabo para evaluar la efectividad de la técnica propuesta y su alcance comparando con resultados existentes en la literatura. De forma específica se cumplirá los siguientes objetivos.

Objetivo general

Diseñar e implementar técnicas de estimación moderna para mejorar la estimación de variables en sistemas WSNs que presentan retardo o pérdida en la

información de manera aleatoria o predecible.

Objetivos específicos

- Analizar las estadísticas de que ocurran retrasos y pérdida de datos en las redes de sensores según su aplicación.
- Obtener el modelo matemático en variable de estados de sistemas de redes de sensores inalámbricas considerando los retrasos y pérdida de datos de forma que técnicas de estimación estándar puedan ser aplicadas.
- Diseñar algoritmos de estimación modernos de UFIR aplicado a sistemas con diferentes errores en la medición.
- Implementar en el software MATLAB las estrategias de estimación previamente diseñadas utilizando señales sintéticas de sistemas con errores en las mediciones para determinar el comportamiento de cada técnica de estimación.
- Comparar los resultados obtenidos de las técnicas de estimación de Kalman, H_∞ y UFIR analizando las características de error de estimación, costo computacional, robustez a ruido en las mediciones y robustez a información del proceso.
- Aplicar los algoritmos diseñados a señales reales de sistemas inalámbricos para comprobar su comportamiento en la práctica.

1.3. Estructura de la tesis

En general, el estudio de estimación de estados en un tema que es abordado desde hace algunos años, considerando diferentes perspectivas para mejorar el problema de filtrado y la determinación de variables desconocidas a partir de la reducción del error contrastado con mediciones obtenidas. Sin embargo, debido al alcance que ha tenido la metodología de filtrado UFIR para la estimación de estados reduciendo importantes condiciones que limita frecuentemente la aplicación de teorías clásicas, este trabajo de tesis consistirá en el desarrollo del problema de estimación lineal basado en la reducción del sesgo de una señal UFIR a partir de observaciones de la misma. Los conceptos necesarios para este desarrollo, la derivación de la metodología propuesta y resultados experimentales de la aplicación de esta técnica será organizado en las siguientes etapas:

- El capítulo 1 consiste en una introducción en el cual se hablará del funcionamiento de los sistemas de redes con comunicación inalámbrica al cual va dirigido la investigación, algunas características y recientes aplicaciones. Adicionalmente se

discutirá la problemática y metodologías que se desea abordar en esta clase de sistemas.

- El capítulo 2 presenta una concisa introducción de las teorías de estimación más implementadas en la actualidad sobre los sistemas WSNs y un estado del arte de los conceptos principales necesarios para el desarrollo de este trabajo de investigación. El concepto de sistemas discretos estocásticos y estimadores lineales serán discutidos.
- El capítulo 3 aporta un extenso estudio del arte de los diversos factores que afectan el desempeño de los sistemas WSNs y su representación matemática a través de modelos en variables de estado. Una línea general de los fallos en los sistemas será considerada, empezando con una interpretación de los retrasos definidos por una función determinística, continuando con el análisis apropiado del comportamiento de la llegada de los datos, asumiendo un proceso estocástico incluyendo sus propiedades estadísticas y finalizando, asumiremos que además de los problemas aleatorios de las observaciones estas señales suelen ser perturbadas por ruidos correlacionados. Adicionalmente, una detallada caracterización de algunas técnicas de estimación como el filtro UFIR, Kalman y H_∞ serán presentado enfocado en la diagnosis de sistemas con fallos evaluando los diferentes niveles.
- El capítulo 4 presenta una detallada simulación de los típicos escenarios de las deficiencias en el funcionamiento de sistemas WSNs y correspondientes resultados de estimación de estados para los diversos casos de incertidumbre. Características como fallos de mediciones, retrasos, perdidas y perturbaciones aleatorias serán evaluadas. Un comparativo análisis de los resultados obtenidos con técnicas de estimación como el filtro Kalman y el filtro H_∞ será introducido para examinar las fortalezas y debilidades de la técnica propuesta. Finalmente, la interpretación de los sistemas WSNs será desempeñada por algunas bases de datos experimentales reales de aplicaciones de seguimiento de un objeto basado en mediciones GPS, los cuales otorga la información de las diversas situaciones en estudio.

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos

El objetivo de este capítulo consiste en una revisión del estado del arte necesario para el desarrollo de este trabajo de tesis, brevemente se discutirá el funcionamiento de los sistemas de redes de sensores, el concepto de sistemas lineales, espacio de estados, y la teoría necesaria para la aplicación de técnicas de estimación como de filtro Kalman, el filtro H_∞ y el algoritmo propuesto en este trabajo, el filtro UFIR.

2.0.1. Redes inalámbricas de sensores

Una red inalámbrica de sensores se puede definir en un conjunto de nodos que son conectados en forma de red para trabajar juntas sobre el entorno de un área en común. Cada nodo de la red consiste en un punto de operación del sistema el cual está equipado por sensores pequeños, económicos e inteligentes que realizan la labor de coleccionar la información del entorno, distribuir inalámbricamente los datos hasta el siguiente nodo y posteriormente procesarla. Un sistema WSN es el resultado de la convergencia de tres principales tecnologías, sistemas digitales de procesamiento, dispositivo de sensado y comunicación inalámbrica.

El diseño de sistemas WSNs se caracteriza por el constante reto de mantener algunos requisitos que aseguran la calidad del servicio, como la eficacia de los datos transmitidos, la eficiencia de la energía consumida por los dispositivos, la escalabilidad y mantenimiento considerando el número de nodos manejados y la robustez a daños y variaciones de operación. El cumplimiento de estas características ha definido el número de aplicaciones de los sistemas WSNs encontrados hoy en día, en diversos campos tales como militar, económico, biológico, químico etc. La versatilidad del entorno de implementación ha incrementado estas aplicaciones no solo a procesos terrestres, si no

también bajo tierra, bajo el agua o móviles. Trabajos como [1–7] demuestran el alcance de los sistemas WSNs en procesos como el monitoreo de riego de cultivos, detección de incendios forestales, detección de explosivos, control de plantas industriales y el monitoreo de líneas de transporte entre otros; donde el acceso a la información sobre de las variables internas y externas son difíciles de obtener y transmitir lo que hace necesario tecnologías modernas.

Uno de los principales retos de los sistemas WSNs consiste en optimizar el consumo de energía de los dispositivos y así incrementar el tiempo de vida de cada proceso. Como ya conocemos los sistemas de redes están formados por una gran cantidad de sensores y a diferencia de conexiones nodo a nodo con un homogéneo consumo, mantener el funcionamiento de todos los dispositivos en grandes áreas demandaría un gran requerimiento de potencia. El uso de estrategias de enrutamiento a través de multi-saltos, nodos intermedios, configuraciones dinámicas o la colaboración de múltiples nodos clasifican el diseño, la implementación y por lo tanto el tratamiento de la información disponible de las diversas aplicaciones. Dos grupos son principalmente clasificados: enfoque centralizado, donde todos los sensores interpretan los cambios en el medio y los envían a un nodo central donde se computa y procesa la información o un enfoque distribuido donde agrupaciones de nodos toman parciales o completas decisiones y luego son enviadas a un nodo central. En las redes de sensores una apropiada implementación de las rutas de conexión tiene el potencial de mejorar la eficiencia de la aplicación disminuyendo la latencia en la transmisión de los datos y el consumo de energía.

Además de un apropiado diseño de la conectividad, distribución y transmisión de los nodos en el sistemas de redes, la solides de la comunicación y la fiabilidad de los datos transmitidos depende adicionalmente de las condiciones del medio de operación del sistema. los WSNs son frecuentemente afectados por fenómenos externos de perturbación, variaciones en el ambiente o daños en los propios dispositivos, que ejerzan perjudiciales eventos en el en la llegada de los datos. Como por ejemplo: redundancia en el tráfico de información debido a canales de comunicación saturados [8, 9], desconexión de los sensores de medición, decaimiento de las fuentes de energía, e incesantes perturbaciones en el entorno [10]. Usualmente, estos factores reflejan errores como latencia, retraso de datos, pérdida de información o saltos en la señal de mediciones que han sido tomadas por los sensores y posteriormente recibidas en el centro de procesamiento [11, 12].

En el procesamiento de la información de la red de sensores, el filtrado y estimación pueden significativamente mejorar el desempeño de la aplicación extrayendo información redundante y evitar el retraso y la pérdida de datos. El interés de la alta aplicabilidad de los sistemas WSNs en la actualidad ha motivado en los últimos años a la investigación de modernos algoritmos de procesamiento de señales para garantizar el máximo desempeño en las redes de sensores. Estos mecanismos de procesamiento

consideran las características en las mediciones recolectadas por los nodos de sensado para atribuir potenciales propósitos como control, monitoreo, detección de fallos, localización o eventos futuros.

2.1. Estimación de estados

Los avances en la tecnología día a día progresan en el desarrollo de aplicaciones en diversas áreas y en consecuencia a esto, el monitoreo y control de las variables que evolucionan en dichos procesos se ha convertido en una tarea indispensable de la ingeniería. Dar seguimiento a un sistema de principio a fin puede ser una labor complicada de acuerdo a la accesibilidad de este; en sistemas complejos donde factores como la estructura del sistema, el medio donde se desarrolla no favorecen a la implementación de sensores o aumenta los costos del proceso, la estimación de estados es una valiosa herramienta.

El concepto de estimación de estados es introducido como un conjunto de técnicas que permite identificar las características presentes en un proceso a partir de las mediciones disponibles y el conocimiento de especificaciones del sistema. Actualmente, existen numerosas técnicas de estimación; los cuales son clasificadas usualmente de acuerdo con algunos criterios de precisión, como la reducción de ruido, oposición a perturbaciones, respuesta óptima o insesgada, entre otros.

Dentro del diseño de estimadores, el concepto de variables de estados y modelo en variables de estado fue integrado hace muchos años [13] para facilitar el desarrollo matemático y su aplicación en procesos reales. En la práctica, un sistema está formado por innumerables variables físicas que interactúan entre ellas para cumplir el objetivo del proceso; este conjunto de parámetros que cambian con el tiempo se denominan variables de estado. En este sentido, la evolución de cada una de las variables de estado puede ser representada matemáticamente por ecuaciones diferenciales o en diferencia. El conjunto de estas ecuaciones es definido como un modelo en espacio de estado.

El modelo matemático de un sistema debe interpretar el comportamiento del sistema lo más parecido a la realidad. Considerando esto, algunos factores deben ser seleccionadas adecuadamente en su diseño para obtener la mejor semejanza posible. La complejidad de un modelo matemático depende principalmente de dos factores, la relación no lineal entre dos o más estados, y la exactitud del vector de variables de estado. Por lo tanto, el tamaño del vector de variables de estado debe implicar los parámetros más relevantes para especificar el sistema, de modo que, el vector no debe ser tan extenso que dificulte el análisis, pero no debe ser tan pequeño que no contenga el funcionamiento básico del sistema.

De acuerdo con la relación de las variables de estado existen dos clases de sistemas; sistemas lineales o sistemas no lineales. Principalmente, un sistema se puede definir como el conjunto de herramientas agrupada que trabajan para cumplir un objetivo común. Un sistema es definido lineal cuando el comportamiento físico se puede representar por un conjunto de ecuaciones lineales de grado uno. Por lo contrario, un sistema es definido no lineal cuando este es representado por un conjunto de ecuaciones no lineales de grado mayor a uno.

A lo largo de este trabajo, asumiremos un sistema lineal en tiempo discreto para el desarrollo de los algoritmos. En el tiempo discreto n un sistema lineal puede ser representado por el siguiente modelo en espacio de estados:

$$x_n = F_n x_{n-1} + B_n u_n + w_n, \quad (2.1)$$

donde la dinámica de las variables físicas del sistema es sintetizada por las matrices F_n y B_n , definidas como la matriz de transición de los estados y la matriz de transición del vector de entrada respectivamente. El vector de estados formado por las variables físicas del proceso consiste en x_n , con un tamaño hasta k número de estados $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ \cdots \ x_k]$; asumimos que, los estados en un tiempo de muestreo anterior son conocidos y definidos como x_{n-1} . Finalmente, el conjunto de señales de entrada en el sistema es u_n .

Análogamente, las señales de salida del sistema son interpretado como

$$y_n = H_n x_n + v_n, \quad (2.2)$$

donde y_n consiste en el vector de estados salidas y la matriz de transición de estos estados H_n representan la relación de los estados del sistema con las variables medidas. Note que las matrices F , B y H pueden ser constantes o variar en el tiempo como $F(n)$, $B(n)$ y $H(n)$ si el sistema es invariante en el tiempo (LTI) o variante en el tiempo (TIV) respectivamente.

Para obtener una idónea y realista representación del sistema aquellos factores que influyen de forma externa o interna como perturbaciones o ruido deben ser consideradas en el modelo. Por lo tanto, en (2.1) y (2.2) las señales aleatorias de ruido en el proceso w_n y ruido en las mediciones v_n son consideradas.

2.2. Ruido

Uno de los impactos más trascendentales en el rendimiento de teorías como procesamiento de señales y análisis de sistemas consiste en la evaluación de las fuentes

de ruido que impactan en el desempeño de un proceso. Frecuentemente, la idea de generalizar u omitir la información de las fuentes de ruido reducen la respuesta óptima de teorías de procesamiento, primordialmente en aplicaciones complejas y altamente perturbadas.

Una señal de ruido se puede definir como una señal aleatoria que distorsiona las señales originales que se generan en un proceso. En este sentido, en condiciones reales existen múltiples circunstancias que interfieren en la productividad de una aplicación y por lo tanto representan imperfecciones e imprecisión. Las señales de ruido en un proceso pueden clasificarse según su dominio en el sistema como ruido multiplicativo o ruido aditivo.

El ruido aditivo hace referencia a todas las señales que se generan de forma independiente al sistema y, por tanto, no tienen relación entre el sistema y las fuentes aleatorias. Esta clase de señales se pueden clasificar según sus propiedades estadísticas como ruido blanco y ruido coloreado. En la práctica, el ruido blanco es interpretado como todas aquellas variaciones constantes, no repetitivas que contienen la misma energía en todas sus frecuencias, lo que las hace variables accesibles de manejar, por ejemplo: las variaciones de presión, temperatura, radiación y ruido electromagnético. Una de las principales consideraciones en métodos de estimación es asumir que las señales de ruido tienen una distribución gaussiana como el ruido blanco; sin embargo, esto puede generar una inferior precisión cuando esta condición no se cumple. Opuesto a esto, escenarios altamente perturbados son asociados a ruidos de color. Las señales de ruido coloreada se caracterizan por concentrar su energía en un ancho de banda de frecuencias limitado según su color y poseer semejanza con respecto a otras señales externas de ruido. En este contexto usualmente las señales de interferencia en comunicaciones inalámbricas son asociadas con ruido coloreado. Para lidiar con esta clase de ruido, metodologías especiales deben ser desarrolladas [14–16].

En estimación de estados, el primer y segundo momento estadístico son parametros altamente necesarios para definir matrices que especifican la relación de las señales aleatoria de ruido como la matriz de covarianza $Q = \mathbb{E} \{w(n)w^T(n)\}$. En el caso de ruido blanco gaussiano se asume que solo existe correlación entre la señal de ruido y ella misma estableciendo la matriz de covarianza o auto-covarianza como:

$$Q_w(n) = \begin{bmatrix} \sigma_{w_1}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_{w_2}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_{w_k}^2 \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

donde la matriz $Q_w(n)$ se caracteriza por ser simétrica y con eigenvalores reales y no negativos.

En el caso de ruido coloreado, se asume que existe dependencia entre las

diferentes señales de ruido, en un tiempo de muestreo n definida como:

$$Q_w(n) = \begin{bmatrix} \sigma_{w_1}^2 & \sigma_{w_1}\sigma_{w_2} & \cdots & \sigma_{w_1}\sigma_{w_k} \\ \sigma_{w_2}\sigma_{w_1} & \sigma_{w_2}^2 & \cdots & \sigma_{w_2}\sigma_{w_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{w_k}\sigma_{w_1} & \sigma_{w_k}\sigma_{w_2} & \cdots & \sigma_{w_k}^2 \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Finalmente, en un sistema en variables de estado, el ruido aditivo se escribe como w_n y v_n en (2.1) y (2.2). Para este trabajo, atribuimos que w_n y v_n son señales de ruido blanco con propiedades estadísticas conocidas, media cero y varianzas $[\sigma_{w_1}^2 \ \sigma_{w_2}^2 \ \cdots \ \sigma_{w_k}^2]$ y $[\sigma_{v_1}^2 \ \sigma_{v_2}^2 \ \cdots \ \sigma_{v_k}^2]$ que influyen de forma aditiva al proceso y la medición, respectivamente.

De acuerdo con algunos autores, la interpretación de asumir una distribución gaussiana en todas las señales de ruido no es del todo cierta en todos los procesos. lo cual ha motivado al estudio de variaciones en el modelado de sistemas compuestos como se presenta en capítulos posteriores.

El ruido multiplicativo hace referencia a las señales que influyen una dependencia aleatoria en las variables del sistema. En la práctica estas señales pueden ser interpretadas como perturbaciones o interrupciones aleatorias como por ejemplo cuando en un instante n la medición es observada como ruido o señal mas ruido. En general, el ruido multiplicativo es denotado por una variable aleatoria de Bernoulli $\delta(n)$ con probabilidad $P[\delta(n) = 1] = p(n)$ y varianzas unitaria. Matemáticamente, en un sistema lineal en variable de estado, el ruido multiplicativo es escrito como:

$$y_n = (H_n + G_n\delta(n))x_n + v_n$$

Dado las definiciones previas, ahora el problema se enfoca en obtener una estimación de los estados \hat{x}_n en cada tiempo de muestreo n utilizando la combinación de observaciones disponibles y_n y el modelo matemático del sistema x_n .

2.2.1. Estimadores lineales

Antes de comenzar con la derivación de algunos de los algoritmos fundamentales en estimación las siguientes hipótesis generales son introducidas

- Un sistema lineal debe ser observable para aplicar cualquier técnica de estimación. La observabilidad de un sistema se basa en la reconstrucción de variables de estado

que no son medibles a partir de las señales medibles; cualquier sistema lineal es observable si x_n es calculado a partir de las mediciones y_n y las entradas u_n .

- La señal de ruido de proceso w_n y de medición v_n son procesos independiente, no correlacionados con otras señales, media cero y su función de covarianza se expresa como $\mathbb{Q}^{K \times K}$ y $\mathbb{R}^{K \times K}$ respectivamente. donde

$$Q_n = \mathbb{E}(w_n w_n^T), \quad (2.5)$$

$$R_n = \mathbb{E}(v_n v_n^T). \quad (2.6)$$

- El valor esperado de una variable está definida por

$$\mathbb{E} \{v_i^2\} = \sigma_i^2 \quad (i = 1, \dots, k). \quad (2.7)$$

- La covarianza de una variable es calculada como

$$\mathbb{E} \{x_n x_n^T\}. \quad (2.8)$$

- En términos matemáticos, asumiendo que cada tiempo de muestreo la medición es actualizada y_n , de forma general, la forma más básica de un estimador recursivo se puede escribir de la siguiente forma

$$\hat{x}_n = \hat{x}_{n-1} + K_n(y_n - H_n \hat{x}_{n-1}), \quad (2.9)$$

donde \hat{x}_n es la estimación actual, \hat{x}_{n-1} es la estimación previa y K_n es la matriz de ganancia.

En cada ciclo de muestreo, el valor de las variables del sistema es corregido por el termino $(y_n - H_n \hat{x}_{n-1})$; note que si $(y_n - H_n \hat{x}_{n-1}) = 0$, la estimación no cambia del tiempo $n - 1$ a n . La matriz K_n es diseñada de acuerdo con el criterio de optimización que desea el algoritmo; por ejemplo, el filtro Kalman calcula la matriz de ganancia para alcanzar el mínimo valor en la suma de las varianzas del error de estimación, o el algoritmo de mínimos cuadrados, propone obtener una estimación insesgada con un mínimo error, donde la estimación \hat{x}_n será igual al valor esperado de x_n . Considerando esto, a continuación, la derivación matemática de los algoritmos de estimación que serán utilizados en este trabajo es presentado.

2.3. Algoritmo de filtro de Kalman

Uno de los algoritmos más destacados en el procesamiento de señales y estimación por su sencillez, optima respuesta y variedad de aplicaciones incluyendo diciplinas como ingeniería, economía, biomédica es el filtro Kalman. El filtro Kalman

consiste en una herramienta recursiva diseñada para sistemas lineales con el fin de obtener una estimación de las variables no medibles con un desempeño óptimo, minimizando el error cuadrático medio de la estimación.

La idea principal de esta teoría consiste en mejorar la información del modelo dinámico del sistema combinando las mediciones disponibles y_n y las propiedades estadísticas de los estados a través del tiempo. Para lograr este objetivo con mayor sencillas, el concepto de espacio de estados es adoptado. El diseño del filtro Kalman opera en dos etapas: estimación previa o a priori, denotado por el símbolo $(-)$ y estimación actualizada o también llamada a posteriori.

Asumiendo que las condiciones iniciales de las variables de estado \hat{x}_0 y las matrices de covarianza de las variables aleatorias son conocidas Q_n y R_n , de acuerdo con una amplia valoración bibliográfica la derivación del filtro Kalman es resumida por la siguientes ecuaciones.

- Estimación a priori: La estimación inicial de las variables del sistema x_n^- se establece como

$$\hat{x}_n^- = F_n \hat{x}_{n-1}^+ + B_n u_n, \quad (2.10)$$

Esta hipótesis enfatiza la importancia del modelo matemático del sistema en el desempeño de la estimación. A pesar de que el efecto de incertidumbre de modelado puede ser reducida en posteriores etapas, existen factores a los cuales el filtro Kalman presenta un bajo desempeño, como son fallos en las condiciones iniciales de operación e inexactitud en la varianza de las señales de ruido. Un conveniente manejo de estos datos logra un apropiado balance entre el error del sistema y el sesgo de la estimación.

El concepto de valor esperado del error de la estimación es definido como $\mathbb{E}\{e_n\}$ para indicar la variación lineal que existe entre la señal de estimación y otras señales. Asumiendo que $e_n^- = x_n - \hat{x}_n^-$ obtenemos

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{e_n^-\} &= \mathbb{E}\{F_n x_{n-1} + B_n u_n + w_n - F_n \hat{x}_{n-1}^+ - B_n u_n\} \\ &= A_n \mathbb{E}\{e_{n-1}^-\} + \mathbb{E}\{w_n\}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

donde podemos notar que si $\mathbb{E}\{w_n\} = 0$ el error depende linealmente de la estimación anterior \hat{x}_n^- , la cual es considerada una condición inicial en cada nueva iteración.

En consecuencia, para calcular una óptima respuesta, la varianza de la estimación es especificada como $P_n = \mathbb{E}(x_n - \hat{x}_n)(x_n - \hat{x}_n)^T$

$$\begin{aligned} P_n^- &= \mathbb{E}(F_n e_{n-1}^+ + w_n)(F_n e_{n-1}^+ + w_n)^T \\ &= F_n \mathbb{E}(e_{n-1}^+ e_{n-1}^{+T}) F^T + \mathbb{E}(w_n w_n^T) \\ &= F_n P_{n-1}^+ F^T + Q_n, \end{aligned} \quad (2.12)$$

note que la covarianza previa P_{n-1}^+ debe ser conocida o determinada en una primera iteración como P_0^+ .

- Estimación a posteriori: Posteriormente, la estimación a priori es corregida o actualizada considerando el efecto aleatorio de las señales de ruido. Asumiendo que en cada iteración n las mediciones y_n están disponibles y que la ecuación de estimación en (2.10) se puede obtener como el primer momento de una variable aleatoria Gaussianas desde el enfoque de la estrategia de Bayesiana, obtenemos:

$$(y_n - \hat{y}_n) = y_n - H_n \hat{x}_n^-, \quad (2.13)$$

$$\hat{x}_n^+ = \hat{x}_n^- + K_n (y_n - \hat{y}_n). \quad (2.14)$$

El valor esperado del error de estimación es computado por

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \{e_n^+\} &= \mathbb{E} \{F_n x_{n-1} + B_n u_n + w_n - F_n \hat{x}_{n-1}^+ - B_n u_n - K_n (y_n - H_n \hat{x}_n^-)\} \\ &= F_n \mathbb{E} \{e_{n-1}^+\} + \mathbb{E} \{w_n\} - K_n (H_n F_n \mathbb{E} \{e_{n-1}^+\} + H_n \mathbb{E} \{w_n\} + \mathbb{E} \{v_n\}) \\ &= (I - K_n C_n) (F_n \mathbb{E} \{e_{n-1}^+\} + \mathbb{E} \{w_n\}) - K_n \mathbb{E} \{v_n\}, \end{aligned} \quad (2.15)$$

donde sí w_n y v_n son Gaussianos $\mathbb{E} \{w_n\} = 0$ y $\mathbb{E} \{v_n\} = 0$.

la matriz de covarianza es definida por la anterior ecuación

$$\begin{aligned} P_n^+ &= \mathbb{E}((I - K_n H_n)(F_n e_{n-1}^+ + w_n) - K_n v_n)((I - K_n H_n)(F_n e_{n-1}^+ + w_n) - K_n v_n)^T \\ &= (I - K_n H_n)(F_n \mathbb{E}(e_{n-1}^+ e_{n-1}^{+T}) f^T + \mathbb{E}(w_n w_n^T))(I - K_n H_n)^T + K_n \mathbb{E}(v_n v_n^T) K_n^T \\ &= (I - K_n H_n)(F_n P_{n-1}^+ F^T + Q_n)(I - K_n H_n)^T + K_n R_n K_n^T, \end{aligned} \quad (2.16)$$

note que para que se cumpla la anterior definición e_{n-1}^+ , v_n y w_n deben ser independientes $\mathbb{E} \{e_n v_n\} = 0$ y $\mathbb{E} \{e_n w_n\} = 0$.

Finalmente, la ganancia del filtro cumple el rol de corregir el sesgo de la señal estimada, a través del problema de minimización de la suma de las varianzas del error de estimación, por lo tanto:

$$\min_{K_n} Tr(\mathbb{E}[e_n e_n^T]) = \min_{K_n} Tr(P_n^+) = 0$$

considere que $\frac{\partial Tr(\mathbb{E}[ABA^T])}{\partial A} = 2AB$ si B es simétrica, para obtener la siguiente definición

$$K_n = P_n^- H_n^T (H_n P_n^- H_n^T + R_n)^{-1}, \quad (2.17)$$

En posteriores capítulos, avanzados enfoques del filtro Kalman serán desarrollados para tratar con casos especiales como errores en mediciones los cuales producen cambios en el modelo matemático básico del sistema y requiere especial tratamiento.

2.4. Filtro H_∞

En la teoría de estimación, satisfacer con exactitud algunas propiedades estocásticas de las señales del sistema, es una tarea compleja y no en todas las ocasiones es conocida. Con el objetivo de compensar estos obstáculos, algoritmos de estimación robustos son planteados. Uno de los fallos más frecuentes en las técnicas de estimación es considerada totalmente disponible o accesible la información estadística del proceso. La naturaleza aleatoria de las señales como ruido, perturbaciones o hasta la propia interpretación real del comportamiento físico del sistema aportan cierta incertidumbre y error.

El algoritmo H_∞ es una de las técnicas robustas más usadas en el contexto de enfrentar las repercusiones cuando se implica eventos deficientes y consistentes de externas fuentes de disturbios y ruido. En los últimos años, el algoritmo H_∞ ha recibido mucha atención en el campo de redes de sensores debido a las impulsivos fallos que se pueden ocasionar [17–19].

Numéricamente esta estrategia es resuelta en el tiempo continuo implicando el planteamiento de desigualdades de matrices lineales LMI (linear matrix inequality) para asegurar la estabilidad del problema y resolviendo el problema de minimización de la norma del error infinito con respecto a la energía de los disturbios; A pesar del alcance de esta teoría de estimación, grandes esfuerzos son inevitables para encontrar una solución practica para algunas aplicaciones. Desde la perspectiva numérica, el tiempo discreto es mucho más fáciles de calcular e implementar en la ingeniería; la teoría recursiva del filtro H_∞ es introducida para cumplir con un objetivo equivalente de minimizar el error de estimación usando una escala de ajuste θ_n pero con una estructura accesible y aplicable. Basado en esto, el filtro en tiempo discreto se obtiene utilizado las siguientes afirmaciones:

- θ_n es definida positiva y es establecida en el sentido que el error de estimación $e_n = x_n - \hat{x}_n$ sea asintóticamente estable y cumpla con

$$\mathbb{E} \{e_n e_n^T\} \leq tr P_n, \quad (2.18)$$

- Las \check{Q} y \check{R} equivalen a las matrices de error de w_n y v_n respectivamente; las cuales son simétricas y definidas positivas. Cuando el ruido del sistema es Gaussiano con media cero y no correlacionado se puede asumir que $\check{Q} = Q_n$ y $\check{R} = R_n$.
- La matriz $S_n \in \mathbb{R}^{K \times K}$ es definida positiva y es calculada para afirmar la estabilidad del sistema como :

$$(\check{P}_n^-)^{-1} - \theta_n S_n + C_n^T \check{R}^{-1} C_n > 0, \quad (2.19)$$

note que θ_n define el peso de las variables de estado del sistema; si se desea generar una igualdad de peso en todos los estados, S_n es asignada como una identidad $S_n = I$.

Finalmente, la derivación del filtro H_∞ de acuerdo a [20] utilizando la función de costo $J(\theta)$ y resolviendo el problema de optimización $\check{J} = \min_{x_n} \max_{w_n, v_n, x_0} J$, es representado con las siguientes recursiones:

$$J = -\frac{1}{\theta} \|e_0\|_{P_0^{-1}}^2 + \sum_{n=0}^{N-1} \left[\|e_0\|_{S_n^{-1}}^2 - \frac{1}{\theta} \left(\|w_n\|_{Q_n^{-1}}^2 + \|v_n\|_{R_n^{-1}}^2 \right) \right] < 1, \quad (2.20)$$

$$\check{P}_n = \check{P}_n^- (I - \theta_n S_n \check{P}_n^- + H_n^T \check{R}_n^{-1} H_n \check{P}_n^-)^{-1}, \quad (2.21)$$

$$K_n^\infty = \check{P}_n \bar{H}_n^T \check{R}_n^{-1}, \quad (2.22)$$

$$\hat{x}_n^- = F_n \hat{x}_{n-1} + B_n u_n, \quad (2.23)$$

$$\hat{x}_n = \hat{x}_n^- + K_n^\infty (y_n - H_n \hat{x}_n^-), \quad (2.24)$$

$$\check{P}_{n+1}^- = F_n \check{P}_n F_n^T + \check{Q}, \quad (2.25)$$

El valor de θ_n debe ser diseñado positivo y suficiente mente pequeño para compensar la influencia de señales aleatorias a través de la ganancia del estimador; sin embargo, no debe ser tan pequeño $\theta_n = 0$ que convierta en filtro H_∞ en el filtro Kalman.

2.5. Filtro UFIR

El filtro UFIR consiste en un algoritmo de estimación robusta diseñado en base a la propiedad de no-sesgo, la cual define que el promedio de la estimación será equivalente al promedio de los estados del sistema como $\mathbb{E}\{\hat{x}_n\} = \mathbb{E}\{x_n\}$, y la estructura FIR para determinar las variables de estado en un sistema. Este algoritmo fue introducido en [21] como una alternativa para compensar algunas desventajas del filtro Kalman y generar una respuesta con mayor robustez.

El diseño del filtro UFIR destaca la cualidad de no requerir algunos parámetros como condiciones iniciales de las variables del sistema, y la varianza de las señales de ruido; los cuales son altamente responsables de inestabilidad en filtros óptimos como el filtro Kalman; en consecuencia, una superior robustez es asociada. El enfoque de la respuesta finita al impulso (FIR), atribuye importantes beneficios a los algoritmos de estimación para compensar el efecto de variaciones y perturbaciones. A diferencia

de los filtros recursivos (IIR) como por ejemplo el filtro Kalman, características como estabilidad de las salidas ante entradas limitadas y una mejor precisión a señales de ruido son alcanzadas por omitir la realimentación de los estados anteriores.

A pesar del destacado comportamiento del filtro FIR, algunas contrariedades como la necesidad de un mayor costo computacional debido al tamaño de las operaciones matriciales era observado como una desventaja hace algunos años; sin embargo, debido a los avances en la tecnología día a día esto ya no representa un mayor obstáculo.

El diseño del filtro UFIR es efectuado por intervalos de tiempo finito con N número de muestras empleando dos etapas de operación: estimación en forma de lote y estimación iterativa. Para garantizar una estimación con un mínimo error cuadrático medio (MSE), la cantidad de número de muestra utilizadas en el horizonte N es sintonizado adecuadamente.

$$N_{\text{opt}} = \arg \min_N [\text{tr} P_n(N)], \quad (2.26)$$

- Estimación en forma de lote: asumiendo el concepto general de un estimador como el resultado de la convolución entre la respuesta al impulso y el vector de mediciones; en el tiempo discreto la estimación es definida como $\hat{x} = \mathcal{H}Y$.

Para obtener la derivación en forma de lote, el sistema en espacio de estados (2.1)-(2.2) es extendido en el horizonte de operación $[m, n]$ con máximo N_{opt} número de muestras, donde el valor de N_{opt} es seleccionado en el sentido de minimizar el error MSE.

Asignando, el vector de variables en espacio de estados como $X_{m,n} = [x_m x_{m+1} \cdots x_n]$, el vector de mediciones como $Y_{m,n} = [y_m y_{m+1} \cdots y_n]$, el vector de entradas como $U_{m,n} = [u_m u_{m+1} \cdots u_n]$, el vector de señales de ruido de proceso como $w_{m,n} = [w_m w_{m+1} \cdots w_n]$ y el vector de ruido de mediciones como $v_{m,n} = [v_m v_{m+1} \cdots v_n]$, de acuerdo con [22] el modelo puede ser reescrito utilizando la solución en diferencias hacia atrás, conocido como la forma de Backward Euler como:

$$\begin{aligned} x_n &= F_n x_{n-1} + B_n u_n + D_n w_n \\ x_{n-1} &= F_{n-1} x_{n-2} + B_{n-1} u_{n-1} + D_{n-1} w_{n-1} \\ x_{n-2} &= F_{n-2} x_{n-3} + B_{n-2} u_{n-2} + D_{n-2} w_{n-2} \\ &\vdots \\ x_{m+1} &= F_{m+1} x_m + B_{m+1} u_{m+1} + D_{m+1} w_{m+1} \\ x_m &= x_m + B_m u_m + D_m w_m, \end{aligned}$$

donde asumimos que x_m es conocida.

$$X_{m,n} = F_{m,n}x_m + B_{m,n}U_{m,n} + D_{m,n}W_{m,n}, \quad (2.27)$$

aplicando el mismo procedimiento para la ecuación de observación, la ecuación extendida de observación es definida como:

$$\begin{aligned} y_m &= H_m x_m + v_m \\ y_{m+1} &= H_{m+1}(F_{m+1}(x_m + B_m u_m + D_m w_m) + B_{m+1}u_{m+1} + D_{m+1}w_{m+1}) + v_{m+1} \\ &\vdots \\ y_{n-1} &= H_{n-1}(\mathcal{F}_{n-1}^{m+1}x_m + \mathcal{F}_{n-1}^{m+1}B_m u_m + \cdots + B_{n-1}u_{n-1} + \mathcal{F}_{n-1}^{m+1}D_m w_m + \cdots) \\ y_n &= C_n(\mathcal{F}_n^{m+1}x_m + \mathcal{F}_n^{m+1}B_m u_m + \cdots + B_n u_n + \mathcal{F}_n^{m+1}D_m w_m + \cdots + D_n w_n) + v_n, \end{aligned}$$

$$Y_{m,n} = H_{m,n}x_m + L_{m,n}U_{m,n} + G_{m,n}W_{m,n} + V_{m,n}, \quad (2.28)$$

donde las matrices de transición extendidas son

$$\mathcal{F}_r^g = \begin{cases} F_r F_{r-1} \cdots F_g, & g < r+1 \\ I, & g = r+1 \\ 0, & g > r+1 \end{cases}, \quad (2.29)$$

$$F_{m,n} = [I \ F_{m+1}^T \ \cdots \ F_n^{m+1T}]^T, \quad (2.30)$$

$$S_{m,n} = \begin{bmatrix} I & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ F_{m+1} & I & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ F_{n-1}^{m+1} & F_{n-1}^{m+2} & \cdots & I & 0 \\ F_n^{m+1} & F_n^{m+2} & \cdots & F_n & I \end{bmatrix}, \quad (2.31)$$

$$H_{m,n} = \bar{C}_m A_{m,n}, \quad (2.32)$$

$$L_{m,n} = B_{m,n} S_{m,n}, \quad (2.33)$$

$$G_{m,n} = \bar{C}_{m,n} D_{m,n}, \quad (2.34)$$

$$\bar{C}_{m,n} = \text{diag}(H_m \ H_{m+1} \ \cdots \ H_n), \quad (2.35)$$

$$B_{m,n} = \text{diag}(B_m \ B_{m+1} \ \cdots \ B_n) S_{m,n}, \quad (2.36)$$

$$D_{m,n} = \text{diag}(D_m \ D_{m+1} \ \cdots \ D_n) S_{m,n}, \quad (2.37)$$

Ahora, con el fin de obtener una respuesta insesgada para garantizar la máxima semejanza entre el valor esperado de la estimación con el autentica dinámica de las variables del sistema, la ganancia del filtro \mathcal{H} es determinada empleando el siguiente lema $\mathbb{E}\{\hat{x}_n\} = \mathbb{E}\{x_n\}$.

$$\mathbb{E}\{\mathcal{H}Y_{m,n}\} = \mathbb{E}\{\mathcal{F}_n^{m+1}x_m + B_{m,n}^{(N)}U_{m,n} + D_{m,n}^{(N)}W_{m,n}\}, \quad (2.38)$$

sustituyendo el vector de mediciones $Y_{m,n}$, x_n como el ultimo renglón de la ecuación (2.27) y la media de las señales de ruido como $\mathbb{E}\{W_{m,n}\} = 0$ y $\mathbb{E}\{V_{m,n}\} = 0$, se obtiene:

$$(\mathcal{H}H_{m,n} - \mathcal{F}_n^{m+1})x_m = (B_{m,n}^{(N)} - \mathcal{H}L_{m,n})U_{m,n}, \quad (2.39)$$

donde $B_{m,n}^{(N)} = \begin{bmatrix} F_n^{m+1}B_m & F_n^{m+2}B_{m+1} & \dots & F_nB_{n-1} & B_n \end{bmatrix}$ y $D_{m,n}^{(N)} = \begin{bmatrix} F_n^{m+1}D_m & F_n^{m+2}D_{m+1} & \dots & F_nD_{n-1} & D_n \end{bmatrix}$.

Combinando la solución homogénea y la solución forzada del sistema, la estimación en el tiempo de muestreo n , \hat{x}_n se obtiene como

$$\hat{x}_{m,n} = \mathcal{H}^h(Y_{m,s} - L_{m,n}U_{m,n}) + B_{m,n}^{(N)}U_{m,n}, \quad (2.40)$$

donde la ganancia es definida como $\mathcal{H}^h = (\tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T \tilde{\mathcal{C}}_{m,n})^{-1} \tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T$ con

$$\tilde{\mathcal{C}}_{m,n} = \begin{bmatrix} H_m(F_n^{m+1})^{-1} \\ H_{m+1}(F_n^{m+2})^{-1} \\ \vdots \\ H_n \end{bmatrix}. \quad (2.41)$$

Finalmente, la estimación puede ser reescrita como

$$\hat{x}_{m,n} = \mathcal{G}_n \tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T (Y_{m,s} - L_{m,n}U_{m,n}) + B_{m,n}^{(N)}U_{m,s}, \quad (2.42)$$

donde $\mathcal{G}_n = (\tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T \tilde{\mathcal{C}}_{m,n})^{-1}$ es la ganancia de potencia de ruido generalizado GNPG por sus siglas en inglés (*generalized noise power gain*) y $Y_{m,s}$ es el vector de mediciones.

- Algoritmo iterativo del filtro UFIR:

Conocemos que cuando un mayor número de muestras es considerado en el horizonte $[m, n]$ la precisión de la estimación mejora, pero la dificultad de las operaciones matemáticas incrementa. Aunque el filtro UFIR en forma de lote contribuye a disminuir el error, este se vuelve complejo de acuerdo con la complejidad del sistema; por lo tanto, el filtro UFIR iterativo es utilizado para moderar el esfuerzo computacional del algoritmo.

Considerando la teoría de estimación recursiva, la estimación de las variables de estado del sistema es definido como

$$\hat{x}_l = \hat{x}_l^- + \mathcal{G}_l \bar{H}_l^T (y_l - \bar{H}_l \hat{x}_l^-), \quad (2.43)$$

donde, la ganancia del estimador es

$$\mathcal{G}_l = [\bar{H}_l^T \bar{H}_l + (F_l \mathcal{G}_{l-1} F_l^T)^{-1}]^{-1}, \quad (2.44)$$

note que, la estimación inicial s del intervalo de tiempo de operación del filtro iterativo $[s, l]$ es determinado por la estimación en forma de lote en $\hat{x}_{s-1} = \hat{x}_n$.

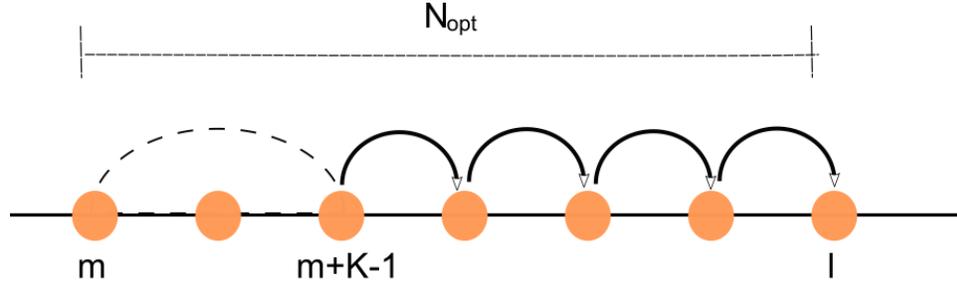


Figura 2.1. Implementación del filtro UFIR

Finalmente, considerando las previas derivaciones en el tiempo de muestreo $[m, m + K - 1]$, donde K es el número de estados del sistema, y $[m + K, l]$ como en la Figura (2.1); un resumen de las ecuaciones requeridas para alcanzar la estimación de las variables del sistema es enlistado en el siguiente pseudocódigo.

Algorithm 1: Algoritmo filtro UFIR

Data: $Y_{m,l}$, N , K

Result: \hat{x}_n

begin

```

for  $j = N - 1 : \infty$  do
     $m = j - N + 1$ ,  $s = m + K - 1$ ;
     $\mathcal{G}_s = (\tilde{\mathcal{C}}_{m,s}^T \tilde{\mathcal{C}}_{m,s})^{-1}$ ;
     $\tilde{x}_s = \mathcal{G}_s \tilde{\mathcal{C}}_{m,s}^T (Y_{m,s} - L_{m,s} U_{m,s}) + B_{m,s}^{(s)} U_{m,s}$ ;
    for  $l = s + 1 : j$  do
         $\tilde{x}_l^- = A_l \tilde{x}_{l-1} + B_l u_l$ ;
         $\mathcal{G}_l = [\bar{H}_l^T \bar{H}_l + (F_l \mathcal{G}_{l-1} F_l^T)^{-1}]^{-1}$ ;
         $K_l^U = \mathcal{G}_l \bar{H}_l^T$ ;
         $\tilde{x}_l = F_l \tilde{x}_{l-1} + K_l^U (y_l - H_l F_l \tilde{x}_{l-1})$ ;
     $\hat{x}_n = \tilde{x}_l$ ;
    
```

† los datos y_0, \dots hasta y_{K-1} deben ser disponibles

2.5.1. Errores de estimación

Uno de los requisitos principales en el diseño de estimadores es reducir el error de estimación para consolidar una observación fiable del sistema. Aunque el filtro UFIR no garantiza una respuesta óptima, la varianza de la estimación con respecto a las variables del sistema es minimizada de acuerdo con el número de muestras N_{opt} . Una amplia investigación sobre la sintonización de este parámetro ha demostrado que, como se observa en la Figura (2.2), valores de $N < N_{opt}$ ocasiona que las señales de ruido no se reduzcan favorablemente, tendiendo a un comportamiento similar al filtro Kalman; por lo contrario, valores de $N > N_{opt}$ el sesgo de la estimación puede incrementar. En este sentido N_{opt} se selecciona de acuerdo con el mínimo MSE

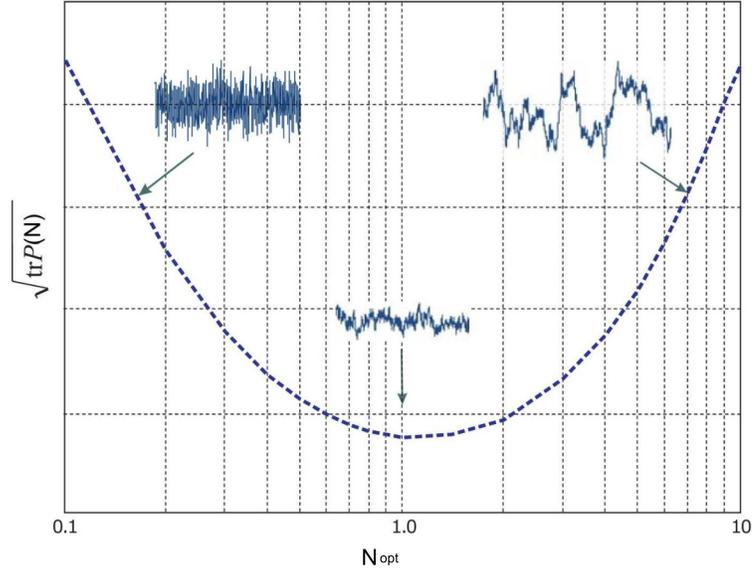


Figura 2.2. Efecto de N_{opt} en el error

Definiendo el error de estimación como $e_n = x_n - \hat{x}_n$ y la covarianza del error como $P_n = \mathbb{E} \{e_n e_n^T\}$; para la estimación en forma de lote, considerando un sistema no realimentado $U_{m,n} = 0$ con ruidos no correlacionados $W_{m,n}, V_{m,n}$, sustituyendo x_n y \hat{x}_n de las ecuaciones (2.27) y (2.42) respectivamente; la matriz de covarianza es definida como:

$$e_n = \mathcal{F}_n^{m+1} x_m + D_{m,n}^{(N)} W_{m,n} - \mathcal{G}_n \tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T Y_{m,s}, \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} P_n &= \mathbb{E} \left\{ \left((\mathcal{F}_n^{m+1} - \mathcal{G}_n \tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T H_{m,n}) x_m + (B_{m,n}^{(N)} - \mathcal{G}_n \tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T G_{m,n}) W_{m,n} - \mathcal{G}_n \tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T v_{m,s} \right) (\cdots)^T \right\} \\ &= (B_{m,n}^{(N)} - \mathcal{G}_n \tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T G_{m,n}) \bar{Q}_n (B_{m,n}^{(N)} - \mathcal{G}_n \tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T G_{m,n})^T + (\mathcal{G}_n \tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T) R_n (\mathcal{G}_n \tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T)^T, \quad (2.46) \end{aligned}$$

donde $(\dots)^T = \left((\mathcal{F}_n^{m+1} - \mathcal{G}_n \tilde{C}_{m,n}^T H_{m,n}) x_m + (B_{m,n}^{(N)} - \mathcal{G}_n \tilde{C}_{m,n}^T G_{m,n}) W_{m,n} - \mathcal{G}_n \tilde{C}_{m,n}^T v_{m,s} \right)^T$, $\bar{Q}_n = \text{diag}(Q Q \dots Q)$ y $R_n = \text{diag}(\bar{R} \bar{R} \dots \bar{R})$ son matrices diagonales de N elementos.

Así mismo, para el algoritmo de forma recursiva, definiendo el error de estimación en (2.47) la covarianza del error es computada como

$$\begin{aligned} e_n &= F_n x_{n-1} + D_n w_n - F_n \hat{x}_{n-1} - \mathcal{G}_n H_n^T (y_n - H_n F_n \hat{x}_{n-1}) \\ &= F_n e_{n-1} - \mathcal{G}_n H_n^T H_n F_n e_{n-1} + D_n (I - \mathcal{G}_n H_n^T H_n) w_n - \mathcal{G}_n H_n^T v_n, \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} P_n &= (I - \mathcal{G}_n C_n^T) (A_n P_{n-1} A_n^T) (I - \mathcal{G}_n C_n^T)^T + (I - \mathcal{G}_n C_n^T C_n) (B_n Q_n B_n^T) \\ &\quad \times (I - \mathcal{G}_n C_n^T C_n)^T + (\mathcal{G}_n C_n^T) R_n (\mathcal{G}_n C_n^T)^T, \end{aligned} \quad (2.48)$$

note que la matriz de covarianza en la ecuación (2.48) es calculada en cada iteración hasta la estimación definitiva en el tiempo de muestreo l . La ganancia de corrección de sesgo óptimo es planteada como la minimización del error MSE con respecto a la ganancia GNPG; considerando las identidades $\frac{\partial}{\partial x} \text{tr} X B X^T = X B^T + X B$, $\frac{\partial}{\partial x} \text{tr} A X^T = A$ y $\frac{\partial}{\partial x} \text{tr} X A = A^T$, la ganancia es definida como $K_n^{UF} = \min_{K_n} \text{tr} (P_n^+)$

$$K_n^{UF} = P_n^- H_n^T (H_n (P_n^- + F_n Q_n F_n^T) H_n^T + R_n)^{-1}. \quad (2.49)$$

donde $P_n^- = F_n P_{n-1} F_n^T + D_n Q_n D_n^T$

Capítulo 3

Métodos de estimación para observaciones inciertas

Hasta hace algunos años, el problema inicial de estimación lineal se basaba en asumir dos importantes hipótesis; que las mediciones de las variables del sistema ofrecen exactamente la información del desempeño del sistema y las perturbaciones que inciden en el proceso son únicamente interpretados como ruido blanco aditivo. Los avances en el estudio de estimación de estados y modelado de sistemas a lo largo de estos años, ha demostrado que estas hipótesis no son del todo ciertas en el mundo práctico. Las mediciones de los sistemas frecuentemente están expuestas a diversos factores desde el daño de los dispositivos, variaciones en el medio o errores de comunicación que reducen la certidumbre de las observaciones obtenidas y la posibilidad de que impliquen desaciertos es grande. Estas suposiciones ha motivado al análisis de técnicas de estimación bajo consideraciones de sistemas con errores tanto en el modelado, como en las señales de medición, definiendo el término de observaciones inciertas.

Aunque, bajo estas condiciones de sistemas con mediciones inciertas, en la literatura se han planteado diversos algoritmos con el fin de obtener estimaciones óptimos o subóptimos, existe un alto grado de discrepancia sobre la generalización de como interviene las perturbaciones en los fallos en las observaciones y pocos se enfocan en situaciones prácticas. Por ejemplo: algunos autores consideran que, en aplicaciones como el control de un robot, o la navegación de quipos manejados remotamente donde se requiere disponer del seguimiento de un objeto continuamente, el escenario común de incertidumbre consiste en retrasos de datos en un tiempo constante; sin embargo, debido a la naturaleza aleatoria de los errores en los canales de comunicación, es acertado asumir que las observaciones llegan aleatoriamente al procesador y con un alto grado de probabilidad de pérdida de datos [23, 24]. En este trabajo de tesis, con el fin de realizar un amplio estudio de la literatura sobre modelado y estabilidad de los posibles escenarios de incertidumbre se propone el siguiente ejemplo de un escenario típico de

los errores en los datos transmitidos como se ilustra en la Figura (3.1).

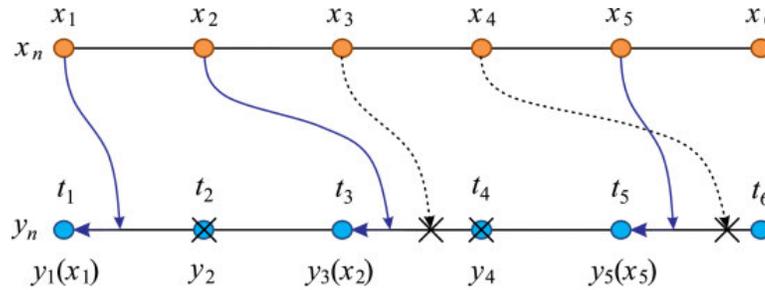


Figura 3.1. Escenario básico de retrasos de un paso de muestreo y pérdida de datos.

Tres situaciones fundamentales se pueden observar,

- **Caso Regular:** definimos un caso regular cuando las señales medidas por el sensor son enviadas y observadas por el estimador adecuadamente en el intervalo de tiempo correspondiente. En la figura (3.1) una transmisión correcta es identificada cuando en y_1 y y_5 se reciben los datos x_1 y x_5 en el intervalo de tiempo correspondiente $[t_1, t_2]$ y en $[t_5, t_6]$, respectivamente.
- **Retraso de datos:** la señal de observación es considerada retrasada, cuando la información transmitida por los sensores no es recibida en el intervalo de tiempo correspondiente. Un dato puede retrasarse desde un paso de muestreo hasta k_n pasos de muestreo. $k = 1, 2, \dots, K_n$. En la práctica, usualmente un paquete de datos tiene un tiempo de retraso de 1,2, hasta 3 muestras; sin embargo, existen algunas aplicaciones donde el número de pasos de retraso puede incrementar debido a severos problemas en el medio que se desarrolla el sistema como por ejemplo los sistemas con comunicación bajo el agua. Por lo tanto, posibles retrasos con K_n muestras de retraso son consideradas. Evaluar en su totalidad el comportamiento propio del sistema es vital para tener una mejor comprensión de las señales recibidas. En la figura (3.1) retrasos de un paso de muestreo son observados en la señal recibida $y_3(x_2)$, debido a que x_2 no es percibido en el intervalo de tiempo que le corresponde $[t_2, t_3]$ si no en el siguiente intervalo $[t_3, t_4]$.
- **Pérdida de datos:** Sucesivos número de retraso de datos, así como también obstrucciones en la comunicación y los instrumentos de medida puede limitar los datos recibidos observando la pérdida de un dato o datos contiguos; un dato es considerado perdido cuando este no llega en el intervalo de tiempo correspondiente o no se observa en intervalos de tiempo contiguos. De acuerdo al ejemplo, la pérdida de datos se presenta en dos situaciones: un dato retrasado (x_2) puede generar la pérdida del dato siguiente (x_3) si la latencia de este último es grande, o un dato retrasado (x_4) puede perderse, si la latencia del dato siguiente (x_5) es pequeña. Finalmente, la pérdida del dato es interpretada como un valor nulo o

ruido. Desde el punto de vista de algunos autores, los eventos de retraso y pérdida de datos no deben ser estudiados de forma independiente, ya que significantes retrasos originan la pérdida de información [25].

Una vez conocido los posibles escenarios de la llegada de los datos desde que son enviados del nodo principal hasta el procesador; el desarrollo de este trabajo será ejecutado a través de la interpretación de los acontecimiento de fallos desde el enfoque de la probabilidad del suceso, dividiendo en dos categorías; retrasos conocidos o aleatorios [26].

Actualmente, en la literatura el problema de observaciones inciertas es abordado por diferentes metodologías desde el enfoque de modificar el modelo matemático del proceso y de las observaciones para tener una mejor generalización de la descripción de dichas incertidumbres. Tres escenarios son principalmente implementadas a este tipo de problema para reducir la dimensión de los errores en los datos manipulados [27, 28]: retrasos de muestras en tiempos conocidos, eventos aleatorios independiente o dependientes y correlación de las variables en la operación entre diversos fallos [29, 30].

Estos sucesos serán resumidos a través de los siguientes modelos matemáticos: modelo libre de fallos, modelo con fallos determinísticos y modelos con fallos aleatorios. Dentro de esta última categoría se explorará el modelado de retrasos con 1-paso de muestreo y pérdida de datos, y el modelado de retrasos y pérdida de datos en múltiples tiempos de muestreo. Para unificar las condiciones de operación en las posteriores argumentaciones asumiremos que los diversos fallos en el sistema son satisfactoriamente monitoreados y la probabilidad de ejecución de los eventos es conocido.

- Modelo libre de fallos: El enfoque de modelos libre de fallos hace referencia a la interpretación de la dinámica de un sistema de redes con comunicación inalámbrica bajo condiciones ideales de trabajo son consideradas. Este modelo no caracteriza el efecto de perturbaciones o variaciones que deterioran la fiabilidad de la información transmitida.
- Modelo con fallos determinísticos: el modelado de posibles fallos en las mediciones recolectadas por el procesador como son los retrasos constantes en las señales transmitidas será investigado en esta etapa. El efecto del número de muestras retrasadas en el modelo matemático del sistema para demostrar la efectividad de algoritmos de estimación será evaluado a través de tres técnicas de filtrado. Esta interpretación puede ser difícil de satisfacer especialmente en sistemas con transmisiones inalámbricas.
- Modelos con fallos aleatorios: Finalmente una amplia gama de eventos que inciden en la eficacia del diseño de modelado será considerada para concluir

la eventualidad de fallos en las mediciones de acuerdo con la probabilidad de ocurrencia. Uno, dos, hasta múltiples tiempos de muestreo serán analizados en el retraso de los datos y consecutivas pérdidas.

Para alcanzar un apropiado diseño de los algoritmos de estimación seguiremos los siguientes pasos:

- Modelado matemático del sistema bajo la consideración de detección de propiedades de fallo observadas por las mediciones experimentadas en el actuador.
- Adaptación de las condiciones de operación para lograr un análisis e implementación accesible de los algoritmos.
- Diseño de algoritmos de estimación basado en los modelos con fallos.

3.1. Mediciones con retrasos determinísticos

Durante la operación de sistemas, los diversos factores de perturbación que inciden en el proceso pueden repercutir a la información recolectada por los sensores de manera constante y conocida. Aunque esta situación es poco probable en la práctica, esta hipótesis consiste en uno de los conceptos más utilizados en la investigación debido a su sencillas y fácil interpretación [31]. De acuerdo con diversos autores [32–34] la estabilidad del sistema con retrasos se puede lograr asumiendo una asociación lineal de los datos retrasados con el tiempo de muestreo actual. Esto significa que los datos recibidos en el tiempo de muestreo n son interpretados como la información que pertenecen a un tiempo de muestreo anterior $n - k_n$. Consecuentemente, las siguientes muestras que se observan en el actuador son retrasadas el mismo número de muestras k_n con una distribución uniforme durante un intervalo de tiempo.

Asuma un modelo del sistema libre de fallos como:

$$\begin{aligned} x_n &= F_n x_{n-1} + w_n, \\ y_n &= H_n x_n + v_n, \end{aligned} \tag{3.1}$$

donde $F_n \in \mathbb{R}^{K \times K}$, $H_n \in \mathbb{R}^{K \times M}$ denotan las matrices de la dinámica y observación del sistema; $x_n \in \mathbb{R}^K$ y $y_n \in \mathbb{R}^M$ son los vectores de estados y de medición en un tiempo de muestreo n . Adicionalmente, el ruido del modelo $w_n \sim \mathcal{N}(0, Q) \in \mathbb{R}^K$ y ruido de medición $v_n \sim \mathcal{N}(0, R) \in \mathbb{R}^M$ son considerados blanco Gaussiano, no correlacionados con las matrices de covarianza $Q = E\{w_n w_n^T\} \in \mathbb{R}^{K \times K}$ and $R = E\{v_n v_n^T\} \in \mathbb{R}^{M \times M}$.

las mediciones que han sido enviadas a travez de la red y las cuales han sido alteradas en un numero constante de pasos de retraso k_n puede ser expresada como:

$$z_n = H_n x_{n-K_n} + v_n. \quad (3.2)$$

Frecuentemente, el número de muestras de retraso es determinado por la experiencia de operación del sistema o por características de los instrumentos de medición como el tiempo de latencia de los datos. Una sola muestra de retraso $K_n = 1$ o múltiples retrasos $K_n > 1$ pueden ser considerados. Sin embargo, usualmente en sistemas prácticos, el número de muestras retrasadas no asciende de $K_n = 4$ ya que un mayor orden de retrasos puede producir inestabilidad y la pérdida de datos.

Conociendo el modelo matemático que representa la situación de fallo en el sistema o de las mediciones adquiridas, posteriormente, el diseño de los algoritmos de estimación es nuestro objetivo. En el campo de estimadores lineales, una característica significativa es la estructura del modelo ya que la teoría está basada exclusivamente para sistemas con estados libres de retrasos como (3.1). Avanzados enfoques para solucionar cambios en el modelado general del sistema han sido interpretados en su mayoría para el enfoque de sistemas no lineales como es el caso de los filtros extendidos de Kalman y no ha otras características. Con el fin de solucionar esto, en la teoría, encontramos dos enfoques principales para reformular el modelo de un sistema y obtener una forma apropiada en dimensiones y con estados libre de retrasos, estos son: sistema de estados aumentados y la marcha hacia atrás en el tiempo.

Aunque las dos metodologías son ampliamente utilizadas en el estudio de modelado de fallos, en este trabajo utilizaremos el enfoque de marcha hacia atrás en el tiempo por sus determinantes características como una favorable representación lineal de los estados anteriores y una mínima carga computacional comparado con la metodología de estados aumentados, donde el tamaño de las matrices de transición aumenta en sus dimensiones según el número de retrasos.

Utilizando el enfoque de marcha hacia atrás en el tiempo, un vector de estados en el tiempo $n - k_n$ puede ser expresado en términos del estado en el tiempo actual n como

$$x_{n-k_n} = F^{-k_n} \left(x_n - \sum_{i=0}^{k_n-1} F^i w_{n-i} \right), \quad (3.3)$$

considerando la definición previa, el retraso de un tiempo de muestreo en función de la medición actual es calculado como $x_{n-1} = F^{-1} (x_n - w_n)$, el retraso de dos tiempos de muestreo en función de la medición actual como $x_{n-2} = F^{-2} \left(x_n - \sum_{i=0}^{k_n-1} F^i w_{n-i} \right)$ y así sucesivamente hasta $k_n = 1, 2, 3 \dots$. Sustituyendo (3.3) en (3.1), la ecuación de

observación es reescrita libre de retrasos como:

$$z_n = HF^{-k_n} \left(x_n - \sum_{i=0}^{k_n-1} F^i w_{n-i} \right) + v_n. \quad (3.4)$$

Note que la ecuación (3.4) tiene una estructura donde no existe dependencia de los estados anteriores, lo que lo hace una forma idónea de trabajo. Agrupando algunos términos, podemos establecer una forma final de la ecuación de observación dada por $z_n = \bar{H}_n x_n + \bar{v}_n$. Donde la matriz de transición y el ruido de medición son redefinidos como:

$$\bar{H}_n = HF^{-k_n}, \quad (3.5)$$

$$\bar{v}_n = v_n - H \sum_{i=0}^{k_n-1} F^{-k_n+i} w_{n-i}. \quad (3.6)$$

El análisis de las actuales equivalencias de las funciones de ruido muestra las variaciones de energía producida en estos eventos aleatorios debido a la incidencia de fallos en las mediciones. Esto permite identificar la oscilación de las señales de datos y conocer la amplitud y el dominio que ejerce en las originales mediciones del sistema. Para una situación práctica, la hipótesis de un ruido de medición Gaussiano independiente de otras fuentes de ruido es desacertada. Ya que existe una pequeña relación entre dos señales en un intervalo de tiempo.

$$E\{\bar{v}_n w_n^T\} = H_n \bar{D}_n \bar{Q}_n \bar{D}_n^T H_n^T. \quad (3.7)$$

Considerando estas condiciones, las derivaciones de innumerables algoritmos basados en parámetros como la varianza de las señales para alcanzar un óptimo o subóptimo resultado, sería una tarea difícil donde se debe modificar su diseño para garantizar la reducción del error debido a la relación que de estas variables. Una alternativa accesible consiste en establecer la definición de las ecuaciones del sistema utilizando el método de multiplicador de Lagrange.

3.1.1. De-correlación del ruido

En muchas aplicaciones de estimación debido a las variaciones en el sistema, las condiciones de diseño pueden cambiar y entorpecer el desempeño del algoritmo. En la teoría de estimación lineal, una de las propiedades primordiales consiste en demostrar que la estimación \hat{x}_n debe que ser ortogonalmente una proyección de x_n en el espacio abarcado por las observaciones y_n . Esto significa que con el fin de obtener el mínimo valor esperado del error de estimación, no debe existir relación entre la información

de esta señal y las observaciones. De acuerdo con [35], el concepto de de-correlación es introducido en esta sección para eliminar la relación que existe entre dos variables aleatorias hasta obtener señales Gaussianos o media cero.

Asumiendo la nueva representación del modelo del sistema

$$\tilde{x}_n = x_n + \Lambda_n (\bar{z}_n - z_n) , \quad (3.8)$$

donde x_n es el vector de estados del sistema, \bar{z}_n es el vector de mediciones y z_n es la ecuación de observación. Reemplazando las correspondientes ecuaciones (3.1) y (3.2) la ecuación de la dinámica del sistema ahora es reescrita con una estructura usual como:

$$x_n = \bar{F}_n x_{n-1} + u_n + \zeta_n , \quad (3.9)$$

donde $\bar{F}_n = \Lambda_n \bar{H}_n F$, $u_n = \Lambda_n z_n$ y $\zeta_n = (I - \Lambda_n \bar{H}_n) w_n - \Lambda_n \bar{v}_n$. El principio de no correlación de la equivalente señal de ruido ζ_n , $\zeta_n \sim \mathcal{N}(0, Q_\zeta) \in \mathbb{R}^K$ es evidenciada siguiendo las próximas ecuaciones; donde las variables no conocidas son establecidas cumpliendo dicho principio.

$$\begin{aligned} Q_\zeta &= Q_\zeta = E\{\zeta_n \zeta_n^T\} \\ &= E\{[(I - \Lambda_n \bar{H}_n) w_n - \Lambda_n \bar{v}_n] [(I - \Lambda_n \bar{H}_n) w_n - \Lambda_n \bar{v}_n]^T\} \\ &= Q + \Lambda_n H \sum_{i=1}^{k_n-1} F^i Q F^{iT} H^T \Lambda_n^T + \Lambda_n R_n \Lambda_n^T . \end{aligned} \quad (3.10)$$

Cumpliendo la condición $E\{\zeta_n \bar{v}_n^T\} = 0$ la variable de Lagrange Λ_n es definida como:

$$\Lambda_n = -Q (HF^{-k_n})^T \left(R_n + H \sum_{i=1}^{k_n-1} F^i Q F^{iT} H^T \right)^{-1} \}. \quad (3.11)$$

La evaluación de propuesto modelo para un sistema con mediciones retrasadas en un tiempo constante será realizada en la siguiente sección donde los algoritmos de filtro Kalman, filtro H_∞ y el filtro UFIR serán modificados y desarrollados bajo la consideración de estos nuevos modelos.

3.1.2. Filtro UFIR para retraso determinísticos

Dentro del área de investigación de estimadores para sistemas con fallos diversas metodologías han sido desarrolladas con fin de estimar lo mas acertado posible a la realidad los estados del sistema a pesar de que sus mediciones están contaminadas

por inexactas informaciones del proceso. Por ejemplo: el filtro Kalman [24, 36, 37], filtro H_∞ [38, 39], estimadores óptimos, adaptivos [40], filtros de partículas [41] son alguno de estos. Aunque los resultados obtenidos por estas metodologías representan un gran avance en la investigación de los sistemas de redes de sensores, un primordial objetivo continúa siendo ampliar la robustez de estas metodologías para casos con múltiples variaciones. Es por esta razón que el filtro UFIR es introducido en este campo por primera vez en [42]. A continuación, podemos encontrar el diseño e implementación de filtro UFIR aplicado a sistemas con retrasos determinísticos y pérdida de datos, el cual consiste en el primer caso de estudio de este trabajo.

Las particularidades del filtro UFIR como ignorar la relación de las señales de ruido debido a la característica de una condición incesgada $E\{\hat{x}_n\} = E\{x_n\}$ facilita la aplicación de esta metodología sin la exigencia de concretar de las condiciones de no-correlación comparado con otros algoritmos. Para estar seguro de esto, considere el modelo (3.4), combinando con (3.1) y (3.9) y rechazando el ruido, alcanzamos la identidad $(I - \Lambda_n \bar{H}_n) x_n = (I - \Lambda_n \bar{H}_n) F_n x_{n-1}$, lo que significa que Λ_n no afecta la estimación de UFIR. Por lo contrario, el filtro Kalman y H_∞ requieren de la de correlación de las señales de ruido para obtener un apropiado diseño bajo sus condiciones de operación.

Siguiendo las etapas de diseño en la sección (2.5) y considerando un numero de retrasos $k_n > 0$ en la ecuacion de observación (3.4) el diseño del filtro UFIR es presentado a continuación.

Primero, el ajuste del modelo en el horizonte $[m, n]$ es definido por:

$$X_{m,n} = F_N x_m + D_N W_{m,n}, \quad (3.12)$$

$$Y_{m,n} = H_{m,n} x_m + G_{m,n} W_{m,n} + V_{m,n}, \quad (3.13)$$

donde las matrices aumentadas son:

$$F_N = [I \ F^T \ \dots \ F^{N-1T}]^T, \quad (3.14)$$

$$D_N = \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ F & I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ F^{N-2} & F^{N-3} & \dots & I & 0 \\ F^{N-1} & F^{N-2} & \dots & F & I \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

$$H_{m,n} = \bar{H}_m F_N, \quad (3.16)$$

$$G_{m,n} = \bar{H}_{m,n} D_N, \quad (3.17)$$

$$\bar{H}_{m,n} = \text{diag}(H F^{-k_m} \ H F^{-k_m+1} \ \dots \ H F^{-k_n}), \quad (3.18)$$

Las dos etapas de diseño del filtro UFIR para computar la estimación del vector de estados \hat{x}_n , y el error de covarianza P_n^- es formalmente descrito por el siguiente conjunto de ecuaciones:

- Filtro UFIR en forma de lote: la estimación inicial de los estados del sistema en el intervalo de muestras $[m, s]$ es alcanzada por el filtro UFIR en forma de lote utilizando la condición de insesgado $\mathbb{E}\{\hat{x}_s\} = \mathbb{E}\{x_s\}$ como:

$$\hat{x}_{m,s} = (\tilde{\mathcal{C}}_{m,s}^T \tilde{\mathcal{C}}_{m,s})^{-1} \tilde{\mathcal{C}}_{m,s}^T Y_{m,s}, \quad (3.19)$$

donde la ganancia del filtro es establecida de acuerdo a las variaciones y muestras retrasadas x_{k_n} y por la matriz $\tilde{\mathcal{C}}_{m,s}$ como:

$$\tilde{\mathcal{C}}_{m,s} = \begin{bmatrix} HF^{-N+1-k_n} \\ \vdots \\ HF^{-1-k_n-1} \\ HF^{-k_n} \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

- Algoritmo iterativo del filtro UFIR:

La estimación actualizada en cada tiempo de muestreo en el intervalo $[s, n]$ del vector de estados es alcanzada considerando la previa estimación en forma de lote utilizando la estimación previa como condición inicia en $s - 1$ como:

$$\hat{x}_s = \hat{x}_s^- + \mathcal{G}_s \bar{H}_s^T (y_s - \bar{H}_s \hat{x}_s^-), \quad (3.21)$$

donde, la ganancia de estimación depende de la nueva representación del modelo matemático del sistema donde las mediciones retrasadas son ajustadas.

$$\mathcal{G}_l = [\bar{H}_l^T \bar{H}_l + (F \mathcal{G}_{l-1} F^T)^{-1}]^{-1}. \quad (3.22)$$

Un pseudocódigo del filtro UFIR es enlistado en el Algoritmo (2) para el ejemplo cuando mediciones con retrasos conocidos hasta k_n muestras son recibidas.

3.1.3. Errores de estimación

La medición del ruido y la autocorrelación que tienen estas señales, nos ofrecen información sobre la repercusión que ha ocasionado recibir mediciones que no corresponde a su tiempo actual de operación. Optimizar la ganancia del filtro de acuerdo con la covarianza del error de estimación, logra minimizar el efecto de estos errores en la aplicación. Resultando, en el siguiente problema de optimización

Algorithm 2: Algoritmo UFIR para sistemas con mediciones retrasadas en k_n muestras.

Data: y_n, k_n, N, κ_n

Result: \hat{x}_n

begin

for $n = N - 1 : \infty$ **do**

$m = n - N + 1, \quad s = n - N + K;$

$\bar{H}_n = H + \alpha_{1,n} H F^{-k_n};$

$\mathcal{G}_s = (\tilde{\mathcal{C}}_{m,s}^T \tilde{\mathcal{C}}_{m,s})^{-1};$

$\tilde{x}_s = \mathcal{G}_s \tilde{\mathcal{C}}_{m,s}^T Y_{m,s};$

for $l = s + 1 : n$ **do**

$\mathcal{G}_l = [\bar{H}_l^T \bar{H}_l + (F \mathcal{G}_{l-1} F^T)^{-1}]^{-1};$

$K_l^U = \mathcal{G}_l \bar{H}_l^T;$

$\tilde{x}_l = F \tilde{x}_{l-1} + K_l^U (y_l - \bar{H}_l F \tilde{x}_{l-1});$

$\hat{x}_n = \tilde{x}_n;$

† Datos y_0, y_1, \dots ay $Y_{m,s}$

$$\min_{K_n^{UF}} P_n = \min_{K_n^{UF}} Tr(\varepsilon \{e_n e_n^T\}), \quad (3.23)$$

donde definiendo el concepto de error de estimación como $e_n = x_n - \hat{x}_n$ y la covarianza de esta señal como $P_n = \mathbb{E} \{e_n e_n^T\}$, para cada iteración en el tiempo de muestro estos vectores son calculados como: Sustituyendo la estimación del filtro en forma de lote (3.19)

$$\varepsilon = F^{N-1} x_m + D_n^{(N)} W_{m,n} - \mathcal{H}_{m,n} Y_{m,n}, \quad (3.24)$$

$$P_n = (D_n^{(N)} - \mathcal{H}_{m,n} Y_{m,n}) \bar{Q}_n (D_n^{(N)} - \mathcal{H}_{m,n} Y_{m,n})^T + \mathcal{H}_{m,n} R_n \mathcal{H}_{m,n}^T, \quad (3.25)$$

así mismo, sustituyendo la estimación del filtro iterativo (3.21)

$$\varepsilon_n = F x_{n-1} + D_n w_n - F \hat{x}_{n-1} - \mathcal{G}_n \bar{H}_n^T (y_n - \bar{H}_n F_n \hat{x}_{n-1}), \quad (3.26)$$

$$P_n = (I - \mathcal{G}_n \bar{H}_n^T \bar{H}_n) (F P_{n-1} F^T - D_n Q_n D_n^T) (I - \mathcal{G}_n \bar{H}_n^T \bar{H}_n)^T + \mathcal{G}_n \bar{H}_n^T \bar{R}_n \mathcal{G}_n^T \bar{H}_n. \quad (3.27)$$

Considerando las identidades $\frac{\partial}{\partial x} \text{tr} X B X^T = X B^T + X B$, $\frac{\partial}{\partial x} \text{tr} A X^T = A$ y $\frac{\partial}{\partial x} \text{tr} X A = A^T$, un mínimo error de estimación es generado por:

$$Tr(P_n^- - 2P_n^- \bar{H}_n^T \bar{H}_n \mathcal{G}_n + \mathcal{G}_n \bar{H}_n^T [\bar{H}_n (P_n^- + \sum_n) \bar{H}_n^T + \bar{R}_n] \bar{H}_n \mathcal{G}_n), \quad (3.28)$$

donde $\sum_n = \sum_{i=0}^{k_n-1} F^i Q F^{iT}$ y $P_n^- = F P_{n-1} F^T + Q$ y la ganancia optima del filtro UFIR es expresada como

$$K_n^{UF} = G_n^{opt} \bar{H}_n^T = P_n^- \bar{H}_n^T [\bar{H}_n (P_n^- + \sum_n) \bar{H}_n^T + \bar{R}_n]. \quad (3.29)$$

El predominio de las muestras retrasadas x_{k_n} en el desempeño del algoritmo, es claramente observado en el diseño de la ganancia de estimación. Cuando la cantidad de pasos de retraso k_n aumente, la suma acumulativa de Q en \sum_n incrementa, ejerciendo mayor error en las variables estimadas.

3.1.4. Estimación de estados con pérdida de datos

Un permanente reto en aplicaciones de control consiste en la distribución certera de la información en lazos de realimentación. En aplicaciones de WSNs donde una estructura centralizada no es empleada, y el intercambio de paquete de datos se ve afectada por algunos frecuentes factores como congestión en los canales de comunicación o la colisión de paquetes; la certeza de los datos transmitidos está altamente comprometida por la pérdida de paquetes de datos.

La implementación de lazos de control con datos faltantes en el vector de información puede ocasionar secuelas en la vulnerabilidad de la aplicación, bloqueo de la marcha o hasta la pérdida de productividad y dinero. La colaboración de una explícita descripción de los eventos de fallo y estrategias de compensación que pueden prevenir o solucionar limitaciones intrínsecas en el procesamiento de cualquier medición con abandono de datos, esta es una etapa crucial para obtener una acertada estimación del comportamiento de las variables de estado del sistema. En este contexto, antes de continuar con las derivaciones matemáticas de los filtros de estimación ahora considerando los eventos de mediciones con datos faltantes, un acorde resumen de los actuales métodos para la estabilidad de mediciones con pérdida de datos es presentado a continuación.

Modelado de pérdida de datos

Los constantes avances en la investigación de comunicación inalámbrica y aplicaciones que utilizan este medio de transmisión han deducido algunas soluciones que contrarresten el efecto de estos indeseados problemas como la cooperación en distancia entre nodos, extender el número de nodos de centro de preprocesamiento, progresos en estrategias de protocolo de transmisión, limitar la carga computacional o regular la potencia de transmisión de los datos entre otros. Aunque estas estrategias de ajuste

han logrado apropiadas mejoras, su enfoque ha sido plenamente desde un criterio físico, lo cual puede ocasionar el alza de costos y aun no tener la certeza datos precisos.

Recientes contribuciones en diseño de filtros y modelado de sistemas han discutido posibles estrategias para representar la amplia gama de sucesos de llegada de los datos. Dos enfoques principales son discutidos de acuerdo con la incidencia de los datos transmitidos.

- **Entrada-cero:** El termino de entrada-cero es una de las condiciones más generales de interpretación de la perdida de datos; el cual consiste en deducir un dato nulo o solo ruido cuando existe una baja resolución de los datos o nada en el paquete de datos. Utilizar señales con estas características puede ocasionar la inexactitud de algunos algoritmos de procesamiento debido al inesperado crecimiento en el error. De manera predeterminada esta metodología es aplicada en la mayoría de los protocolos de transferencia de datos donde un solo dato es transmitido en cada momento.

Actualmente, clasificar y encontrar una solución que compense el vacío de datos en un vector de mediciones se ha convertido un tema primordial en muchos trabajos [43, 44]. Tres estrategias de compensación son principalmente abordadas en este trabajo de investigación con el fin de evaluar los efectos del error producido debido a la imprecisión de los datos.

La tradicional sincronización de conocer los acontecimientos de la conectividad de la red a través de la actual información de valores del reloj de los sensores es utilizada en algunos trabajos para obtener una mayor simplicidad y practicidad de modelar la perdida de datos. En [45] variables de decisión son implementadas para representar la entrega perfecta de la señal o la situación de perdida de datos asignado valor de 1 o 0 de acuerdo con la información de los dispositivos. Este enfoque es basado principalmente en manejar el evento de perdida de datos como un caso aislado al funcionamiento del sistema, por lo que algunos autores aseguran que esta compensación no es fiable y la incidencia de los retrasos de datos debe ser considerada debido a la relación de estos dos eventos.

El enfoque de clasificar el evento de la perdida de datos como una consecuencia de largos intervalos de retrasos de datos además de sucesos ocasionales por fallos sistemáticos, ha conllevado a categorizar estas actividades como eventos aleatorios. En [46] un grupo de variables aleatorias de Bernoulli son usadas para describir el fenómeno de posibles retrasos aleatorios y perdida de paquetes. Ya que los paquetes de datos no son estampados, conocer la probabilidad y frecuencia de este suceso es importante para establecer la mejor combinación de dichas variables que describe este evento.

Incrementar la fiabilidad de la información procesada a pesar de posibles pérdidas de datos, es posible a partir del análisis de convergencia de esta señal. La estrategia

de compensación por predicción es considerada una técnica avanzada y novedosa comparada con técnicas tradicionales de compensación debido a los superiores beneficios derivados al aprovechar una mayor información del sistema y de los datos recibidos [47, 48].

- **Entrada mantenida:** La evolución en los protocolos de comunicación de datos ha establecido algunas condiciones de transmisión que han favorecido en equilibrar el esfuerzo que realiza un sistema cuando se manifiestan pérdida de datos en una señal de control, pero ha logrado desfavorecer en otros aspectos. La clasificación de entrada mantenida consiste en todas aquellas estrategias de compensación que utilizan la múltiple transmisión de los datos para completar la serie de datos carente en un paquete. Dentro de este campo de estrategias podemos encontrar dos caminos de manipulación de los datos de acuerdo con la capacidad de computación de cada aplicación. En [49, 50] la última medición o entrada de control recibida es transmitido múltiples veces para evitar la posible pérdida de datos. Un subóptimo desempeño puede ser obtenido por esta estrategia en aplicaciones altamente variables como el seguimiento de una trayectoria, ya que solo el último dato recibido es utilizado como una aproximación de los datos presentes e ignoramos toda la información previa de la señal. Por lo contrario, en aplicaciones con señales estables donde el valor previo y valor actual tienen pequeñas variaciones, la compensación de entrada mantenida comparada con la compensación de entrada cero demuestra significativas mejorías de desempeño. El segundo camino comunmente analizado, comparada con la anterior estrategia donde un solo dato es aceptado en el centro de procesamiento, consiste en una avanzada consideración para obtener una mejor aproximación de los datos perdidos es asumida en [51]. El caso de la llegada de múltiples paquetes en el procesador, generando un confiable conjunto de información del comportamiento de las variables del sistema es considerado. Mas información pueden ser de mayor ayuda para hacer una estimación más confiable. Elemento de memoria como buffers deben ser utilizados para almacenar los datos transmitidos, lo cual incrementa el costo de computación.

3.1.5. Estimador de estados UFIR para mediciones con retraso deterministas y pérdida de datos

En particulares aplicaciones de procesos industriales, las diversas incertidumbres que inciden en el funcionamiento del sistema están completamente asociadas con diferentes niveles de daños operacionales y consecuentemente reflejados en diversos errores en las mediciones. Una de las principales conclusiones en esta clase de sistemas, es proyectar los diversos tipos de fallos como una sociedad que operan conjuntamente. Existen varios enfoques que resuelven el problema de una conjunta

estimación asumiendo la relación de los problemas de retrasos y pérdida de datos; en estos la eficiencia alcanzada se puede medir de acuerdo con el ejemplo de habilidad de compensación manejada.

Continuando con el análisis de sistemas con mediciones retrasadas en una cantidad de muestras conocidas, en esta etapa el diseño del filtro UFIR aborda la estimación de estados ahora incluyendo posibles pérdidas de datos. La distribución de estos sucesos será representada por el sencillo caso de utilizar la actual información de valores del reloj de los sensores.

Considere el modelo discreto lineal de un sistema en (3.1), pero con un modelo de observación donde incluya los eventos de retrasos y perdida como la siguiente ecuación

$$z_n = \kappa_n H x_{n-k_n} + (1 - \kappa_n) \tilde{y}_n + v_n, \quad (3.30)$$

donde κ_n es la variable de decisión que indica la señal recibida; si $\kappa_n = 1$ la señal transmitida es interpretada como recibida correctamente $z_n = H x_{n-k_n} + v_n$, lo que significa que en este caso, la señal de observación contiene retrasos constantes; o en el caso contrario, si $\kappa_n = 0$ el caso de pérdida de datos es asumida y la estrategia de predicción es aplicada $z_n = \tilde{y}$ donde $\tilde{y}_n = H F x_{n-1}$.

El diseño del algoritmo de estimación es desglosado con un procedimiento equivalente a la sección (3.3) cuando $\kappa_n = 1$ ya que el acontecimiento de recibir los datos adecuadamente sobre el retaso determinístico de las señales de medición es el mismo. Sin embargo, cuando $\kappa_n = 0$ el evento de pérdida de datos es compensado por la predicción del comportamiento de las mediciones, utilizando la información de del sistema y mediciones anteriores. En resumen, el algoritmo del filtro UFIR para sistemas con mediciones retrasadas y pérdida de datos se expone en el Algoritmo (3).

3.2. Mediciones con retrasos aleatorios

Asumir que los eventos de fallos en las mediciones acontece como incidentes constantes y que no varían en el tiempo representa una discordancia sobre el funcionamiento general de aplicaciones reales de sistemas. Frecuentemente, en la implementación real de procesos existen innumerables fuentes que inciden y perturban el desarrollo natural de estos procedimientos generando significativas variaciones observadas principalmente en las señales de medición. En los sistemas WSNs, la transmisión de datos por canales inalámbricos consiste en uno de los principales argumentos responsables de fallos en las señales de observación. Consecuencias como incremento en el tiempo de latencia, retrasos, perdida de datos o intermitencias en las mediciones transmitidas hasta un nodo central de procesamiento son frecuentemente

Algorithm 3: Algoritmo UFIR para mediciones retrasadas y pérdida de datos

Data: y_n, k_n, N, κ_n
Result: \hat{x}_n
begin
 for $n = N - 1 : \infty$ **do**
 $m = n - N + 1, \quad s = n - N + K;$
 if $\kappa_n = 0$ **then**
 $y_n = HF\hat{x}_{n-1};$
 $\bar{H}_n = H + \alpha_{1,n}HF^{-k_n};$
 $\mathcal{G}_s = (\tilde{\mathcal{C}}_{m,s}^T \tilde{\mathcal{C}}_{m,s})^{-1};$
 $\tilde{x}_s = \mathcal{G}_s \tilde{\mathcal{C}}_{m,s}^T Y_{m,s};$
 for $l = s + 1 : n$ **do**
 $\mathcal{G}_l = [\bar{H}_l^T \bar{H}_l + (F\mathcal{G}_{l-1}F^T)^{-1}]^{-1};$
 $K_l^U = \mathcal{G}_l \bar{H}_l^T;$
 $\tilde{x}_l = F\tilde{x}_{l-1} + K_l^U (y_l - \bar{H}_l F\tilde{x}_{l-1});$
 $\hat{x}_n = \tilde{x}_n;$

† los datos y_0, y_1, \dots and $Y_{m,s}$

producidas por circunstancias imprevisibles como un limitado ancho de banda, congestión en la red, entre otros. El modelado de estos sucesos ha sido ampliamente estudiado, demostrando en general un comportamiento aleatorio regido por las propiedades estadísticas de cada aplicación. En este contexto, la distribución binaria de Bernoulli como una herramienta fundamental para el modelado de observaciones aleatorio [52, 53] es indispensable.

De acuerdo con cada aplicación el modelado de la señal de observación puede ser representada como una combinación de variables aleatorias. En la literatura podemos encontrar diversos enfoques de este concepto, desde la sencilla intermitencia entre ruido y las mediciones hasta considerar grandes muestras de retraso y pérdida de datos. Bajo estas consideraciones, importantes contribuciones en la ejecución de objetivos de estimación como el filtrado con una mínima diferencia en la señal de error han sido deducida para la formulación del adecuado comportamiento del sistema. A pesar de la importancia que ha ganado los filtros robustos de estimación en los últimos años, el filtro de respuesta infinita al impulso utilizando la condición de no sesgo es utilizada por primera vez en este trabajo de tesis para la estimación de estados en sistemas con observaciones inciertas. Con el fin de realizar una amplia reseña de los diversos casos de modelado de incertidumbres, tres casos son planteados. Iniciando por considerar que las observaciones pertenecen aleatoriamente a las mediciones presentes y a las mediciones en un tiempo de muestreo anterior. Posteriormente se supone que los eventos de retrasos de datos y pérdida de información ocurren con una probabilidad de dependencia y para finalizar, una extensión del caso anterior es planteado dificultando su desarrollo por

múltiples retrasos en tiempo de muestreo y pérdida de datos son asumidos. El algoritmo de estimación UFIR se resolverá para los tres casos planteados considerando que solo la se tiene medición de una de las variables del sistema y las propiedades estadísticas de segundo orden de las señales del sistema y señales de ruido no son conocidas.

Uno de los principales enfoques consiste en el filtro Kalman. Aunque este método de estimación de estados ha sido desarrollado satisfactoriamente para compensar el aumento de la inexactitud por variaciones aleatorias [24,54] [47,55], algunas desventajas son observadas especialmente en situaciones con grandes incertidumbres y pérdidas de datos durante largos intervalos de tiempo. Con el fin de compensar alguna de estos errores, técnicas más robustas son consideradas. El filtro robusto H_1 [56,57] y el filtro H_∞ [58,59] son desarrollados bajo suficientes condiciones de convergencia con el fin de generalizar la minimización de los picos de energía en los casos de errores. Avanzados enfoques de estimadores robustos han sido abordados para afianzar respuestas asintóticamente estables en situaciones de altos grados de intensidad de variaciones en [60]. Algunas otras técnicas de algoritmos óptimos y sub-óptimos como filtros de partículas y estimaciones Bayesianas han sido usadas en [61,62] y [63–66] con el fin de corregir el rendimiento de aplicaciones vulnerables a estos problemas utilizando las funciones de covarianza de las señales.

Diversos tipos de modelos matemáticos son planteados en la literatura para describir los posibles sucesos aleatorios de fallos en las mediciones o en el conducta del sistema a través de la combinación de variables aleatorias [49,50,54,67]. En este capítulo, un extenso estudio de diversos modelados de observaciones inciertas es propuesto.

3.2.1. Mediciones con retrasos de 1-paso de muestreo

Considerando el modelo estándar de un sistema lineal en variables de estado con ruido blanco es expresado como:

$$x_n = F_n x_{n-1} + w_n, \quad (3.31)$$

$$y_n = H_n x_n + v_n, \quad (3.32)$$

Un típico escenario de los vectores de medición que son transmitidos a través de comunicaciones inestables donde los datos pueden ser vulnerables a retrasos de un paso de muestreo es ilustrado en la siguiente figura.

Aquí, los mediciones x_n en el tiempo discreto t_n pueden ser recibidos como y_n con algún tiempo de latencia entre el tiempo t_n y t_{n+1} para definir una transmisión correcta. Si el paquete de datos en x_n no llega en este intervalo, el caso de un retraso

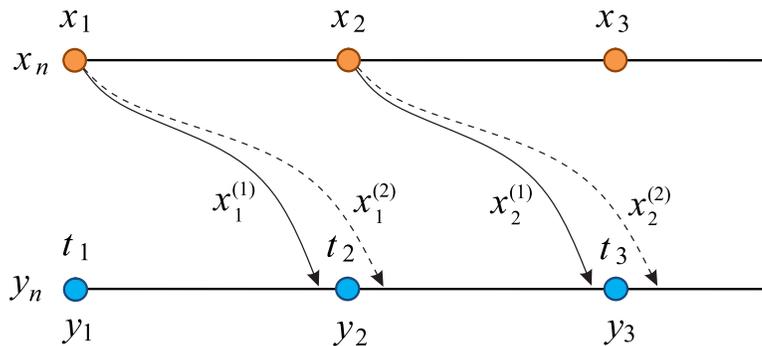


Figura 3.2. *Tipico escenario de Comunicaciones retrasada en un tiempo de muestreo.*

o perdida del dato es asumido. En este ejemplo, el dato x_1 puede llegar en diferentes intervalos de tiempo como $x_1^{(1)}$ and $x_1^{(2)}$. Definimos que no existe retraso cuando $y_1 = x_1^{(1)}$, pero si existe retraso de un paso de muestreo cuando $y_2 = x_1^{(2)}$.

Considerando este tipo de escenario, dos casos principales sobre el modelado de la señal de observación puede ser descrito en base al protocolo de transmisión de los datos. Usualmente el enfoque de un único envío de datos, donde se debe almacenar los datos previamente enviados o el enfoque de múltiple envío de datos son analizados.

Mediciones retrasadas

Una de las técnicas frecuentemente empleadas en los protocolos de transmisión para asegurar que ningún faltante llega en la señal transmitida consiste en almacenar la última medición que ha sido enviado para retransmitirla numerosas veces. La implementación de esta técnica puede producir algunos efectos no favorables como un mayor consumo de energía de los dispositivos, así como también, la congestión de la red debido al múltiple envío de los datos; sin embargo, la sencillas de esta metodología ha permitido que sea implementado en muchos protocolos de transmisión, generalizando el conocimiento del comportamiento de las variables recibidas en algunos sistemas, favoreciendo como un estándar en la industria.

Usualmente esta transmisión es representada como:

$$z_n = \theta_n y_n + (1 - \theta_n) y_{n-1}, \quad (3.33)$$

donde los eventos aleatorios son caracterizados por la variable aleatoria de Bernoulli θ_n que toma valores entre $0 \leq \theta_n \leq 1$ con probabilidad $P\{\theta_n = 1\} = \tilde{\theta}_n$, $P\{\theta_n = 0\} = (1 - \tilde{\theta}_n)$.

De acuerdo con (3.33) si $\theta_n = 1$ el caso de un envío correcto es considerado, denotando que en la señal observada el dato equivale a la medición en el tiempo de muestreo correspondiente $z_n = y_n$ con probabilidad $\tilde{\theta}_n$; por lo contrario, si $\theta_n = 0$ existe un retraso; el dato correspondiente al muestreo anterior $n - 1$ es recibida en n como $z_n = y_{n-1}$ con una probabilidad $1 - \tilde{\theta}_n$.

Un ejemplo específico de un vector de mediciones recibida con este tipo de características es representado en la Tabla 3.1. Donde observamos que las mediciones enviadas en el instante 1, 2, 5, 7 y 8 llegan satisfactoriamente al centro de procesamiento como $y(1)$, $y(2)$, $y(5)$, $y(7)$ y $y(8)$; mientras que los datos del instante 3, 6 y 9 se han retrasado ocasionado que los datos observados en esos tiempos de muestreo sean $y(2)$, $y(5)$ y $y(8)$. Es importante notar que, aunque ningún dato nulo es observado en el vector de llegada, las mediciones correspondientes a los instantes $n = 4$ y $n = 6$, se han perdido, introduciendo adicionales errores en la señal.

Tabla 3.1. *Ejemplo transmisión de datos con retrasos de un tiempo de muestreo .*

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
θ_n	1	1	0	0	1	0	1	1	0
Z_n	$y(1)$	$y(2)$	$y(2)$	$y(3)$	$y(5)$	$y(5)$	$y(7)$	$y(8)$	$y(8)$

Ahora, definido el modelo del sistema y el modelo de la señal de observación, el algoritmo de estimación insesgada FIR será desarrollada para sistemas lineales con fallos aleatorios. Reemplazando la definición del vector de medición y del estado anterior respecto a los estados presentes dado por $x_{n-1} = F^{-1}x_n - F^{-1}w_n$, la ecuación de observación se puede reescribir como:

$$z_n = (\theta_n H + (1 - \theta_n) H F^{-1}) x_n + \theta_n v_n + (1 - \theta_n) v_{n-1} - (1 - \theta_n) H F^{-1} w_n, \quad (3.34)$$

la señal de observación muestra que existe vínculos entre las variables independientes de ruido de medición y modelado; lo cual requiere una posterior adecuación del sistema para asegurar la de correlación de estas dos variables.

Para facilitar las siguientes derivaciones, un sistema con parámetros determinísticos que no varían con el tiempo es asumido. Agrupando los términos de la ecuación de observación para obtener una forma estándar $z_n = \bar{H}_n x_n + \bar{v}_n$, las matrices son definidas como:

$$\bar{H}_n = \theta_n H + (1 - \theta_n) H F^{-1}, \quad (3.35)$$

$$\bar{v}_n = \theta_n v_n + (1 - \theta_n) v_{n-1} - (1 - \theta_n) H F^{-1} w_n, \quad (3.36)$$

y la covarianza del ruido de medida $R = E \{ \bar{v}_n \bar{v}_n^T \}$ es:

$$\bar{R}_n = \bar{\theta}_{0,n} R_n + (1 - \bar{\theta}_{0,n}) R_{n-1} + (1 - \bar{\theta}_{0,n}) H F^{-1} Q_n F^{-T} H^T. \quad (3.37)$$

En base al proceso de de-correlación en (3.8)-(3.11), el modelo del sistema puede ser reescrito con una estructura convencional donde se reduce las posibles interferencias por la relación de ruido por:

$$x_n = \bar{F}_n x_{n-1} + u_n + \zeta_n, \quad (3.38)$$

donde $\bar{A}_n = (I - \theta_n \Lambda_n H - (1 - \theta_n) \Lambda_n H F^{-1}) F$, $u_n = \Lambda_n z_n$ y $\zeta_n = (I - \theta_n \Lambda_n H) w_n - \theta_n \Lambda_n v_n - (1 - \theta_n) \Lambda_n v_{n-1}$.

$$Q_\zeta = (I - \bar{\theta}_0 \Lambda_n H) Q_n (I - \bar{\theta}_0 \Lambda_n H)^T + \bar{\theta}_{0,n} \Lambda_n R_n \Lambda_n^T + (1 - \bar{\theta}_{0,n}) \Lambda_n R_{n-1} \Lambda_n^T, \quad (3.39)$$

$$\Lambda_n = [-(1 - \bar{\theta}_0) Q_n F^{-T} H^T] [\bar{\theta}_0 R_n + (1 - \bar{\theta}_0) R_{n-1}]^{-1}. \quad (3.40)$$

Filtro UFIR retrasos aleatorios Dado el modelo del sistema con una estructura lineal y variables Gaussianas, cualquier algoritmo de estimación puede ser aplicado. A continuación, de acuerdo con la teoría en la sección (2.5) y el proceso seguido en [68] un resumen de las ecuaciones derivadas en el algoritmo UFIR para obtener mayor robustez ante errores de modelado y mediciones como son los retrasos de datos será presentado

- Filtro UFIR en forma de lote: la estimación de las variables de estado del sistema en el intervalo de muestro $[m, k]$ son calculados como:

$$\hat{x}_k = \mathcal{G}_k \tilde{\mathcal{C}}_{m,k}^T (Z_{m,k}), \quad (3.41)$$

donde $Z_{m,k}$ es el vector de observación, la ganancia generalizada de potencia del ruido es $G_k = (\tilde{\mathcal{C}}_{m,k}^T \tilde{\mathcal{C}}_{m,k})^{-1}$ y la matriz $\tilde{\mathcal{C}}_{m,k}$ en el intervalo de muestras $[m, k]$ es:

$$\tilde{\mathcal{C}}_{m,k} = \begin{bmatrix} \theta_n H F^{-K+1} + (1 - \theta_n) H F^{-K} \\ \vdots \\ \theta_n H F^{-1} + (1 - \theta_n) H F^{-2} \\ \theta_n H + (1 - \theta_n) H F^{-1} \end{bmatrix}, \quad (3.42)$$

- Filtro UFIR iterativo: la estimación de los estados es organizada utilizando las siguientes recursiones para cada tiempo de muestreo n

$$\tilde{x}_n^- = F \tilde{x}_{n-1}, \quad (3.43)$$

$$G_n = [\bar{H}_n^T \bar{H}_n + (F G_{n-1} F^T)^{-1}]^{-1}, \quad (3.44)$$

$$\tilde{x}_n = \tilde{x}_n^- + (G_n \bar{H}_n^T) (z_n - \bar{H}_n \tilde{x}_n^-). \quad (3.45)$$

Con el fin de comparar el alcance del diseño del filtro UFIR y la metodología utilizada para reducir el esfuerzo de conocer variables en tiempos anteriores, el siguiente desarrollo de un estimador optimo desde el enfoque del error de estimación considerando condiciones de mediciones retrasadas es analizado.

$$\begin{aligned}
 e_n &= x_n - \hat{x}_n \\
 &= x_n - (I - K_n \bar{H}_n) \hat{x}_n^- + K_n Z_n \\
 &= x_n - (I - K_n \bar{H}_n)(x_n + e_n^-) + K_n [\theta_n y_n + (1 - \theta_n) y_{n-1}] \\
 &= x_n - (I - K_n \bar{H}_n)(x_n + e_n^-) + K_n [\theta_n (H_n x_n + v_n) + (1 - \theta_n) (H x_{n-1} + v_{n-1})] \\
 &= (F - (I - K_n \bar{H}_n)F + K_n \theta_n H F + K_n (1 - \theta_n) H) x_{n-1} + (I - (I - K_n \bar{H}_n) \\
 &\quad + K_n \theta_n H) w_n - (I - K_n \bar{H}_n) e_n^- + K_n \theta_n v_n + K_n (1 - \theta_n) v_{n-1}, \tag{3.46}
 \end{aligned}$$

Asumiendo una estimación insesgada donde $\mathbb{E}[e_n] = 0$ con ruido de media cero

$$\mathbb{E} [(F - (I - K_n \bar{H}_n)F + K_n \theta_n H F + K_n (1 - \theta_n) H)] \mathbb{E}[x_{n-1}] = 0, \tag{3.47}$$

Si $\mathbb{E}[x_{n-1}] \neq 0$

$$\bar{H}_n = \theta_n H F^{-1} + (1 - \theta_n) H, \tag{3.48}$$

y finalmente, la expresión de la ganancia del filtro debe ser diseñada cumpliendo el siguiente problema de minimización.

$$\min_{K(n)} J_k = \min_{K(n)} Tr (\mathbb{E} \{e_n e_n^T\} | Z_n) .$$

Mediciones con muestras retrasadas y perdida de datos

Una transmisión sencilla es una de las estrategias más aprovechadas para asegurar una de las métricas principales de los protocolos de comunicación inalámbrica, la cual consiste en un consumo eficiente de energía. Estas condiciones de operación pueden asegurar un mayor tiempo de vida de los sensores y un menor tráfico de datos para evitar la congestión de la red. A pesar de ello, esto puede ocasionar algunos efectos involuntarios cuando situaciones de retraso se presentan, produciendo consecuentemente la pérdida de datos.

La transmisión de datos con estas particularidades es a menudo modelada en base a la dependencia de cada evento. por ejemplo, si solo un dato es transmitido y recibido; cuando la serie datos son recibidos como $x_1^{(2)}$ y $x_2^{(1)}$, a la variable y_2 se le asigna un dato retrasado x_1 y x_2 se pierde. Así mismo, cuando los datos son recibidos en la siguiente combinación $x_1^{(1)}$ y $x_2^{(2)}$, el valor observado en y_2 es nulo y en y_3 se recibe el

dato x_2 con un retraso de un paso. La expresión que resume esta situación está dada por:

$$Z_n = \gamma_{0,n}y_n + (1 - \gamma_{0,n}) [(1 - \gamma_{0,n-1}) \gamma_{1,n}y_{n-1} + (1 - (1 - \gamma_{0,n-1})\gamma_{1,n}) \tilde{z}_n]. \quad (3.49)$$

Aquí, asumimos que existe pérdida de datos debido a las consecutivas muestras de retraso, o a daños de los sensores. El método de predicción es utilizado en este desarrollo con el fin de obtener mayor certeza en los datos extraviados.

$$\tilde{z}_n = HF\hat{x}_{n-1}, \quad (3.50)$$

donde, $z_n \in \mathbb{R}^M$ es el vector de mediciones transmitidas al procesador, $\tilde{z}_n \in \mathbb{R}^M$ es el vector de mediciones predichas, \hat{x}_{n-1} es la estimación disponible $\gamma_{0,n}$ y $\gamma_{1,n}$ son variables aleatorias con una distribución de Bernoulli con probabilidades conocidas,

$$\begin{aligned} \mathcal{P}\{\gamma_{0,n} = 1\} &= \bar{\gamma}_{0,n}, & \mathcal{P}\{\gamma_{0,n} = 0\} &= 1 - \bar{\gamma}_{0,n}, \\ \mathcal{P}\{\gamma_{1,n} = 1\} &= \bar{\gamma}_{1,n}, & \mathcal{P}\{\gamma_{1,n} = 0\} &= 1 - \bar{\gamma}_{1,n}, \end{aligned}$$

$\gamma_{0,n}$ y $\gamma_{1,n}$ corresponde al paso de muestreo n y $\gamma_{0,n-1}$ en el tiempo de muestreo $n - 1$; estos toma valores entre $0 \leq \gamma_{0,n} \leq 1$, $0 \leq \gamma_{1,n} \leq 1$ con un rango de probabilidad $0 \leq \{\bar{\gamma}_{0,n}, \bar{\gamma}_{1,n}\} \leq 1$.

De acuerdo con (3.49), la eventualidad de la muestra actual n dependerá de la probabilidad del evento previo $n - 1$; cuando $\gamma_{0,n} = 1$ la señal de llegada se obtiene la medición enviada en el tiempo correcto $z_n = y_n$ con probabilidad $\bar{\gamma}_{0,n}$; y cuando $\gamma_{0,n} = 0$ en n , dos posibles opciones son consideradas: latencia o ningún dato. Si $\gamma_{0,n-1} = 0$ en $n - 1$ y $\gamma_{1,n} = 1$ en n , significa que el dato anterior que se ha retrasado, llega en la muestra n como $z_n = y_{n-1}$ con la probabilidad $(1 - \bar{\gamma}_{0,n})(1 - \bar{\gamma}_{0,n-1})\bar{\gamma}_{1,n}$. En el caso contrario, cuando $\gamma_{0,n-1} = 0$ en $n - 1$ y $\gamma_{1,n} = 0$ en n la predicción de los datos abandonados en esta sección son manipulados .

Un ejemplo específico de un vector de mediciones recibidos con este tipo de características es representado en la Tabla (3.2). Donde observamos que las mediciones enviadas en el instante 1, 4, 8 y 9 llegan satisfactoriamente al centro de procesamiento como $y(1)$, $y(4)$, $y(8)$ y $y(9)$; mientras que los datos del instante 2 y 5 se han retrasado ocasionado que los datos observados en esos tiempos de muestreo sean $\tilde{z}(2)$ y $\tilde{z}(5)$. Adicionalmente, existe pérdida de datos en los instantes 7 y 10 donde $\tilde{z}(7)$ y $\tilde{z}(10)$.

Ahora, definido el modelo del sistema y el modelo de la señal de observación, al igual que en capítulos anteriores el algoritmo de estimación insesgada FIR será desarrollada para sistemas lineales con fallos aleatorios. Para alcanzar este objetivo,

Tabla 3.2. Ejemplo de transmisión de datos utilizando la metodología de compensación entrada cero para mediciones retrasadas

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\gamma_{0,n}$	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
$\gamma_{1,n}$	-	-	1	-	-	1	0	-	-	0
z_n	y_1	\tilde{z}_2	y_2	y_4	\tilde{z}_5	y_5	\tilde{z}_7	y_8	y_9	\tilde{z}_{10}

introducimos los siguientes coeficientes auxiliares:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{0,n} &= \gamma_{0,n}, \\
 \alpha_{1,n} &= (1 - \gamma_{0,n})(1 - \gamma_{0,n-1})\gamma_{1,n}, \\
 \alpha_{2,n} &= (1 - \gamma_{0,n})[1 - (1 - \gamma_{0,n-1})\gamma_{1,n}],
 \end{aligned} \tag{3.51}$$

los cuales deben cumplir con las siguientes propiedades $\alpha_{0,n} + \alpha_{1,n} + \alpha_{2,n} = 1$,

$$\begin{aligned}
 \bar{\alpha}_{0,n} &= E\{\alpha_{0,n}\} = E\{\alpha_{0,n}^2\}, \\
 \bar{\alpha}_{1,n} &= E\{\alpha_{1,n}\} = E\{\alpha_{1,n}^2\}, \\
 \bar{\alpha}_{2,n} &= E\{\alpha_{2,n}\} = E\{\alpha_{2,n}^2\},
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

es importante recordar que no existe correlación entre las variables aleatorias, $\alpha_{0,n}$, $\alpha_{1,n}$ y $\alpha_{2,n}$, por lo tanto $E\{\alpha_{i,n}\alpha_{j,n}\} = 0$ para todo $\{i, j\} \in [0, 1, 2]$.

Utilizando la ecuación de marcha atrás (3.3) el estado anterior respecto a los estados presentes esta dado por $x_{n-1} = F^{-1}x_n - F^{-1}w_n$; además, reemplazando la definición del vector de medición obtenemos

$$\begin{aligned}
 z_n &= \alpha_{0,n}(Hx_n + v_n) + \alpha_{1,n}(Hx_{n-1} + v_{n-1}) + \alpha_{2,n}(HFx_{n-1}) \\
 &= \alpha_{0,n}(Hx_n + v_n) + \alpha_{1,n}(H(F^{-1}(x_n - w_n)) + v_{n-1}) + \alpha_{2,n}(HF(F^{-1}(x_n - w_n))) \\
 &= (\alpha_{0,n}H + \alpha_{1,n}HF^{-1} + \alpha_{2,n}H)x_n + \alpha_{0,n}v_n + \alpha_{1,n}v_{n-1} \\
 &\quad - (\alpha_{1,n}HF^{-1} + \alpha_{2,n}H)w_n,
 \end{aligned} \tag{3.53}$$

Agrupando los términos de la ecuación de observación para obtener una forma estándar $z_n = \bar{H}_n x_n + \bar{v}_n$, las matrices son definidas como:

$$\bar{H}_n = (\alpha_{0,n} + \alpha_{2,n})H + \alpha_{1,n}HF^{-1}, \tag{3.54}$$

$$\bar{v}_n = \alpha_{0,n}v_n + \alpha_{1,n}v_{n-1} - (\alpha_{1,n}HF^{-1} + \alpha_{2,n}H)w_n. \tag{3.55}$$

Ahora podemos notar que, una distribución similar a los modelos anteriores donde el ruido de modelado tiene ahora una dependencia con el ruido de medición

es observada. como ya sabemos, esta particularidad ocasiona que los métodos de estimación clásicos no puedan ser aplicados en su forma original, por lo tanto, la adaptación del modelo del sistema es necesario. El método de de-correlación es implementado a continuación.

definiendo la covarianza del ruido de medida $R = E \{ \bar{v}_n \bar{v}_n^T \}$ y la covarianza cruzada de \bar{v}_n con el ruido de los estados w_n como :

$$\bar{R}_n = \bar{\alpha}_{0,n} R_n + \bar{\alpha}_{1,n} R_{n-1} + \bar{\alpha}_{1,n} H F^{-1} Q H^T F^{-1T} + \bar{\alpha}_{2,n} H Q H^T, \quad (3.56)$$

y

$$\mathbb{E} \{ \bar{v}_n w_n^T \} = \bar{\alpha}_{1,n} H F^{-1} Q_n + \bar{\alpha}_{2,n} H Q_n.$$

De-correlación: asumiendo la metodología en 3.1 el modelo del sistema es reescrito cumpliendo las condiciones de ruido gaussiano y no correlacionado por:

$$x_n = \bar{F}_n x_{n-1} + u_n + \zeta_n, \quad (3.57)$$

donde

$$\begin{aligned} \bar{F}_n &= (I - (\alpha_{0,n} + \alpha_{2,n}) \Lambda_n + \alpha_{1,n} \Lambda_n H F^{-1}) F, \\ \zeta_n &= (I - \alpha_{0,n} \Lambda_n H) w_n - \alpha_{0,n} \Lambda_n v_n - \alpha_{1,n} \Lambda_n v_{n-1}. \end{aligned}$$

Cumpliendo con nuestro objetivo de $\zeta_n \sim \mathcal{N}(0, Q_\zeta) \in \mathbb{R}^K$ y $E\{\zeta_n \bar{v}_n^T\} = 0$, las siguientes variables indeterminadas son definidas como:

$$Q_\zeta = (I - \bar{\alpha}_{0,n} \Lambda_n H) Q (I - \bar{\alpha}_{0,n} \Lambda_n H)^T + \bar{\alpha}_{0,n} \Lambda_n R_n \Lambda_n^T + \bar{\alpha}_{1,n} \Lambda_n R_{n-1} \Lambda_n^T, \quad (3.58)$$

$$\Lambda_n = -Q_n (\bar{\alpha}_{1,n} H_n F_n^{-1} + \bar{\alpha}_{2,n} H_n)^T (\bar{\alpha}_{0,n} R_n + \bar{\alpha}_{1,n} R_{n-1})^{-1}. \quad (3.59)$$

Filtro UFIR para mediciones con retrasos aleatorios y perdida de datos:

De acuerdo con [69], la generalización del algoritmo UFIR se puede resumir en las siguientes ecuaciones:

- Filtro UFIR en forma de lote: Extendiendo el modelo en el intervalo de muestras $[m, n]$ como

$$\begin{aligned} X_{m,n} &= F_N x_m + D_N W_{m,n}, \\ Y_{m,n} &= H_{m,n} x_m + G_{m,n} W_{m,n} + V_{m,n}, \end{aligned} \quad (3.60)$$

donde $X_{m,n} = [x_m^T x_{m+1}^T \dots x_n^T]^T$ y $Y_{m,n} = [y_m^T y_{m+1}^T \dots y_n^T]^T$ son los vectores aumentados y las matrices son definidas como:

$$F_N = [I \ F^T \ \dots \ F^{N-1T}]^T, \quad (3.61)$$

$$D_N = \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ F & I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ F^{N-2} & F^{N-3} & \dots & I & 0 \\ F^{N-1} & F^{N-2} & \dots & F & I \end{bmatrix}, \quad (3.62)$$

$$H_{m,n} = \begin{bmatrix} (\alpha_{0,m} + \alpha_{2,m})H + \alpha_{1,m}HF^{-1} \\ (\alpha_{0,m+1} + \alpha_{2,m+1})HF + \alpha_{1,m+1}H \\ \vdots \\ (\alpha_{0,n} + \alpha_{2,n})HF^{N-1} + \alpha_{1,n}HF^{n-2} \end{bmatrix}, \quad (3.63)$$

donde $G_{m,n} = \bar{H}_{m,n}D_{m,n}$, $\bar{H}_{m,n} = \text{diag}(\bar{H}_m \bar{H}_{m+1} \dots \bar{H}_n)$.

La estimación de las variables de estado del sistema en el intervalo de muestro $[m, n]$ ahora puede ser reescrito como

$$\hat{x}_n = \mathcal{G}_n \tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T (Z_{m,n}), \quad (3.64)$$

donde $Z_{m,n}$ es el vector de observación, la ganancia generalizada de potencia del ruido es $G_n = (\tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T \tilde{\mathcal{C}}_{m,n})^{-1}$ y la matriz $\tilde{\mathcal{C}}_{m,n}$ es:

$$\tilde{\mathcal{C}}_{m,n} = \begin{bmatrix} (\alpha_{0,m} + \alpha_{2,m})HF^{-N+1} + \alpha_{1,m}HF^{-N} \\ \vdots \\ (\alpha_{0,n} + \alpha_{2,n})HF^{-1} + \alpha_{1,n}HF^{-2} \\ (\alpha_{0,n} + \alpha_{2,n})H + \alpha_{1,n}HF^{-1} \end{bmatrix}, \quad (3.65)$$

- Filtro UFIR iterativo: la estimación de los estados es organizada utilizando las siguientes recursiones para cada tiempo de muestro n

$$G_n = [((\bar{\alpha}_{0,n} + \bar{\alpha}_{2,n})H + \bar{\alpha}_{1,n}HF^{-1})^T ((\bar{\alpha}_{0,n} + \bar{\alpha}_{2,n})H + \bar{\alpha}_{1,n}HF^{-1}) + (FG_{n-1}F^T)^{-1}]^{-1}, \quad (3.66)$$

$$\tilde{x}_n = \tilde{x}_{n-1} + (G_n ((\bar{\alpha}_{0,n} + \bar{\alpha}_{2,n})H + \bar{\alpha}_{1,n}HF^{-1})^T) (z_n - ((\bar{\alpha}_{0,n} + \bar{\alpha}_{2,n})H + \bar{\alpha}_{1,n}HF^{-1}) \tilde{x}_{n-1}). \quad (3.67)$$

note que, la implementación de las dos etapas del filtro es secuencial, por lo tanto, las condiciones iniciales necesarias en el filtro iterativo para su primera iteración son calculadas por el filtro en forma de lote. Un pseudocódigo del algoritmo UFIR es enlistado en el algoritmo (4)

Algorithm 4: Algoritmo UFIR para retrasos y pérdida de datos aleatorios

Data: $y_n, \alpha_{0,n}, \alpha_{1,n}, \alpha_{2,n}, N, \kappa_n$

Result: \hat{x}_n

begin

for $n = N - 1 : \infty$ **do**

$m = n - N + 1, \quad s = n - N + K;$

if $\kappa_n = 0$ **then**

$y_n = HF\hat{x}_{n-1};$

$\bar{H}_n = (\alpha_{0,n} + \alpha_{2,n})H + \alpha_{1,n}HF^{-1};$

 Calculando $\mathcal{C}_{m,s}$

$\mathcal{G}_s = (\tilde{\mathcal{C}}_{m,s}^T \tilde{\mathcal{C}}_{m,s})^{-1};$

$\tilde{x}_s = \mathcal{G}_s \tilde{\mathcal{C}}_{m,s}^T Y_{m,s};$

for $l = s + 1 : n$ **do**

$\mathcal{G}_l = [\bar{H}_l^T \bar{H}_l + (F\mathcal{G}_{l-1}F^T)^{-1}]^{-1};$

$K_l^U = \mathcal{G}_l \bar{H}_l^T;$

$\tilde{x}_l = F\tilde{x}_{l-1} + K_l^U(y_l - \bar{H}_l F\tilde{x}_{l-1});$

$\hat{x}_n = \tilde{x}_n;$

† Datos y_0, y_1, \dots y $Y_{m,s}$ deben estar disponibles.

Covarianza del error

Definiendo el error como $e_n = x_n - \hat{x}_n$, y la covarianza del error como $P_n = \mathbb{E}\{e_n e_n^T\}$, con el fin de consolidar un mínimo error MSE, para el filtro UFIR en forma de lote estas matrices se son definidas como:

$$e_n = F^{N-1}x_m + B_n^{(N)}W_{m,n} - \mathcal{H}_{m,n}Y_{m,n}, \quad (3.68)$$

$$P_n = (B_n^{(N)} - \mathcal{H}_{m,n}Y_{m,n})\bar{Q}_n(B_n^{(N)} - \mathcal{H}_{m,n}Y_{m,n})^T + \mathcal{H}_{m,n}R_n\mathcal{H}_{m,n}^T, \quad (3.69)$$

donde $\bar{Q}_n = \text{diag}(Q Q \cdots Q)$ y $R_n = \text{diag}(\bar{R} \bar{R} \cdots \bar{R})$ son bloques de matrices diagonales con N elementos diagonales.

De acuerdo con la definición del algoritmo en forma de lote, cuando N incrementa la complejidad incrementa proporcionalmente. Por lo tanto, la covarianza del algoritmo iterativo es presentado a continuación.

Covarianza del error recursivo

Ahora utilizando la computación recursiva de la estimación de los estados del sistema (3.3) la matriz de covarianza del error es calculada como

$$\begin{aligned} e_n &= Fx_{n-1} + D_n w_n - F\hat{x}_{n-1} - \mathcal{G}_n \bar{H}_n^T (y_n - \bar{H}_n F_n \hat{x}_{n-1}), \\ P_n &= (I - \mathcal{G}_n \bar{H}_n^T \bar{H}_n) (F P_{n-1} F^T - D_n Q_n D_n^T) \times (I - \mathcal{G}_n \bar{H}_n^T \bar{H}_n)^T + \mathcal{G}_n \bar{H}_n^T \bar{R}_n \mathcal{G}_n^T \end{aligned} \quad (3.70)$$

3.3. Mediciones con múltiples retrasos y pérdida de datos

La mayoría de las técnicas de enrutamiento de redes de sensores y tareas de detección requieren de apropiadas condiciones de operación para lograr un adecuado funcionamiento del sistema. El tráfico de datos consiste en uno de los fenómenos con mayor influencia en la calidad del diseño de protocolos de transmisión y por lo tanto en el modelado y procesamiento de mediciones. Dependiendo de la aplicación, en general el diseño de la arquitectura de las redes asume que la transmisión de los datos es precisa o existe una baja probabilidad de que sucedan el retraso de los datos. Hasta esta sección, el efecto del retraso de muestras en máximo un paso de muestreo había sido considerada. Sin embargo, es cierto que, en diversas aplicaciones de redes de sensores, la cantidad de muestras de retraso de un dato no está limitado y existen mayor complejidad en la combinación de estos eventos. Es por esto por lo que, el concepto de modelado de transmisiones aleatorias introducido hasta ahora con la distribución de Bernoulli es ampliado en diversos trabajos con múltiples variables binarias aleatorias y compuestas combinaciones con propiedades estadísticas conocidos en orden de interpretar todos los posibles eventos [70–72].

El modelado de múltiples fallos en los sistemas de redes ha sido un tema que ha ido creciendo en los últimos años. la complejidad que conlleva considerar todos los eventos de variaciones en estas aplicaciones había limitado hasta hace poco tiempo el desarrollo de esta investigación limitando el campo de estudio a un bajo número de retrasos, así como considerar la pérdida de datos y las interferencias como eventos aislados. Actualmente, el estudio del efecto de algunas situaciones complejas de fallos ha sido propuesta considerando diversos algoritmos de estimación; En [73–75] innovadores análisis para el filtro Kalman y el filtro Kalman extendido en sistemas de redes lineales y no lineales han sido planteadas para manejar conjuntamente el problema de múltiples retrasos de sensores y pérdida de datos para obtener una estimación óptima con un error exponencialmente limitado. En [76] el enfoque de inciertos parámetros de covarianza de ruido es asociado simultáneamente a mediciones incompletas utilizando una técnica de estimación robusta. Mejorando el enfoque de [76] la teoría de H_∞ es empleada en [20]

para obtener mayor robustez a largos errores en el modelado del sistema. Adicionales avances bajo otros algoritmos de estimación han sido explorados considerando fallos en mediciones y modelado [77, 78].

Motivado por estos trabajos de investigación, en esta sección el caso general de múltiples datos retrasados en diferentes números de muestras, así como también la pérdida de datos como efecto de estas condiciones es considerado. El algoritmo robusto de estimación UFRI es planteado con el fin de mejorar el desempeño de algunos algoritmos clásicos que basan su teoría en el conocimiento de las varianzas de las señales del sistema [79, 80]. Debido a la naturaleza altamente aleatoria de estos eventos se espera obtener una mejor estimación con un menor índice de error [81, 82].

Considerando el escenario cuando los vectores de medición son transmitidos por canales de transmisión inciertos o altamente perturbados y se crean posibles retrasos en variados pasos de muestreo k_n y múltiples pérdidas de datos como se ilustra en la figura (3.3).

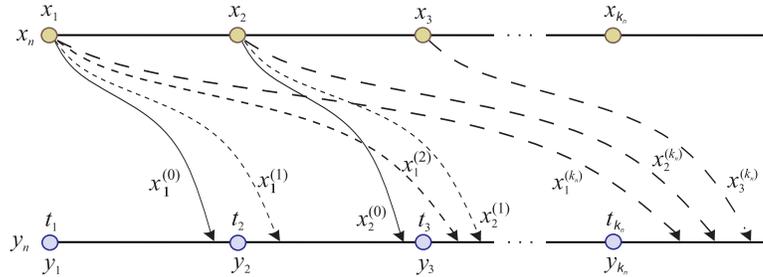


Figura 3.3. Efecto de múltiples pasos de retraso y pérdida de datos en canales de transmisión inalámbrica.

Aquí, el vector de mediciones x_i , $i \in [1, k]$ es transmitido por los diferentes nodos de la red hasta un nodo de procesamiento con el fin de que lleguen en su tiempo de muestreo correspondiente t_i ; Sin embargo, debido a diversos factores, es posible que estas mediciones se retrasen y no sean recibidas dentro de su intervalo de tiempo correspondiente $[t_i, t_{i+1}]$ causado variaciones de la secuencia original de un intervalo de mediciones.

Por ejemplo: definimos una transmisión correcta cuando, el dato x_1 llega en su correspondiente intervalo de tiempo de muestreo $[t_1, t_2]$ con algún tiempo de latencia como $y_1 = x_1^{(0)}$. Cuando esto no ocurre, asumimos que el dato se ha retrasado algunos pasos de muestreo como $x_1^{(1)}, \dots, x_1^{(k_n)}$ o el dato se ha perdido. En base a esto, definimos que un dato se ha retrasado 1-paso de muestreo si $y = x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_{k_n}^{(1)}$, un retraso de 2-pasos de muestreo si $y = x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots, x_{k_n}^{(2)}$, y así sucesivamente, hasta un retraso de k_n -pasos de muestreo $y = x_1^{(k_n)}, x_2^{(k_n)}, \dots, x_{k_n}^{(k_n)}$.

El suceso aleatorio de múltiples muestras de retrasos condiciona simultáneamente a la llegada de las siguientes muestras y la posible pérdida de los datos. Asumiendo que solo un dato es enviado y solo un dato puede ser recibido, la pérdida de múltiples paquetes de datos es ocasionada. Por ejemplo si el dato retrasado en 1-paso $x_1^{(1)}$ es procesado en t_2 el dato $x_2^{(0)}$ se pierde. Este problema es formulado por la siguiente ecuación en espacio de estados considerando eventos aleatorios en k_n -pasos de retraso de muestras y pérdida de datos a través de la combinación de múltiples variables de Bernoulli como:

$$\begin{aligned}
 z_n = & \theta_{0,n}y_n + (1 - \theta_{0,n}) \left\{ (1 - \theta_{0,n-1})\theta_{1,n}y_{n-1} + [1 - (1 - \theta_{0,n-1})\theta_{1,n}] \right. \\
 & \left. \left\{ (1 - \theta_{0,n-2})(1 - \theta_{1,n-1})\theta_{2,n}y_{n-2} + \cdots + \left[1 - \prod_{i=0}^{k_n-2} (1 - \theta_{i,n-k_n+i+1})\theta_{k_n-1,n} \right] \right. \right. \\
 & \left. \left. \left\{ \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \theta_{i,n-k_n+i})\theta_{k_n,n}y_{n-k_n} + \left[1 - \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \theta_{i,n-k_n+i})\theta_{k_n,n} \right] \tilde{z}_n \right\} \cdots \right\} \quad (3.72)
 \end{aligned}$$

La derivación sugiere que retrasos de k_n pasos $z_n = y_{k_n}$ son recibidos si y solo si el dato no es recibido en otro tiempo que n y que $\theta_{0,n} = 0, \theta_{k_n,n} = 1$, y $\prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \theta_{i,n-k_n+i}) = 0$ con la probabilidad

$$(1 - \bar{\theta}_0) \prod_{i=1}^{k_n-1} \left[1 - \prod_{j=0}^{i-1} (1 - \bar{\theta}_j)\bar{\theta}_i \right] \left[\prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \bar{\theta}_i)\bar{\theta}_{k_n} \right],$$

donde $\bar{\theta}_{i,n} = \mathcal{P}\{\theta_{i,n} = 1\}$ y $1 - \bar{\theta}_{i,n} = \mathcal{P}\{\theta_{i,n} = 0\}$ son las probabilidades de las variables aleatorias de Bernoulli. Cuando ningún dato o ruido llega en el procesador asumimos la pérdida del dato. Esta observación es reemplazada con la predicción de los estados

$$\tilde{z}_n = HF\hat{x}_{n-1}, \quad (3.73)$$

donde \hat{x}_{n-1} es la estimación pasada disponible y la probabilidad de la compensación de la pérdida del dato está dada por [71]:

$$(1 - \bar{\theta}_0) \prod_{i=1}^{k_n-1} \left[1 - \prod_{j=0}^{i-1} (1 - \bar{\theta}_j)\bar{\theta}_i \right] \left[1 - \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \bar{\theta}_i)\bar{\theta}_{k_n} \right].$$

Para justificar el desarrollo de (3.72), comenzaremos reescribiendo la ecuación

Tabla 3.3. Ejemplo de retrasos de 2-pasos y pérdida de datos.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
θ_0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0
θ_1	–	1	1	–	0	0	0	1	–	1
θ_2	–	–	–	–	0	–	1	–	–	–
z_n	y_1	\tilde{z}_2	y_2	y_4	\tilde{z}_5	y_6	y_5	y_7	y_9	\tilde{z}_{10}

de medición con un retraso 1-paso de muestreo como:

$$z_n = \theta_{0,n}y_n + (1 - \theta_{0,n})\{(1 - \theta_{0,n-1})\theta_{1,n}y_{n-1} + [1 - (1 - \theta_{0,n-1})\theta_{1,n}]\tilde{z}_n\},$$

donde $z_n \in \mathbb{R}^M$ es el vector de datos recibidos y $\theta_{i,n}$, $i \in [0, k_n - 1]$, denota las variables de Bernoulli con probabilidades $\mathcal{P}\{\theta_{i,n} = 1\} = \bar{\theta}_{i,n}$ y $\mathcal{P}\{\theta_{i,n} = 0\} = 1 - \bar{\theta}_{i,n}$. Aquí, la observación con 1-paso de retraso es recibida $z_n = y_{n-1}$ con una probabilidad $(1 - \bar{\theta}_0)^2\bar{\theta}_1$ si, $\theta_{0,n} = 0$ y $\theta_{1,n} = 1$ en n y $\theta_{0,n-1} = 0$ en $n - 1$. En el caso contrario, la pérdida del dato puede ser obtenida con una probabilidad $(1 - \bar{\theta}_0) - (1 - \bar{\theta}_0)^2\bar{\theta}_1$ [83, 84];

similarmente, para los datos transmitidos en n es posible llegar en $n + 2$, como

$$z_n = \theta_{0,n}y_n + (1 - \theta_{0,n})\{(1 - \theta_{0,n-1})\theta_{1,n}y_{n-1} + [1 - (1 - \theta_{0,n-1})\theta_{1,n}]\{(1 - \theta_{0,n-2}) \times (1 - \theta_{1,n-1})\theta_{2,n}y_{n-2} + [1 - (1 - \theta_{0,n-2})(1 - \theta_{1,n-1})\theta_{2,n}]\tilde{z}_n\}\},$$

donde la observación $z_n = y_{n-2}$ con la probabilidad $[(1 - \bar{\theta}_0) - (1 - \bar{\theta}_0)^2\bar{\theta}_1](1 - \bar{\theta}_0)(1 - \bar{\theta}_1)\bar{\theta}_2$ si $\theta_{2,n} = 1$, $\theta_{1,n-1} = 0$, y $\theta_{0,n-2} = 0$ y el dato previo con 1-paso de retraso no es recibido en n . La pérdida de datos ocurre con la probabilidad $[(1 - \bar{\theta}_0) - (1 - \bar{\theta}_0)^2\bar{\theta}_1][1 - (1 - \bar{\theta}_0)(1 - \bar{\theta}_1)\bar{\theta}_2]$ si ninguna de estas condiciones es satisfecha [74].

Usando el razonamiento deductivo, podemos llegar al caso general para k_n retrasos en (3.72).

A manera de ejemplo, en la tabla (3.3) una típica situación de la transmisión de datos con retrasos de $k_n = 2$ es presentado. Una transmisión correcta en el tiempo de muestreo $n = 1, 4, 6$ y 9 es asumida ya que el valor observado pertenece a $z_1 = y_1$, $z_4 = y_4$, $z_6 = y_6$ y $z_9 = y_9$ con una probabilidad $\bar{\theta}_{0,n}$ si $\theta_{0,n} = 1$. En el caso contrario, si $\theta_{0,n} = 0$, $\theta_{1,n} = 1$ y $\theta_{0,n-1} = 0$, los datos son retrasados en 1-paso de muestreo, como en $n = 2$ y $n = 7$ donde es recibido $z_3 = y_2$ y $z_8 = y_7$ con una probabilidad $(1 - \bar{\theta}_0)^2\bar{\theta}_1$. El retraso de 2-pasos de muestreo es producido en $n = 5$ ya que el dato es observado en $z_5 = y_7$ con la probabilidad $(1 - \bar{\theta}_0)^2[1 - (1 - \bar{\theta}_0)\bar{\theta}_1](1 - \bar{\theta}_1)\bar{\theta}_2$ si $\theta_{0,n} = 0$, $\theta_{2,n} = 1$, $\theta_{0,n-2} = 0$, y $\theta_{1,n-1} = 0$ en el caso contrario. Los datos y_3 , y_8 , y y_{10} son pérdidas con una probabilidad $(1 - \bar{\theta}_0)[1 - (1 - \bar{\theta}_0)\bar{\theta}_1][1 - (1 - \bar{\theta}_0)(1 - \bar{\theta}_1)\bar{\theta}_2]$.

Con el fin de reducir la complejidad de la ecuación de observación (3.72), las siguientes definiciones son introducidas para substituir el extenso número de parámetros.

$$\begin{aligned}\alpha_{0,n} &= \theta_{0,n}, \\ \alpha_{1,n} &= (1 - \theta_{0,n-1}) \theta_{1,n}, \\ \alpha_{2,n} &= (1 - \theta_{0,n-2}) (1 - \theta_{1,n-1}) \theta_{2,n}, \\ &\vdots \\ \alpha_{k_n,n} &= \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \theta_{i,n-k_n+i}) \theta_{k_n,n},\end{aligned}$$

considerando esto, la ecuación de observación puede ser reescrita como:

$$z_n = \alpha_{0,n} y_n + (1 - \alpha_{0,n}) \{ \alpha_{1,n} y_{n-1} + (1 - \alpha_{1,n}) \{ \alpha_{2,n} y_{n-2} + \cdots + (1 - \alpha_{k_n-1,n}) \{ \alpha_{k_n,n} y_{n-k_n} + (1 - \alpha_{k_n,n}) \tilde{z}_n \} \dots \}, \quad (3.74)$$

donde α_j con $j = 0, 1, 2 \dots k_n$ son variables de Bernoulli con las siguientes propiedades $\alpha_{0,n} + \alpha_{1,n} + \cdots + \alpha_{k_n,n} = 1$ y α_j

$$\begin{aligned}E\{\alpha_{0,n}\} &= \bar{\theta}_0 = \bar{\alpha}_0, \\ E\{\alpha_{j,n}\} &= \prod_{i=0}^{j-1} (1 - \bar{\theta}_i) \bar{\theta}_j = \bar{\alpha}_j, \\ E\{(\alpha_{j,n})^2\} &= \bar{\alpha}_j, \\ E\{(1 - \alpha_{j,n})^2\} &= 1 - \bar{\alpha}_j, \\ E\{\alpha_{j,n}(1 - \alpha_{j,n})\} &= 0, \\ E\{\alpha_{j,l} \alpha_{i,n}\} &= 0 \text{ for } i \neq j \text{ or } l \neq n.\end{aligned}$$

Con el objetivo de aplicar posteriores procesamientos, como la estimación de los estados de un sistema a partir de las mediciones inciertas definida por la ecuación de observación (3.74), la transformación de esta ecuación encubriendo la dependencia de las mediciones retrasadas en otros tiempos de muestreo es requerida para cumplir con la forma estándar aceptada en la mayoría de los algoritmos convencionales como $z_n = \bar{H}_n + \bar{v}_n$. Considerando esta estructura, combinando las definición de estados con una regresión en el tiempo dada por (3.3) y la ecuación de las mediciones y_n ; las matrices de la dinámica de las observaciones con respecto a las variables del sistema y el vector de ruido $\bar{v}_n \sim \mathcal{N}(0, \bar{R}_n)$ esta dado por

$$\bar{H}_n = \alpha_{0,n} H + (1 - \alpha_{0,n}) \alpha_{1,n} H F^{-1} + \cdots + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \alpha_{i,n}) \left[\alpha_{k_n,n} H F^{-k_n} + (1 - \alpha_{k_n,n}) H \right], \quad (3.75)$$

$$\begin{aligned}
 \bar{v}_n &= \alpha_{0,n}v_n + (1 - \alpha_{0,n})\alpha_{1,n}v_{n-1} + \cdots + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \alpha_{i,n}) \alpha_{k_n,n}v_{n-k_n} \\
 &\quad - \left[\sum_{j=1}^{k_n} \prod_{i=0}^{j-1} (1 - \alpha_{i,n}) \alpha_{j,n} H F^{-j} \right] w_n - \sum_{j=2}^{k_n} \prod_{i=0}^{j-1} (1 - \alpha_{i,n}) \alpha_{j,n} H F^{-j+1} w_{n-1} + \cdots \\
 &\quad - \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \alpha_{i,n}) \alpha_{k_n,n} H F^{-1} w_{n-k_n-1}. \tag{3.76}
 \end{aligned}$$

La relación de las señales aleatorias que intervienen en el comportamiento del sistema es definido a través de la matriz de covarianza; en base a esto establecemos el vínculo en un determinado intervalo de tiempo entre las variaciones de modelado y la definición del ruido de mediciones por $E\{\bar{v}_n w_n^T\} = - \left[\sum_{j=1}^{k_n} \prod_{i=0}^{j-1} (1 - \bar{\alpha}_{i,n}) \bar{\alpha}_{j,n} H F^{-j} \right] Q_n$ y de las señales de ruido de medición como $\bar{R}_n = E\{\bar{v}_n \bar{v}_n^T\}$:

$$\begin{aligned}
 \bar{R}_n &= \bar{\alpha}_{0,n}R_n + (1 - \bar{\alpha}_{0,n})\bar{\alpha}_{1,n}R_{n-1} + \cdots + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \bar{\alpha}_{i,n})\bar{\alpha}_{k_n,n}R_{n-k_n} \\
 &\quad + \sum_{j=1}^{k_n} \prod_{i=0}^{j-1} (1 - \bar{\alpha}_{i,n}) \bar{\alpha}_{j,n} H F^{-j} Q_n F^{-jT} H^T + \sum_{j=2}^{k_n} \prod_{i=0}^{j-1} (1 - \bar{\alpha}_{i,n}) \bar{\alpha}_{j,n} \Psi_{j,n-1} + \cdots \\
 &\quad + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \bar{\alpha}_{i,n}) \bar{\alpha}_{k_n,n} \Phi_n, \tag{3.77}
 \end{aligned}$$

donde $\Psi_{j,n-1} = H F^{-j+1} Q_{n-1} (F^{-j+1})^T H^T$ y $\Phi_n = H F^{-1} Q_{n-k_n-1} F^{-T} H^T$.

Para alcanzar una apropiada aplicación de los algoritmos convencionales de estimación, la transformación del modelo del sistema debe asegurar absolutamente las condiciones de operación como señales aleatorias Gaussianas. La solución de de-correlación es planeado a continuación.

3.3.1. De-correlación

Utilizando una derivación similar a la planteada en (3.2) [85, 86] utilizando el método de multiplicador de Lagrange, la forma estándar del modelado de sistemas lineales con aparentes señales de ruido Gaussiano es definida como

$$x_n = \bar{F}_n x_{n-1} + u_n + \zeta_n, \tag{3.78}$$

donde Λ_n es la variable de Lagrange , z_n es el vector de datos, $u_n = \Lambda_n z_n$,

$$\bar{F}_n = F - \Lambda_n (\alpha_{0,n} H + (1 - \alpha_{0,n}) \alpha_{1,n} H F^{-1} + \dots + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \alpha_{i,n}) [\alpha_{k_n,n} H F^{-k_n} + (1 - \alpha_{k_n,n}) H]) F,$$

y el vector de ruido es reescrito como

$$\begin{aligned} \zeta_n = & (I - \Lambda_n (\alpha_{0,n} H + (1 - \alpha_{0,n}) \alpha_{1,n} H F^{-1} + \dots + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \alpha_{i,n}) [\alpha_{k_n,n} H F^{-k_n} \\ & + (1 - \alpha_{k_n,n}) H]) w_n - \Lambda_n (\alpha_{0,n} v_n + (1 - \alpha_{0,n}) \alpha_{1,n} v_{n-1} + \dots + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \alpha_{i,n}) \alpha_{k_n,n} v_{n-k_n} \\ & - \left[\sum_{j=1}^{k_n} \prod_{i=0}^{j-1} (1 - \alpha_{i,n}) \alpha_{j,n} H F^{-j} \right] w_n - \sum_{j=2}^{k_n} \prod_{i=0}^{j-1} (1 - \alpha_{i,n}) \alpha_{j,n} H F^{-j+1} w_{n-1} + \dots \\ & - \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \alpha_{i,n}) \alpha_{k_n,n} H F^{-1} w_{n-k_n-1}), \end{aligned} \quad (3.79)$$

con covarianza $Q_\zeta = E\{\zeta_n \zeta_n^T\}$,

$$\begin{aligned} Q_\zeta = & (I - \bar{\alpha}_{0,n} \Lambda_n H + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \bar{\alpha}_{i,n}) (1 - \bar{\alpha}_{k_n,n}) \Lambda_n H) Q_n (I - \bar{\alpha}_{0,n} \Lambda_n H + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \bar{\alpha}_{i,n}) \\ & \times (1 - \bar{\alpha}_{k_n,n}) \Lambda_n H)^T + \sum_{j=1}^{k_n} \prod_{i=0}^{j-1} (1 - \bar{\alpha}_{i,n}) \bar{\alpha}_{j,n} \Lambda_n \Psi_{j,n} \Lambda_n^T + \dots \\ & + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \bar{\alpha}_{i,n}) \bar{\alpha}_{k_n,n} \Lambda_n \Phi_n \Lambda_n^T + \bar{\alpha}_{0,n} \Lambda_n R_n \Lambda_n^T + (1 - \bar{\alpha}_{0,n}) \bar{\alpha}_{1,n} \Lambda_n R_{n-1} \Lambda_n^T + \dots \\ & + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \bar{\alpha}_{i,n}) \bar{\alpha}_{k_n,n} \Lambda_n R_{n-k_n} \Lambda_n^T. \end{aligned} \quad (3.80)$$

Satisfaciendo la condición de no correlación $E\{\zeta_n \bar{v}_n^T\} = 0$, Λ_n es determinada por

$$\begin{aligned} \Lambda_n = & -Q_n \left[\sum_{j=1}^{k_n} \prod_{i=0}^{j-1} (1 - \bar{\alpha}_{i,n}) \bar{\alpha}_{j,n} H F^{-j} \right]^T \left[\bar{\alpha}_{0,n} R_n + \dots + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \bar{\alpha}_{i,n}) \right. \\ & \left. \times \bar{\alpha}_{k_n,n} R_{n-k_n} + \sum_{j=2}^{k_n} \prod_{i=0}^{j-1} (1 - \bar{\alpha}_{i,n}) \bar{\alpha}_{j,n} \Psi_{j,n} + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \bar{\alpha}_{i,n}) \bar{\alpha}_{k_n,n} \Phi_n \right]^{-1} \end{aligned} \quad (3.81)$$

3.3.2. Algoritmo filtro UFIR para múltiples retraso y perdida de datos

Los algoritmos de estimación basado en modelo como son el filtro Kalman y el filtro UFIR requieren de la apropiada definición del comportamiento físico del sistema para aproximar su resultado a un valor optimo con un mínimo error. En situaciones altamente variables el enfoque robusto del filtro UFIR nos promete un mayor rechazo a valores inciertos de modelado del sistema y mediciones.

Para obtener la estimación \hat{x}_n en el tiempo de muestreo n , a partir de las mediciones del sistema z_n , cumpliremos con la condición de no sesgo $E\{x_n\} = E\{\hat{x}_n\}$ [87] la cual asegurar la mayor tendencia al promedio de los estados del sistema, empleando los siguientes pasos;

Filtro UFIR en forma de lote:

Dado el modelo (3.75) con matrices estacionarias, la estimación en forma de lote para un intervalo de tiempo $[m, n]$ con N muestras, es definida como

$$\hat{x}_n = \mathcal{G}_n \tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T Z_{m,n}, \quad (3.82)$$

donde $Z_{m,n}$ es el vector de observaciones recibidas en el procesador y la ganancia del filtro $K_{UF} = \mathcal{G}_n \tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T$ es calculada a partir de la relación de la ganancia generalizada de potencia del ruido responsable de cancelar el efecto de ruido, $\mathcal{G}_n = (\tilde{\mathcal{C}}_{m,n}^T \tilde{\mathcal{C}}_{m,n})^{-1}$ y

$$C_{m,n} = \begin{bmatrix} \alpha_{0,n} H F^{-N+1} + \dots + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \alpha_{i,n}) [\alpha_{k_n,n} H F^{-k_n-N+1} + (1 - \alpha_{k_n,n}) H F^{-N+1}] \\ \vdots \\ \alpha_{0,n} H F^{-1} + \dots + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \alpha_{i,n}) [\alpha_{k_n,n} H F^{-k_n-1} + (1 - \alpha_{k_n,n}) H F^{-1}] \\ \alpha_{0,n} H + \dots + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \alpha_{i,n}) [\alpha_{k_n,n} H F^{-k_n} + (1 - \alpha_{k_n,n}) H] \end{bmatrix}, \quad (3.83)$$

Para garantizar las ecuaciones previas, el sistema es extendido en el intervalo de muestras de la forma hacia adelante en el tiempo como:

$$\begin{aligned} z_m &= [\alpha_{0,m} H + (1 - \alpha_{0,m}) \alpha_{1,m} H F^{-1} + \dots] x_m + \alpha_{0,m} v_m + (1 - \alpha_{0,m}) \alpha_{1,m} v_{m-1} + \dots \\ &\quad - [(1 - \alpha_{0,m}) \alpha_{1,m} H F^{-1} + \dots] w_m + \dots \\ &= \bar{H}_m x_m + \bar{v}_m \\ z_{m+1} &= \bar{H}_m F x_m + D_m F w_m + \bar{v}_{m+1} \\ &\quad \vdots \\ z_n &= \bar{H}_n \mathcal{F}_n^{m+1} x_m + D_n w_n + D_{n-1} F w_{n-1} + \dots + D_m F_n^{m+1} w_m + \bar{v}_n + \dots, \end{aligned}$$

hasta obtener la estructura compacta conocida como

$$\begin{aligned} X_{m,n} &= F_{m,n}x_m + D_{m,n}W_{m,n}, \\ Z_{m,n} &= C_{m,n}x_m + G_{m,n}W_{m,n} + \bar{V}_{m,n}, \end{aligned} \quad (3.84)$$

donde $X_{m,n} = [x_m^T x_{m+1}^T \dots x_n^T]^T$ y $Y_{m,n} = [y_m^T y_{m+1}^T \dots y_n^T]^T$ son los vectores de estado y mediciones en el intervalo $[m, n]$.

La matrix de covarianza de error $P_n = \{e_n e_n^T\}$ de la estimación en forma de lote es obtenida como

$$P_n = (B_n^{(N)} - \mathcal{H}_{m,n}Z_{m,n})\bar{Q}_{m,n}(B_n^{(N)} - \mathcal{H}_{m,n}Z_{m,n})^T + \mathcal{H}_{m,n}R_{m,n}\mathcal{H}_{m,n}^T, \quad (3.85)$$

donde las matrices de covarianza $\bar{Q}_{m,n}$ y $\bar{R}_{m,n}$ está construida en forma de bloques por las matrices de covarianza conocidas $\bar{Q}_{m,n} = \text{diag}(Q_m Q_{m+1} \dots Q_n)$ and $\bar{R}_{m,n} = \text{diag}(R_m R_{m+1} \dots R_n)$.

Filtro UFIR iterativo: La complejidad computacional del filtro en forma de lote es reducida a través de la forma iterativa. Recuerde que el número de muestras utilizadas para calcular la estimación a priori en forma de lote y la actualización de forma iterativa está definida por el tamaño de N_{opt} , sección (2.5).

Un resumen de las ecuaciones requeridas para lograr la estimación iterativa es presentado a continuación [88],

$$\hat{x}_l^- = F_l \hat{x}_{l-1} + \Lambda_l z_l, \quad (3.86)$$

$$\mathcal{G}_l = [\bar{H}_l^T \bar{H}_l + (F_l \mathcal{G}_{l-1} F_l^T)^{-1}]^{-1}, \quad (3.87)$$

$$\hat{x}_l = \hat{x}_l^- + \mathcal{G}_l \bar{H}_l^T (z_l - \bar{H}_l \hat{x}_l^-), \quad (3.88)$$

donde l es la variable iterativa que cambia de $s + 1$ a n , donde $s = n - N + K$.

Un marco general de las ecuaciones derivadas del filtro UFIR para alcanzar una estimación robusta considerando sistemas inciertos con mediciones altamente perturbadas con múltiples retrasos y la perdida de datos es enlistado en el algoritmo (5)

Adicionalmente, La matriz de covarianza de error $P_n = \{e_n e_n^T\}$ de la estimación UFIR iterativo es obtenida como [88]

$$P_n = (I - \mathcal{G}_n \bar{H}_n^T \bar{H}_n)(A_n P_{n-1} A_n^T - D_n Q_n D_n^T)(I - \mathcal{G}_n \bar{H}_n^T \bar{H}_n)^T + \mathcal{G}_n \bar{H}_n^T \bar{R}_n \bar{H}_n \mathcal{G}_n^T, \quad (3.89)$$

Algorithm 5: Algoritmo UFIR para múltiples pasos de retraso y pérdida de datos.

Data: $y_n, \bar{\alpha}_{0,n}, \dots, \bar{\alpha}_{k_n,n}, N = N_{\text{opt}}, \kappa_n$

Result: \hat{x}_n

begin

for $n = N - 1 : \infty$ **do**

$m = n - N + 1, \quad s = n - N + K;$

$\bar{H}_n = \bar{\alpha}_0 H + (1 - \bar{\alpha}_0) \bar{\alpha}_1 H F^{-1} + \dots + \prod_{i=0}^{k_n-1} (1 - \bar{\alpha}_i) \bar{\alpha}_{k_n} H F^{-k_n} +$
 $(1 - \bar{\alpha}_i) (1 - \bar{\alpha}_{k_n}) H;$

$\mathcal{G}_s = (\tilde{\mathcal{C}}_{m,s}^T \tilde{\mathcal{C}}_{m,s})^{-1};$

$\tilde{x}_s = \mathcal{G}_s \tilde{\mathcal{C}}_{m,s}^T Z_{m,s};$

for $l = s + 1 : n$ **do**

$\tilde{x}_l^- = F_l \tilde{x}_{l-1};$

$\mathcal{G}_l = [\bar{H}_l^T \bar{H}_l + (F_l \mathcal{G}_{l-1} f_l^T)^{-1}]^{-1};$

$K_l^U = \mathcal{G}_l \bar{H}_l^T;$

$\tilde{x}_l = \tilde{x}_l^- + K_l^U (z_l - \bar{H}_l \tilde{x}_l^-);$

$\hat{x}_n = \tilde{x}_n;$

note que las matrices de covarianza P_n no son requeridas para l implementación del filtro UFIR, pero son presentadas de manera adicional para posteriores tratamientos con el fin de reducir el error de estimación.

3.4. Mediciones inciertas con retrasos aleatorios de 1-paso de muestreo y ruido correlacionado.

Una de las hipótesis generales cuando hablamos de diseño de algoritmos de estimación consiste en considerar que la función de densidad de las señales del sistema, tanto los estados como las señales de ruido siempre son Gaussianas. Sin embargo, esto no es del todo cierto en la práctica. Cuando la medición de múltiples sensores o el funcionamiento de componentes del sistema es impactada por fallos o errores que son difíciles de describir y modelar apropiadamente a través de distribuciones y covarianzas del proceso, generalmente existen dos métodos para simbolizar estas situaciones. El primer método consiste en el ruido coloreado o correlacionado; específicamente este enfoque está dirigido especialmente a todas aquellas fuentes de interferencias o perturbaciones que perjudican en una limitada frecuencia a las variables internas o externas del sistema [89]. El segundo método hace referencia a todas aquellas incertidumbres que perjudican la dinámica de un proceso a través de matrices inciertas delimitadas que dependen de la evolución de los parámetros y de las variables del

sistema [90].

Bajo estas circunstancias de operación, aplicar las técnicas clásicas de estimación se vuelve un verdadero desafío y por lo tanto debemos depender de métodos numéricos que nos aproximen a una solución funcional. Recientemente, con el fin de solucionar estos problemas, la investigación de la influencia de estos esquemas para construir un efectivo diagnóstico sobre la confiabilidad de los sistemas de redes ha crecido considerablemente. En [91] una categoría especial del filtro Kalman es propuesto para sistemas lineales para mediciones censuradas, errores intermitentes y ruidos de medición multiplicativos correlacionados en el tiempo bajo transmisiones de canales redundantes, en [92] el problema de filtrado distribuido es propuesto para problemas de transmisión de datos que se debilitan por la influencia de la congestión de las redes produciendo retrasos aleatorios y ruidos correlacionados. Un amplio rango de fallos en sistemas de redes de múltiples sensores es analizado en [76] abarcando el problema de ruido multiplicativo, retrasos aleatorios de 2-pasos de muestreo y matrices de covarianza inciertas a través del filtro Kalman. Aplicaciones altamente eficientes como la localización de un objetivo es mejorada en [93] utilizando un estimador insesgado donde se consideran los errores que se producen no solo en los dispositivos de medición si no también en ambientes de ruido multiplicativo. Otras técnicas con condiciones similares de operación han sido manejadas a través de técnicas como filtros lineales con una estabilidad por un error mínimo cuadrático medio [94] o filtros H_∞ [95] .

Dentro de esta amplia gama de trabajos de investigación diversas combinaciones de los problemas de fallos en mediciones e incertidumbre en las fuentes de ruido en base al criterio de incidencia del ruido multiplicativo y correlacionado de manera independientemente o simultánea es considerada. En esta sección el problema de ruidos multiplicativos y ruido correlacionado , así como también fallos en las mediciones como retrasos aleatorios de 1 paso de muestreo será investigado bajo el criterio de estimación del filtro UFIR [96].

Considere que un sistema lineal en el tiempo discreto con ruido multiplicativo es escrito como:

$$x_n = (F + \check{F}_s \delta_n) x_{n-1} + w_n, \quad (3.90)$$

$$y_n = H x_n + v_n, \quad (3.91)$$

donde la matriz \check{F}_s corresponden a la divergencia de los estados del sistema con respecto a su valor natural, δ_n es la variable aleatoria definido como ruido blanco Gaussiano independientes, con propiedades de media cero y no correlacionadas. $F \in \mathbb{R}^{K \times K}$ y $H \in \mathbb{R}^{K \times M}$ son las matrices de la dinámica del sistema; para un fácil desarrollo estas matrices son consideradas escalares y conocidas para cada tiempo de muestreo.

Adicionalmente, los procesos de ruido de modelado y medición, w_n y v_n , son considerados ruido blanco Gaussiano y ruido coloreado respectivamente

$$v_n = \psi v_{n-1} + \varepsilon_n, \quad (3.92)$$

con covarianzas $Q = E\{w_n w_n^T\} \in \mathbb{R}^{K \times K}$ y $R = E\{\varepsilon_n \varepsilon_n^T\} \in \mathbb{R}^{M \times M}$; ε_n es ruido blanco no correlcionado $E\{w_n \varepsilon_k^T\} = 0$. Finalmente, asumiendo una señal de observación con muestras retrasadas, esta ecuación es definida por:

$$z_n = \alpha_n y_n + (1 - \alpha_n) y_{n-1}, \quad (3.93)$$

donde α_n es la variable aleatoria de Bernoulli encargada de denotar la posibilidad de recibir muestras retrasadas con probabilidad $\mathcal{P}\{\alpha_n = 1\} = \bar{\alpha}$ y $\mathcal{P}\{\alpha_n = 0\} = 1 - \bar{\alpha}$, donde $0 \leq \alpha \leq 1$. Si $\alpha_n = 1$ una transmisión correcta es considerada obteniendo una observación $z_n = y_n$; por lo contrario si $\alpha_n = 0$ la observación recibe una muestra retrasada, correspondiente al paso anterior como $z_n = y_{n-1}$. Ahora, el problema consiste en aplicar técnicas de transformación para formular un sistema matemáticamente equivalente con una estructura convencional al modelo original del sistema y toda la información de las fuentes de ruido como:

$$x_n = F x_{n-1} + \bar{w}_n, \quad (3.94)$$

$$z_n = \bar{H}_n x_n + \bar{v}_n, \quad (3.95)$$

donde la matriz de la dinámica de las observaciones del sistema y sus equivalentes señales de ruido son definidos por

$$\bar{H}_n = \alpha_n H + (1 - \alpha_n) H F^{-1}, \quad (3.96)$$

$$\bar{w}_n = F_s \delta_n x_{n-1} + w_n, \quad (3.97)$$

$$\bar{v}_n = -(1 - \alpha_n) H F^{-1} F_s \delta_n x_{n-1} - (1 - \alpha_n) H F^{-1} w_n + \alpha_n v_n + (1 - \alpha_n) v_{n-1}, \quad (3.98)$$

donde las propiedades de covarianza de las señales de ruido son definidas por

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\bar{v}_n \bar{v}_n^T\} &= (1 - \bar{\alpha}) H F^{-1} F_s \bar{X}_{n-1} F_s^T F^{-T} H^T + (1 - \bar{\alpha}) H F^{-1} Q_n F^{-T} H^T \\ &\quad + \bar{\alpha} R_n + (1 - \bar{\alpha}) R_{n-1}, \end{aligned}$$

$$\mathbb{E}\{\bar{w}_n \bar{w}_n^T\} = F_s \bar{X}_{n-1} F_s^T + Q_n,$$

En base a la relación de las variables de ruido y las variables de estado del sistema una nueva definición de covarianza es introducido, considerando especialmente que $\mathbb{E}\{x_n \delta_n^T\} = 0$

$$\begin{aligned} \bar{X}_n &= \mathbb{E}\{x_n x_n^T\} \\ &= \mathbb{E}\{(F x_{n-1} + F_s \delta_n x_{n-1} + w_n) (F x_{n-1} + F_s \delta_n x_{n-1} + w_n)^T\} \\ &= F \mathbb{E}\{x_{n-1} x_{n-1}^T\} F^T + F_s \mathbb{E}\{x_{n-1} x_{n-1}^T\} F_s^T + \mathbb{E}\{w_n w_n^T\} \\ &= F \bar{X}_{n-1} F^T + F_s \bar{X}_{n-1} F_s^T + Q_n, \end{aligned} \quad (3.99)$$

De acuerdo con [20], existen principalmente dos métodos para mitigar la influencia del ruido coloreado en la señal de observación. La técnica de sistema aumentado o el enfoque de la diferencia de medición. Considerando el segundo enfoque debido a su versatilidad y sencillas de implementación una ecuación auxiliar de la observación del sistema está dada por

$$\tilde{z}_n = z_n - \psi z_{n-1}, \quad (3.100)$$

Reemplazando la ecuación 3.95 y combinado la definición de las variables de estado atrás en el tiempo $x_{n-1} = F^{-1}x_n - F^{-1}(F_s\delta_n x_{n-1} + w_n)$, un nuevo equivalente de la señal de observación es definida por la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} \tilde{z}_n &= (\bar{H}_n x_n + \bar{v}_n) - \psi(\bar{H}_{n-1} x_{n-1} + \bar{v}_{n-1}) \\ &= ((\alpha_n H + (1 - \alpha_n) H F^{-1}) - \psi(\alpha_n H + (1 - \alpha_n) H F^{-1}) F^{-1}) x_n - ((1 - \alpha_n) H F^{-1} \\ &\quad - \psi(\alpha_n H + (1 - \alpha_n) H F^{-1}) F^{-1}) F_s \delta_n x_{n-1} + \psi(1 - \alpha_n) H F^{-1} F_s \delta_n x_{n-2} \\ &\quad - ((1 - \alpha_n) H F^{-1} - \psi(\alpha_n H + (1 - \alpha_n) H F^{-1}) F^{-1}) w_n \\ &\quad + \psi(1 - \alpha_n) H F^{-1} w_{n-1} + \alpha_n \varepsilon_n + (1 - \alpha_n) \varepsilon_{n-1}, \end{aligned} \quad (3.101)$$

$$\tilde{z}_n = \bar{D}_n x_n + \bar{v}_n, \quad (3.102)$$

Donde la matriz de observación \bar{D}_n y el equivalente de ruido de medición son definidos por

$$\bar{D}_n = \alpha_n H + (1 - \alpha_n) H F^{-1} - \alpha_n \psi H F^{-1} - (1 - \alpha_n) \psi H F^{-2}, \quad (3.103)$$

$$\begin{aligned} \tilde{v}_n &= \alpha_n \varepsilon_n + (1 - \alpha_n) \varepsilon_{n-1} - ((1 - \alpha_n) H F^{-1} - \psi(\alpha_n H + (1 - \alpha_n) H F^{-1}) F^{-1}) \\ &\quad \times F_s \delta_n x_{n-1} + \psi(1 - \alpha_n) H F^{-1} F_s \delta_n x_{n-2} - ((1 - \alpha_n) H F^{-1} - \psi(\alpha_n H \\ &\quad + (1 - \alpha_n) H F^{-1}) F^{-1}) w_n + \psi(1 - \alpha_n) H F^{-1} w_{n-1}, \end{aligned} \quad (3.104)$$

La auto relación de las variables de ruido de medición es calculada como $\mathbb{E}\{\tilde{v}_n \tilde{v}_n^T\} = \tilde{R}_n$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_n &= \bar{\alpha} R_n + (1 - \bar{\alpha}) R_{n-1} + ((1 - \bar{\alpha}) + \bar{\alpha} \psi) H F^{-1} F_s \bar{X}_{n-1} F_s^T F^{-T} H^T \\ &\quad + (1 - \bar{\alpha}) \psi H F^{-2} F_s \bar{X}_{n-1} F_s^T F^{-2T} H^T + (1 - \bar{\alpha}) \psi H F^{-1} F_s \bar{X}_{n-2} F_s^T F^{-T} H^T \\ &\quad + ((1 - \bar{\alpha}) + \bar{\alpha} \psi) H F^{-1} Q_n F^{-T} H^T + (1 - \bar{\alpha}) \psi H F^{-2} Q_n F^{-2T} H^T \\ &\quad + (1 - \bar{\alpha}) \psi H F^{-1} Q_{n-1} F^{-T} H^T, \end{aligned} \quad (3.105)$$

A continuación, el problema de de-correlación es planteado con el objetivo de contrarrestar la relación del nuevo modelo del sistema propuesto con las variables originales de ruido como

$$\mathbb{E}\{\tilde{v}_n w_n^T\} = ((1 - \bar{\alpha}) + \bar{\alpha} \psi) H F^{-1} Q_n F^{-T} H^T + (1 - \bar{\alpha}) \psi H F^{-2} Q_n F^{-2T} H^T,$$

De-correlacion de \tilde{v}_n y w_n

De acuerdo con [85, 86] utilizando la metodología del multiplicador de Lagrange, el modelo del sistema puede ser reescrito como

$$x_n = \bar{F}_n x_{n-1} + u_n + \zeta_n, \quad (3.106)$$

donde z_n es el vector de datos de medición, $\bar{F}_n = (I - \Lambda_n \bar{D}_n)F$, $u_n = \Lambda_n z_n$, y

$$\zeta_n = (I - \Lambda_n \bar{D}_n)\bar{w}_n - \Lambda_n \bar{v}_n + (I - \Lambda_n \bar{D}_n)F_s \delta_n x_{n-1}, \quad (3.107)$$

considerando ζ_n como ruido blanco Gaussiano $\sim \mathcal{N}(0, Q_\zeta) \in \mathbb{R}^K$, la propiedad de covarianza y no correlación $Q_\zeta = E\{\zeta_n \zeta_n^T\}$, definen la variable de multiplicador de Lagrange Λ_n como

$$\begin{aligned} Q_\zeta = & Q_n - \bar{\alpha} Q_n H^T \Lambda_n^T - \bar{\alpha} \Lambda_n H Q_n + \bar{\alpha} \Lambda_n H Q_n H^T \Lambda_n^T + (1 - \bar{\alpha}) \psi \Lambda_n H F^{-1} Q_{n-1} F^{-T} H^T \Lambda_n^T \\ & + F_s \bar{X}_{n-1} F_s^T - \bar{\alpha} F_s \bar{X}_{n-1} F_s^T H^T \Lambda_n^T - \bar{\alpha} \Lambda_n H F_s \bar{X}_{n-1} F_s^T + \bar{\alpha} \Lambda_n H F_s \bar{X}_{n-1} F_s^T H^T \Lambda_n^T \\ & + (1 - \bar{\alpha}) \psi \Lambda_n H F^{-1} F_s \bar{X}_{n-2} F_s^T F^{-T} H^T \Lambda_n^T + \bar{\alpha} \Lambda_n R_n \Lambda_n^T + (1 - \bar{\alpha}) \Lambda_n R_n \Lambda_n^T, \end{aligned} \quad (3.108)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_n = & [Q_n (\psi (\bar{\alpha} H F^{-1} + (1 - \bar{\alpha}) H F^{-2}) - (1 - \bar{\alpha}) H F^{-1})^T + F_s \bar{X}_{n-1} F_s^T (\psi (\bar{\alpha} H F^{-1} \\ & + (1 - \bar{\alpha}) H F^{-2}) - (1 - \bar{\alpha}) H F^{-1})^T] [\bar{\alpha} \psi H Q_n H^T F^{-T} \\ & + (1 - \bar{\alpha}) \psi H F^{-1} Q_{n-1} F^{-T} H^T + \bar{\alpha} \psi H F_s \bar{X}_{n-1} F_s^T H^T F^{-T} \\ & + (1 - \bar{\alpha}) \psi H F^{-1} F_s \bar{X}_{n-2} F_s^T F^{-T} H^T - \bar{\alpha} R_n - (1 - \bar{\alpha}) R_n]^{-1}. \end{aligned} \quad (3.109)$$

Dado el modelo del sistema, el filtro UFIR puede ser desarrollado como sigue.

Algorithm 6: Algoritmo UFIR para muestras retrasadas en 1-paso de muestreo y ruido correlacionado

Data: $y_n, \bar{\alpha}_n, N = N_{\text{opt}}$

Result: \hat{x}_n

begin

for $n = N - 1 : \infty$ **do**

$m = n - N + 1, \quad s = n - N + K;$

$\bar{D} = \alpha_n H + (1 - \alpha_n) HF^{-1} - \alpha_n \psi HF^{-1} - (1 - \alpha_n) \psi HF^{-2};$

 Convert y_n to z_n ;

 Compute Λ_n ;

$\mathcal{G}_s = (\tilde{\mathcal{C}}_{m,s}^T \tilde{\mathcal{C}}_{m,s})^{-1};$

$\tilde{x}_s = \mathcal{G}_s \tilde{\mathcal{C}}_{m,s}^T (Z_{m,s} - L_{m,s} U_{m,s}) + S_s^{(N)} U_{m,s};$

for $l = s + 1 : n$ **do**

$\tilde{x}_l^- = A_l \tilde{x}_{l-1} + \Lambda_l z_l;$

$\mathcal{G}_l = [\bar{D}^T \bar{D} + (A_l \mathcal{G}_{l-1} A_l^T)^{-1}]^{-1};$

$K_l^U = \mathcal{G}_l \bar{D}^T;$

$\tilde{x}_l = \tilde{x}_l^- + K_l^U (z_l - \bar{D} \tilde{x}_l^-);$

$\hat{x}_n = \tilde{x}_n;$

Capítulo 4

Resultados

Actualmente, los sistemas de redes de sensores han tenido un gran potencial integrando sus cualidades en diversos campos y aplicaciones. El monitoreo de un objetivo se ha categorizado como una de las aplicaciones más utilizadas en la exploración de condiciones ambientales y control de procesos; por lo tanto, debido a su gran importancia, el estudio e investigación de detección de fallos y compensación a estos problemas ha crecido en los últimos años. Con la finalidad de ilustrar los resultados obtenidos en las secciones anteriores en el desarrollo de este trabajo de investigación, un ejemplo de un sistema de seguimiento de un vehículo será utilizado para evaluar la eficiencia de las metodologías de estimación propuestas. Un sistema similar al esquema de la figura 4.1 será empleado para simular el comportamiento de los datos, donde un diseño de red centralizado envía las mediciones disponibles tomada por los sensores a través de los nodos hasta un único nodo de procesamiento donde finalmente el actuador procesa y toma decisiones sobre las iteraciones del proceso.

Para obtener una aplicación realista, asumimos que las mediciones de posicionamiento GPS en coordenadas de longitud y latitud del vehículo pertenecen a bases de datos reales tomados de fuentes de libre acceso otorgados por la universidad de Illinois [97] y por el proyecto de servicio de seguimiento social de localización [98]. Información sobre las características de las trayectorias de los vehículos que viajan en la ciudad de Chicago y Beijing respectivamente, son utilizadas para el diseño de los algoritmos de estimación. Aunque existen limitadas especificaciones de los datos estadísticos de ruido en cada experimento algunas suposiciones sobre el comportamiento básico de la estadística de estas aplicaciones serán considerados para complementar la información requerida.

El objetivo de esta sección consiste en exponer la capacidad del algoritmo de estimación UFIR para determinar los estados de un sistema ante diferentes escenarios de fallos de mediciones y examinar la repercusión de los modelos implementados para

reducir el impacto de estos problemas. La simulación de adicionales algoritmos de estimación como el filtro Kalman y H_∞ son empleados para verificar, contrastar y concluir el alcance de la metodología propuesta. El software Matlab se utilizó para desarrollar estas técnicas de estimación.

4.0.1. Metodología de las pruebas

diferentes niveles de fallos e incertidumbre en las mediciones y modelado del sistema los cuales han sido estudiados en el capítulo anterior serán evaluados en esta sección valorando los datos reales del seguimiento de un vehículo a través de redes de sensores. los diferentes niveles de daños en las mediciones fueron obtenidos modificando la señal real de acuerdo con los diferentes casos:

- Mediciones con retrasos determinísticos en k_n pasos de muestreo conocidos y posibles pérdida de datos.
- Mediciones con retrasos aleatorios y múltiple envío de datos.
- Mediciones con retrasos aleatorios y pérdida de datos.
- Mediciones altamente contaminadas con procesos de ruido correlacionado, y retrasos aleatorios

Algunos parámetros generales sobre el funcionamiento del sistema son establecidos a continuación:

- Modelado: en esta sección la definición de las matrices que representan la dinámica del sistema en el modelo en espacio de estados es especificado. Para investigar, la aplicación de posicionamiento de un vehículo, supondremos un sistema lineal con cuatro variables de estado como $x_n = [x_{1n} \ x_{2n} \ x_{3n} \ x_{4n}]^T$, donde $x_{1n} = x_n$, $x_{2n} = x'_n$, $x_{3n} = y_n$, y $x_{4n} = y'_n$. Para describir estas asignaciones, suponemos que podemos medir la distancia del movimiento del vehículo en dos coordenadas norte y_n y este x en el tiempo discreto n con una velocidad constante x'_n, y'_n . La aplicación de seguimiento de un vehiculo esta modelado de acuerdo a las propiedades cinematicas del movimiento uniforme del objeto, definido por las siguientes ecuaciones,

$$\begin{aligned} d_t &= d_0 + v_t t + a_t t^2 / 2, \\ v_t &= v_0 + a_t t, \end{aligned}$$

Considerando el metodo estandar de Euler, el anterior sistema de escuaciones en el tiempo es transformado a un tiempo discreto con un muestreo de $\tau = t_n - t_{n-1}$ como:

$$\begin{aligned} d_n &= d_{n-1} + v_n\tau + a_n\tau^2/2, \\ v_n &= v_{n-1} + a_n\tau, \end{aligned}$$

donde, asumiendo un modelo en espacio de estados con un vector de estados como $x_n = [d_1 d_2 v_1 v_2]$ si $x_1 = d_1$ y $x_2 = d_2$ es el desplazamiento en dos direcciones y $x_3 = v_1$ y $x_4 = v_2$ es la velocidad en dos direcciones con una aceleracion desconocida obtenemos

$$X_n = \begin{bmatrix} 1 & \tau & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \tau \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,n-1} \\ x_{2,n-1} \\ x_{3,n-1} \\ x_{4,n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau^2 \\ \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{1,n} \\ w_{2,n} \end{bmatrix},$$

donde $w_{1,n}$ es el erro aleatorio de la distancia del vehículo, $w_{2,n}$ es el error de la velocidad del vehículo, las matrices transitorias son definidas como:

$$F = \begin{bmatrix} 1 & \tau & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \tau \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Matrices de covarianza: con el fin facilitar la asignación de matrices de covarianza del sistema, en muchas aplicaciones se asume que los factores de ajuste pertenecen a un proceso estacionario, lo cual puede ser un enfoque conveniente según la dinámica del proceso. Seleccionar apropiadamente los valores de covarianza es una gran habilidad, ya que Q permiten reducir el ruido de las señales y obtener una mejor aproximación de los estados, pero grandes valores de Q aumenta el sesgo de la señal aumentado el error, y por lo contrario, valores pequeños de Q aporta un menor efecto a variaciones o fases transitorias del sistema. En este caso, teniendo una información limitada sobre los procesos de ruido en las bases de datos, para el desarrollo de estos algoritmos supondremos que bajo la observación de las trayectorias del vehículo, este viaja con un promedio de velocidad entre $10m/s$ y $36m/s$; aceptando que la desviación estándar de estas señales es de un 20%, asignamos $\sigma_{2w} = 1.5 m/s$ e ignoramos el ruido desconocido a lo largo de las dos coordenadas de la distancia asignando $\sigma_{1w} = 0 m$. En consecuencia, la matriz de covarianza definida para el sistema es:

$$Q = \sigma_{w2}^2 \begin{bmatrix} \frac{\tau^2}{4} & \frac{\tau}{2} & 0 & 0 \\ \frac{\tau}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\tau^2}{4} & \frac{\tau}{2} \\ 0 & 0 & \frac{\tau}{2} & 1 \end{bmatrix}.$$

Adicionalmente, conocemos que el servicio de posicionamiento de GPS otorga una navegación estándar con un rango de error menor a 15 m, con la probabilidad de 96 % de exactitud. Referido a esta información la desviación estándar del ruido de medición en cada una de las direcciones es asignado $\sigma_v = 3.75$ m y una matriz de covarianza de ruido como:

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_v^2 & 0 \\ 0 & \sigma_v^2 \end{bmatrix}.$$

Recuerde que, para la aplicación del filtro H_∞ consideraremos la misma asignación de las matrices de covarianza; por lo tanto, obtendremos que $\check{Q} = Q$ y $\check{R} = R$.

- Variables de ajuste: uno de los principales objetivos en cada uno de los algoritmos es minimizar el error de estimación y asegurar el mejor funcionamiento a partir de este parámetro. En el caso de las técnicas de filtro H_∞ y filtro UFIR, existen parámetros de sintonización que nos permiten adaptar el valor de error cuadrático medio hasta tender a un valor mínimo. La determinación de estos parámetros de sintonización puede ser una tarea difícil en algunos algoritmos, ya que su precisión es importante. Para el algoritmo UFIR el enfoque de minimizar el error de estimación es alcanzado a partir de la sintonización del parámetro de número de muestras N_{opt} que son utilizadas en el horizonte de procesamiento. Este valor es calculado por el siguiente problema de optimización donde la covarianza del error es reducida.

$$N_{opt} = \arg \min_N [\text{tr} P_n(N)].$$

El cálculo de este parámetro requiere un menor esfuerzo comparado con la precisión requerida en los parámetros de covarianza del filtro Kalman. Para minimizar el MSE en el filtro H_∞ la sintonización del parámetro θ , es requerido. Seleccionar apropiadamente el valor óptimo de θ_{opt} requiere práctica ya que demuestra un comportamiento altamente sensible a las condiciones de operación del sistema. Valores inadecuados de θ , puede producir la divergencia del sistema o la anulación de la robustez del algoritmo a largos errores. N_{opt} y θ_{opt} serán definidos para cada uno de los modelos que analizados a continuación.

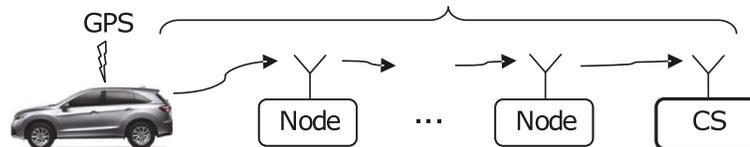


Figura 4.1. Seguimiento de un vehículo con mediciones de coordenadas GPS enviadas a través de redes de sensores hasta una estación central de procesamiento.

4.1. Seguimiento de un vehículo bajo mediciones con retrasos determinísticos y pérdida de datos

El objetivo de esta sección consiste en reconstruir la trayectoria de un vehículo cuyas mediciones son afectadas por variaciones en los canales de comunicación y perturbaciones ocasionando retrasos constantes en la señal recibida y posibles pérdidas de datos. Los retrasos constantes en un número de muestras conocidos consiste en el caso más sencillo de pérdida de datos según la teoría presentada en la sección (3.1). En el funcionamiento de este experimento asumiremos que el vehículo recorrerá una trayectoria como se muestra en la figura (4.2); la cual es medida por el sistema de redes de sensores del experimento de seguimiento de la universidad de Illinois con una cantidad de muestras de 858 puntos. Posteriormente, esta señal es enviada hasta un centro de procesamiento donde las muestras reflejan un retraso constante de 3-pasos de muestreo $k_n = 3$. Los resultados de esta sección se presentarán en tres partes:

- Análisis de la importancia de mediciones retrasadas para la eficiencia de los algoritmos de estimación.
- Estimación de estados considerando las variaciones de modelado.
- Análisis de pérdida de datos y predicciones

Para el desarrollo de esta sección, asumiremos que la señal de observación es modelada matemáticamente como (3.2) donde las matrices de transición de la dinámica del sistema y las matrices de covarianza toman los valores definidos previamente.

4.1.1. Efecto de retraso en la eficiencia de la estimación

Co el fin de comprobar la teoría de estimación de estados propuesto, un análisis inicial del efecto de los retrasos en las mediciones para la estimación de estados cuando utilizamos técnicas de procesamiento tradicionales es mostrado en la figura (4.3). Aquí, se puede observar el incremento del error de estimación en RMSE producido por los filtros Kalman, $UFIR$ y H_∞ cuando las mediciones recibidas para su procesamiento no son correctas y su variación aumenta proporcionalmente al incremento de muestras retrasadas k_n . Las técnicas clásicas de estimación no tienen la capacidad de reducir el error que se introduce en las mediciones incrementando la varianza de la estimación con respecto a la trayectoria actual o correcta. Adicionalmente a esta conclusión, la propiedad de robustez de las técnicas de $UFIR$ y H_∞ a variaciones del modelo del sistema puede ser evaluado a partir del diseño del parámetro de sintonización de cada técnica, N_{opt} y θ_{opt} respectivamente. Una primera deducción del filtro Kalman

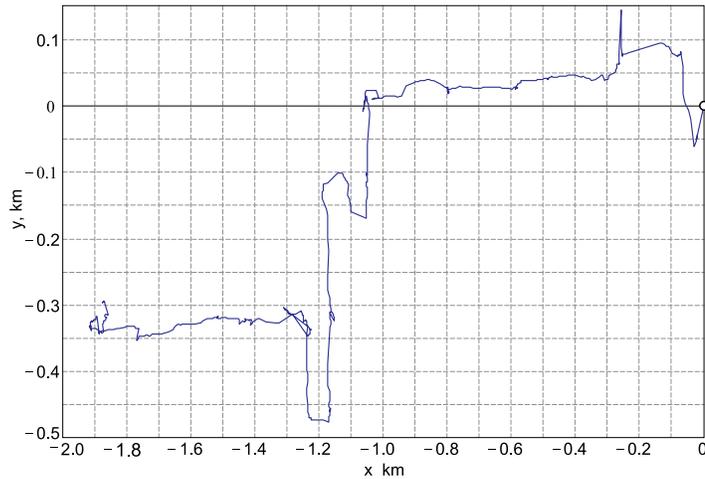


Figura 4.2. Medición de la trayectoria de un vehículo utilizando coordenadas GPS en el norte y y este x.

es apreciada en la línea azul, donde no se puede obtener una mayor reducción del error RMSE a la propuesta naturalmente por su diseño, ya que esta teoría no provee mayor robustez ante variaciones. Para el filtro H_∞ observamos que un apropiado diseño de θ_n puede generar una reducción de las variaciones del sistema, sin embargo esta reducción no es absoluta y el error RMSE sigue aumentando según el número de retrasos $k_n > 0$, lo que demanda una mejor interpretación del comportamiento del sistema. Una alta sensibilidad a la variación de θ_n es una de los cruciales problemas del filtro H_∞ . En base a la teoría del filtro H_∞ diversos valores de θ_n fueron encontrados de acuerdo al las muestras retrasadas obteniendo valores de 1.8×10^{-2} para $k = 0$ o 1.066×10^{-6} para $k = 10$, lo cual puede dificultar una implementación general del algoritmo. En la línea azul punteada se observa el error RMS del filtro H_∞ cuando un valor de $\theta_n = 7.1 \times 10^{-4}$ encontrado para $k = 2$ es aplicado en todo el rango k_n ; como se observa para $k < 2$ un mejor desempeño que el filtro KF es alcanzado; sin embargo, cuando $k_n > 2$ la respuesta del filtro diverge rápidamente.

Similarmente, el filtro UFIR tiene la capacidad de reducir el error de estimación cuando el horizonte de procesamiento toma un valor óptimo N_{opt} . En la línea roja sólida diversos valores de N_{opt} calculados de acuerdo a k_n fueron aplicados, asignado $N_n = 5$ durante $0 \leq k \leq 4$, $N_n = 6$ durante $5 \leq k \leq 6$, hasta $N_n = 7$ durante $7 \leq k \leq 10$; la reducción del error RMSE es observado con respecto a la respuesta del filtro KF pero igual que el filtro H_∞ no es posible reducir en su totalidad el efecto de los retrasos. En la línea magenta discontinua un valor constante de $N_n = 5$ es asignado para todo el rango de retrasos $0 \leq k \leq 10$, obteniendo que el algoritmo produce un nivel de error un poco mayor que el filtro robusto H_∞ pero con una menor sensibilidad en el diseño de su parámetro de sintonización a las variaciones de k_n , por lo tanto una mejor aplicación puede ser obtenida.

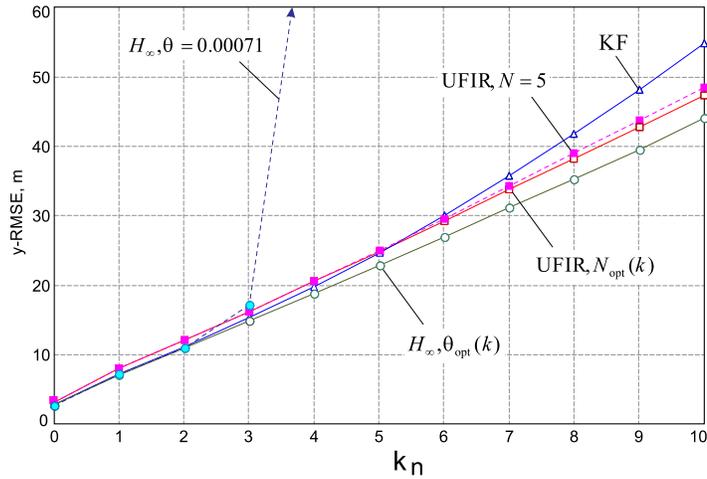


Figura 4.3. Efecto de los pasos de retrasos k_n en la minimización del error de estimación por el filtro UFIR, Kalman y H_∞ .

4.1.2. Seguimiento sobre mediciones retrasadas en $k_n = 3$

En esta sección el análisis de la respuesta de estimación de los tres algoritmos Kalman, UFIR y H_∞ es presentado analizando la variable de distancia en la trayectoria del vehículo. Los resultados obtenidos son comparados con la señal actual (o real) de la trayectoria la cual consiste en la medición original antes de ser enviada por la red de sensores. El objetivo de los tres algoritmos es determinar la verdadera trayectoria en base a mediciones con fallos, perturbaciones y contaminada por ruido.

- Seguimiento en la dirección norte: en la figura (4.4) se puede observar la estimación de la trayectoria del vehículo obtenida por los tres algoritmos. Una trayectoria no lineal con algunos cambios rápidos es utilizada para determinar el mejor alcance de los tres algoritmos, en base a esto observamos que se producen estimaciones consistentes con diferencias difícil de reconocer cuando el vehículo viaja con una velocidad constante sin grandes variaciones $140 \leq n \leq 200$; sin embargo, cuando la velocidad del vehículo cambia, la distancia de la trayectoria varía $80 \leq n \leq 100$, $340 \leq n \leq 360$ produciendo que los filtros pierden temporalmente la habilidad de seguir la trayectoria correcta, lo cual produce un incremento en el error de estimación. Recordemos que las matrices de covarianza son las encargadas de compensar estas variaciones, un menor valor de sobre pico o tiempo de amortiguamiento en la respuesta transitoria es obtenido de acuerdo con los valores asignados. En el caso el filtro Kalman, una menor excursión, pero mayor tiempo de amortiguamiento es observado. En el filtro H_∞ una excursión un poco mas grande, peor un menor tiempo de amortiguamiento es obtenido comparado con KF. La respuesta de estos dos algoritmos depende por completo de las estadísticas de ruido del sistema, un mejor ajuste de estas matrices requiero un mayor esfuerzo

y experiencia en el sistema, el filtro logra mejorar estas variaciones produciendo un mínimo error. Por otra parte, el filtro UFIR quien no depende de información de las estadísticas de ruido, aunque produce una mayor excursión el tiempo de convergencia es mayor que los otros algoritmos, lo cual es una cualidad importante es esta clase de aplicaciones de monitoreo y seguimiento.

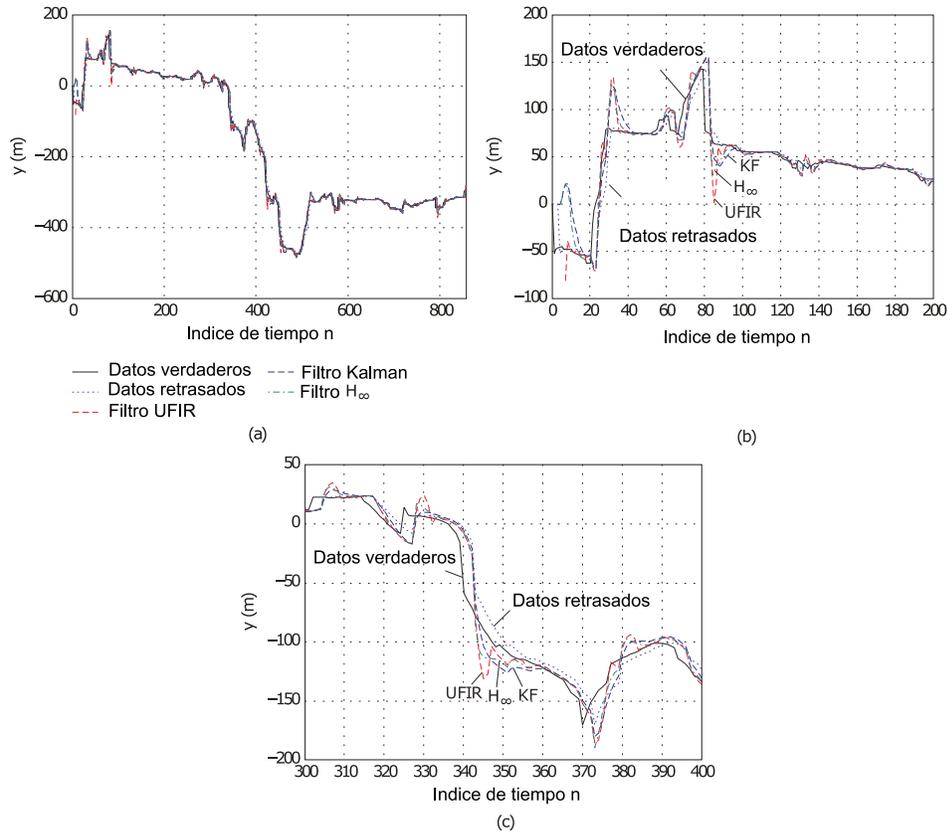


Figura 4.4. Seguimiento de la trayectoria en la dirección norte y para un retraso de tres pasos de muestreo $k = 3$ con el filtro UFIR ($N_{opt} = 5$), KF, and H_∞ : (a) escala de tiempo completa, (b) acercamiento en $0 \leq n \leq 200$, y (c) $300 \leq n \leq 400$.

- Seguimiento en la dirección Este: un comportamiento similar al seguimiento en la dirección norte es observado en el seguimiento del vehículo en la dirección este en la figura (4.5). la capacidad de los tres estimadores para filtrar y determinar el comportamiento real de la distancia de la trayectoria recorrida por el vehículo es observada a pesar de tener mediciones fallidas y contaminadas con ruido. Aunque tal vez poca trascendencia es observado en este ejemplo cuando el número de muestras retrasadas aumenta, como observamos en la figura (4.3) el error de estimación incrementa reduciendo la efectividad de los algoritmos, en este caso a pesar del incremento de k_n un comportamiento similar a la figura (4.5) es alcanzada, tendiendo la estimación a las mediciones actuales. El tiempo de suavizamiento que requiere el estimador para converger a un mínimo erro establece

la capacidad del algoritmo para reducir la varianza de la estimación lo cual lo hace una propiedad idónea de operación; en $60 \leq n \leq 80$ y $570 \leq n \leq 580$ el filtro UFIR converge con una mayor velocidad disminuyendo el error en la trayectoria estimada.

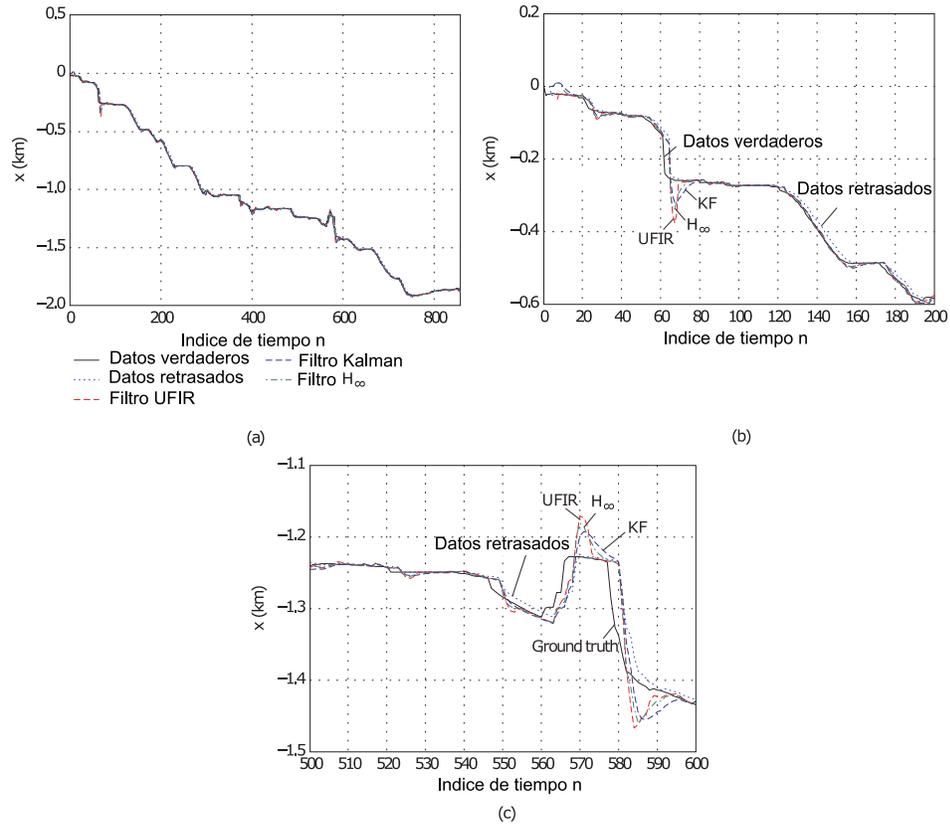


Figura 4.5. Seguimiento de la trayectoria en la dirección este x para un retraso de tres pasos de muestreo $k = 3$ con el filtro UFIR ($N_{opt} = 5$), KF, and H_∞ : (a) escala de tiempo completa, (b) acercamiento en $0 \leq n \leq 200$, y (c) $500 \leq n \leq 600$.

4.1.3. Análisis de pérdida de datos

Finalmente, asumimos que las mediciones enviadas pueden perderse en la transmisión por diferentes números de muestras. En la figura (4.6) un ejemplo de pérdida de datos es propuesto para analizar el efecto de la compensación de datos nulos en el vector de observaciones. En este caso, utilizamos la predicción del valor correspondiente a ese tiempo de muestreo a partir de la información anterior del sistema. En $615 \leq n \leq 620$ se observa la pérdida de datos en la señal de observación en 5 pasos de muestreo, la predicción de estos valores es utilizada para compensar estos vacíos, obteniendo un resultado favorable en la estimación debido a que la trayectoria del

sistema tiene un comportamiento aproximadamente lineal sin variaciones y por lo tanto la varianza del error no tiene un incremento notable. Por el contrario, en el periodo de $665 \leq n \leq 675$ la perdida de datos ocurre antes de un cambio rápido de la trayectoria lo que ocasiona que el predictor no tenga la suficiente información para obtener una mejor predicción de los datos recibidos generando un comportamiento oscilante en la convergencia de la estimación. El filtro UFIR presenta el mejor desempeño produciendo un menor muestreo para converger a la señal real.

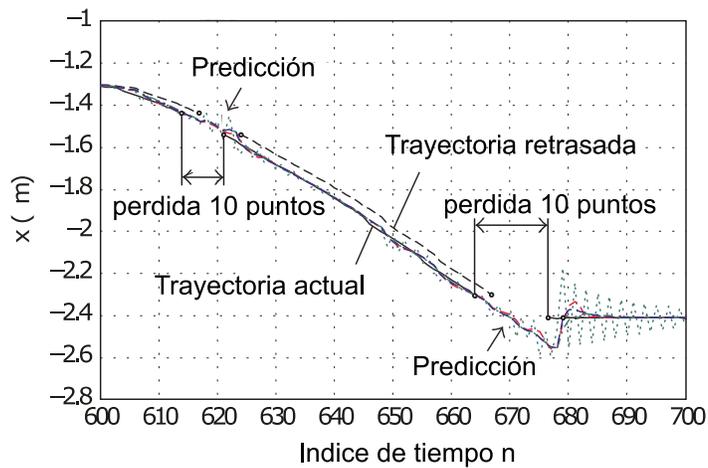


Figura 4.6. Seguimiento de la trayectoria con pérdida de datos temporales y retraso de datos utilizando los algoritmos filtro UFIR , KF, y filtro $H\infty$

4.2. Seguimiento de un vehículo bajo mediciones con retrasos aleatorios y perdida de datos

El propósito de esta sección es ilustrar los resultados obtenidos en el estudio de modelado de sistemas y técnicas de estimación cuando las mediciones tomadas por los sensores son influenciadas por medios inciertos que producen retrasos aleatorios y posibles perdida de datos en la señal de observación recibida. En este desarrollo, consideraremos que la trayectoria medida del vehículo en la ciudad de Illinois usando las lecturas de GPS disponibles por la universidad de Illinois [97] como en la figura (4.7). De acuerdo con la teoría presentada en la sección (3.2) actualmente múltiples modelos matemáticos son considerados para describir la fiabilidad de los paquetes de datos entregados de acuerdo con diferentes protocolos de enrutamiento quienes direccionan la dinámica de la red y la eficiencia del funcionamiento físico del sistema. Dos enfoques de los modelos con retrasos aleatorios y pérdida de datos será expuesto en los siguientes

resultados. A cada uno de estos modelos se analizará la robustez de los algoritmos de estimación observando la influencia de situación reales con incertidumbres en el modelado y transmisión de las mediciones. Estas pruebas serán organizadas como:

- Estimación de la trayectoria del vehículo
- Efecto de la variación en los parámetros estadísticos
- Efecto de incertidumbres en la probabilidad de transmisión

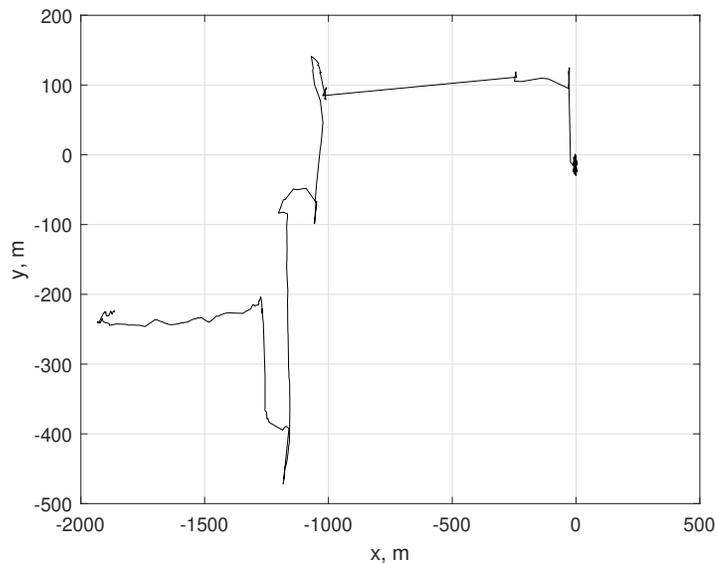


Figura 4.7. Mediciones GPS de la trayectoria del vehículo en las coordenadas norte (y) y este (x).

4.2.1. Estimación de la trayectoria del vehículo

Caso 1: mediciones con retrasos aleatorios

El primer modelo de observación que se evaluara en esta sección consiste en la ecuación (3.33); la cual describe el evento aleatorio de recibir mediciones en el tiempo correcto o mediciones con un-paso de muestro retrasada.

En este desarrollo, supondremos que el sistema de redes de sensores encargado de seguir la trayectoria del vehículo tiene una probabilidad en un 20% de recibir mediciones retrasados debido a las condiciones del medio en el que viaja el vehículo; por lo tanto, las variables de la distribución de Bernoulli del modelo matemático de este evento son asignadas con una probabilidad conocida de $\tilde{\theta}_n = 0.8$. Los filtros H_∞ y

UFIR fueron implementados considerando los parámetros de variable de sintonización $\theta_{\text{opt}} = 0.0053$ calculada para un mínimo error RMSE con una probabilidad de llegada efectiva de los datos de $\tilde{\theta}_n = 0.8$ y un horizonte de procesamiento optimo que asegura un mínimo error RMSE es definido como $N_{\text{opt}} = 5$, respectivamente.

Considerando que la figura (4.7), es enviada por la red de sensores donde variaciones perjudican la señal medida llegando al centro de procesamiento con inciertos retraso de los datos y ruido del medio, la estimación de los estados del sistema utilizando estas observaciones se observa en la figura (4.8). Aquí, podemos deducir claramente la capacidad de los tres filtros para filtrar y determinar la acertada trayectoria del vehículo. Aunque, un comportamiento adecuado es observado cuando los cambios de distancia en la trayectoria son suaves, grandes transitorios son observados cuando los cambios son rápidos y abruptos. El diseño iterativo de los algoritmos de estimación ofrece una sencilla aplicación de estas teorías utilizando pocos recursos de computación y almacenamiento, sin embargo, una respuesta oscilatoria es observada debido al impulso en la entrada de realimentación de los estados. El tiempo de amortiguamiento es un criterio critico para definir la eficacia de los tres algoritmos; obteniendo que el filtro UFIR comparado con el filtro KF y H_∞ es mucho más rápido y converge en un menor tiempo debido a su estabilidad de respuesta limitada ante entradas limitada (BIBO). En la figura (4.9)

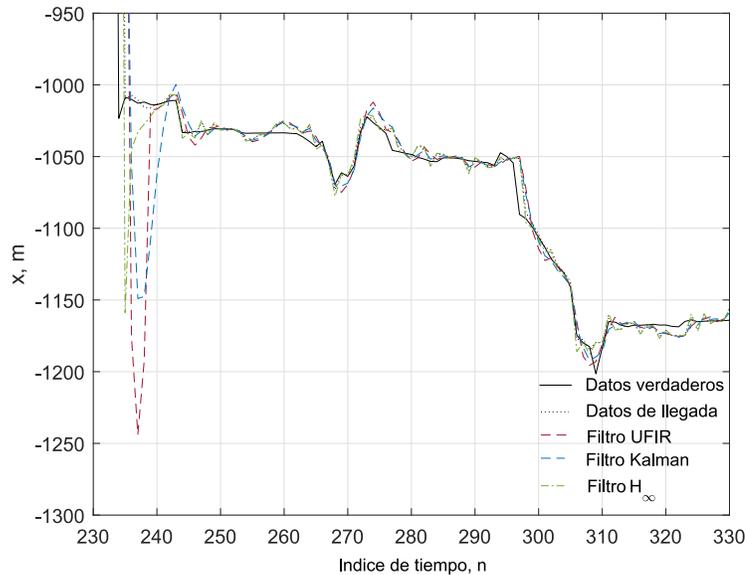


Figura 4.8. Seguimiento de la trayectoria de un vehículo en la dirección este (x, m) para mediciones retrasadas por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ en $230 \leq n \leq 330$.

el error de estimación producido por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ es presentado, donde grandes variaciones se pueden observar debido a la respuesta transitoria de los algoritmos

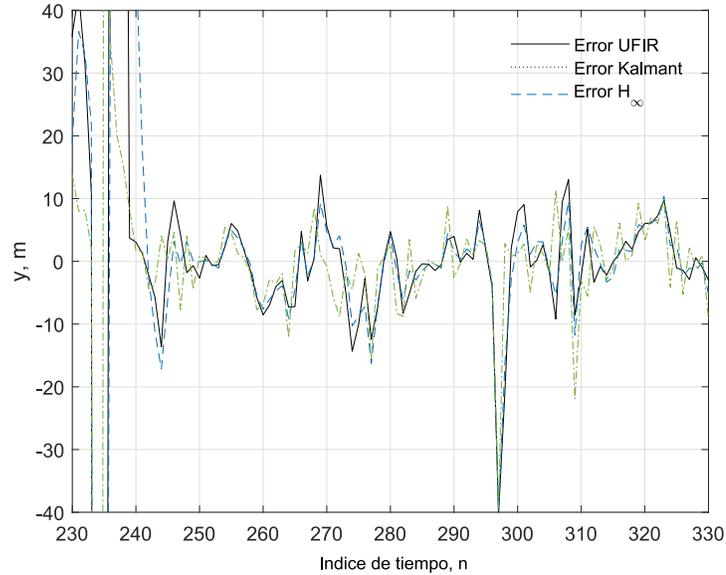


Figura 4.9. Error de estimación para mediciones con retrasos por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ en $230 \leq n \leq 330$.

Caso 2: mediciones con retrasos aleatorios y pérdida de datos

El segundo modelo de observación que se evaluara en esta sección consiste en la ecuación (3.49); la cual describe el evento aleatorio de recibir mediciones en el tiempo correcto, mediciones con un-paso de muestro retrasada y la pérdida de datos.

En este desarrollo, supondremos que el sistema de redes de sensores encargado de seguir la trayectoria del vehículo tiene una probabilidad en un 70 % de recibir las mediciones en el tiempo correcto. Recuerde que el modelo matemático de las observaciones representa un protocolo de enrutamiento donde solo un dato es transmitido para evitar la información redundante y el congestionamiento de los canales; por lo tanto la probabilidad del evento de pérdida de datos es condicional a no recibir ni el dato correspondiente o el un dato retrasado en el intervalo de tiempo correspondiente. Las variables de la distribución de Bernoulli del modelo matemático de este evento son asignadas con una probabilidad conocida para todo tiempo de muestro de $\tilde{\gamma}_0 = 0.7$, $\tilde{\gamma}_1 = 0.8$. Los filtros H_∞ y UFIR fueron implementados considerando los parámetros de variable de sintonización $\theta_{\text{opt}} = 0.002$ calculada para un mínimo error RMSE con las probabilidades previamente definidas y en horizonte de procesamiento óptimo que asegura un mínimo error RMSE es definido como $N_{\text{opt}} = 5$, respectivamente.

En la figura (4.10) observamos la estimación de los estados del sistema considerando mediciones inciertas con retrasos y pérdida de datos. Similarmente al caso anterior, los tres filtros demuestran su capacidad para filtrar y determinar la acertada

trayectoria del vehículo bajo cambios suaves en la velocidad del vehículo y una respuesta transitoria ante variaciones grandes. Las propiedades de estabilidad del filtro UFIR ante variaciones de la entrada hace que este filtro presente una mejor eficiencia para converger el vehículo a su trayectoria correcta. Adicionalmente, en la figura (4.11) el

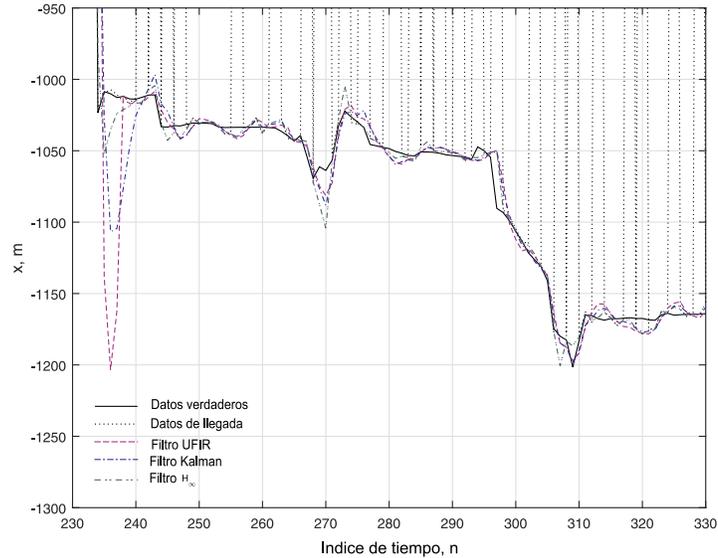


Figura 4.10. Seguimiento de la trayectoria de un vehículo en la dirección este (x, m) para mediciones retrasadas y pérdida de datos por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ en $230 \leq n \leq 330$.

error de estimación producido por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ es presentado.

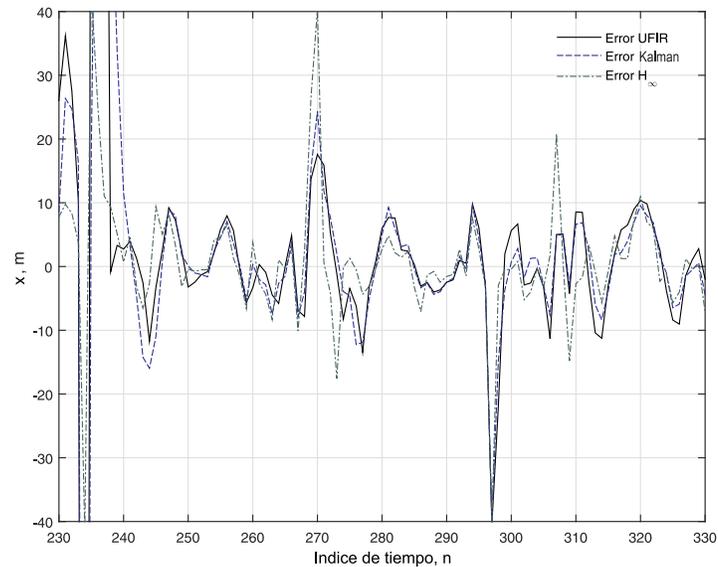


Figura 4.11. Error de estimación para mediciones con retrasos y pérdida de datos por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ en $230 \leq n \leq 330$.

4.2.2. Variación en los parámetros estadísticos:

Una de las características complejas de abstraer del funcionamiento de un sistema consiste en las matrices de covarianza de las fuentes de ruido. En muchas ocasiones el modelado de la dinámica de los sistemas está delimitado a rangos de operación lo cual genera errores cuando las condiciones varían. En esta sección consideramos el escenario real de no conocer exactamente las matrices de covarianza de las señales de ruido de modelado y medición. Para esta prueba definimos la variable β para introducir variación en las matrices de covarianza Q_n y R_n en todo tiempo de muestreo n como $\check{Q} = \frac{Q_n}{\beta}$ y $\check{R} = R_n\beta$ en el rango de $0.1 \leq \beta \leq 10$.

- En la figura (4.12) correspondiente al caso 1, se observan importantes propiedades de los tres algoritmos propuestos. El filtro UFIR por su diseño insesgado no tiene influencia de variaciones de matrices de covarianza, por lo tanto, este es un punto a favor cuando tratamos sistemas altamente variables y con propiedades no conocidas. El filtro Kalman tiene una respuesta de incremento en el error RMSE cuando las matrices de covarianza difieren en gran medida y no logra reducir el ruido en el sistema; adicionalmente, es importante notar que, aunque cuando $\beta = 1$ lo cual significa ninguna variación, el error RMSE no es mínimo en este caso en el filtro Kalman lo cual reitera la incertidumbre en la asignación de las matrices. Para el filtro H_∞ la respuesta es alarmante, ya que la respuesta del filtro diverge rápidamente ante variaciones de las matrices de covarianza.
- En la figura (4.13) correspondiente al caso 2, se observan consecuencias graves a las variaciones de las matrices de covarianza en la respuesta del filtro Kalman y H_∞ . Aunque una respuesta robusta del filtro H_∞ era esperada, donde compensará de forma satisfactoria el error producido por estas variaciones, un crecimiento exponencial del error fue alcanzado. Este desempeño, indica el requerimiento de una apropiada sintonización del parámetro θ_{opt} . Nuevamente el filtro UFIR muestra su robustez ante esa situación con una respuesta invariante a incertidumbres de estadísticas del sistema.

4.2.3. Incertidumbres en la probabilidad de transmisión:

Definir valores en la eventualidad de procesos aleatorios es una tarea de experiencia que en algunas ocasiones puede fallar. Con el fin de observar el efecto de las incertidumbres en la transmisión de los datos, en esta experimento observamos el comportamiento del error RMSE si $\tilde{\theta}_n$ es asignada con otro valor a la verdadera probabilidad de la señal de observación.

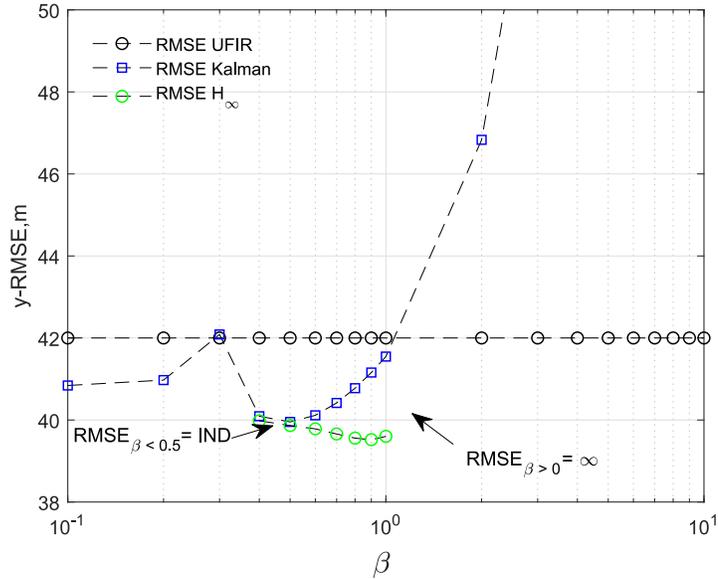


Figura 4.12. Efecto en el error RMSE por variaciones en las propiedades de covarianza $0 < \beta < 10$ para mediciones con retrasos por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ .

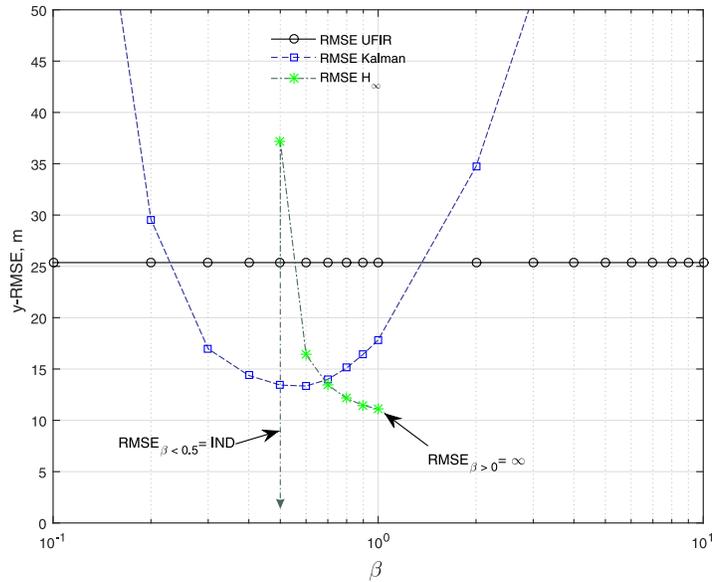


Figura 4.13. Efecto en el error RMSE por variaciones en las propiedades de covarianza $0 < \beta < 10$ para mediciones con retrasos y perdida de datos por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ .

- En la figura (4.14) correspondiente al caso 1 donde originalmente $\tilde{\theta}_n = 0.8$, se observa como la diferencia en el valor $\hat{\theta}_n$ debido a la incertidumbre del funcionamiento del proceso produce el incremento del error de estimación.

Teniendo el peor caso cuando la señal de observación tiene $\tilde{\theta}_n = 0.8$ y asumimos que la transmisión tiene una probabilidad diferente $\tilde{\theta}_n = 0.1$. A pesar de que el Filtro UFIR produce un error un poco mayor que el filtro Kalman, para un retraso de una muestra esta probabilidad no tiene una gran inferencia en estos dos algoritmos. Por lo contrario el filtro H_∞ es fuertemente influenciado debido a la sensibilidad de el parámetro de sintonización.

- En la figura (4.15) correspondiente al caso 2 podemos observar nuevamente la importancia de la probabilidad de transmisión en la reducción del error RMSE. En este experimento, la probabilidad de retraso $\tilde{\gamma}_1$ se estableció como un valor fijo y la probabilidad de la legada acertada de las mediciones $\tilde{\gamma}_0$ variaba con en un rango de tiempo $0.1 \leq \tilde{\gamma}_0 \leq 0.9$. El error producido por el filtro UFIR es un poco más grande a la respuesta óptima del filtro Kalman pero mucho mejor a el error producido por H_∞ .

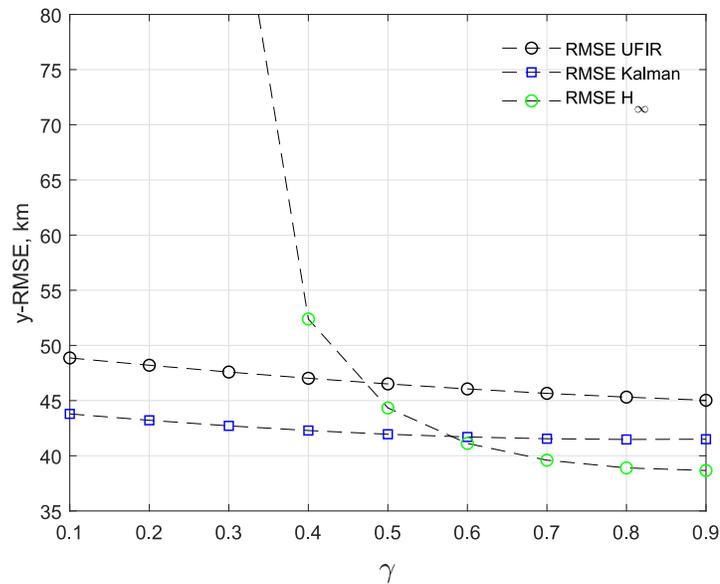


Figura 4.14. Efecto en el error RMSE por incertidumbres de la probabilidad de transmisión $0.1 \leq \tilde{\gamma}_0 \leq 0.9$ para mediciones con retrasos por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ .

4.3. Seguimiento de un vehículo bajo mediciones con retrasos aleatorios y pérdida de datos con múltiples pasos

En esta sección, presentamos un ejemplo a la teoría analizada en el capítulo (3.3) donde un sistema de seguimiento de un vehículo es considerado asumiendo las

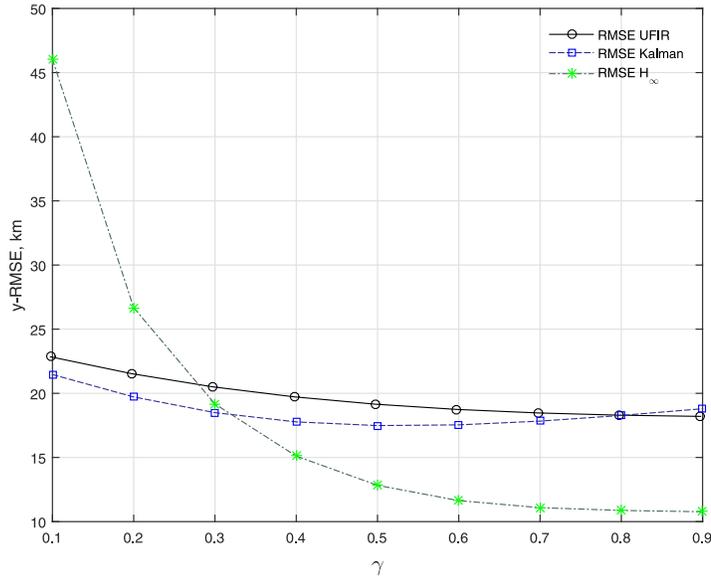


Figura 4.15. Efecto en el error RMSE por incertidumbres de la probabilidad de transmisión $0.1 \leq \tilde{\gamma}_0 \leq 0.9$ para mediciones con retrasos y pérdida de datos por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ .

mediciones enviadas por los nodos de la red hasta el centro de procesamiento están retrasados en múltiples pasos de muestreo. Asumiremos que el protocolo de transmisión tiene las siguientes especificaciones: 1) no existen retrasos de más de 2-pasos de muestreo y 2) solo el primer paquete que se recibe entre un intervalo de muestreo es procesado. La ecuación de observación es la siguiente:

$$z_n = \alpha_{0,n}y_n + (1 - \alpha_{0,n})\{\alpha_{1,n}y_{n-1} + (1 - \alpha_{1,n})[\alpha_{2,n}y_{n-2} + (1 - \alpha_{2,n})\tilde{z}_n]\},$$

donde introducimos a $\alpha_{0,n} = \theta_{0,n}$, $\alpha_{1,n} = (1 - \theta_{0,n-1})\theta_{1,n}$, $\alpha_{2,n} = (1 - \theta_{0,n-2})(1 - \theta_{1,n-1})\theta_{2,n}$, y los parámetros θ_0 , θ_1 , y θ_2 son variables aleatorias independientes de Bernoulli definido para cada muestra recibida en n . Usando las estadísticas de GPS, establecemos las siguientes probabilidades: $\bar{\theta}_0 = 0.7$, $\bar{\theta}_1 = 0.9$, y $\bar{\theta}_2 = 0.8$; lo que significa que los paquetes de datos recibidos en el procesador tiene una probabilidad de que lleguen en el tiempo correcto de 0.7, recibir datos retrasados en 1-paso de muestreo de 0.081, recibir datos retrasados en 2 pasos de muestreo de 0.0053, y que suceda la pérdida de datos de 0.2137.

De manera similar a los ejemplos en las secciones previas, con el fin de evaluar la robustez y eficacia del algoritmo propuesto considerando múltiples retrasos y pérdida de datos, el efecto de incertidumbres en los parámetros estadísticos y en la probabilidad de transmisión de los datos será analizado a partir del error RMSE producido por los tres algoritmos de estimación, Kalman, UFIR y H_∞ . Para este experimento, el filtro H_∞ es

diseñado apropiadamente con una variable de sintonización $\theta_{\text{opt}} = 0.0184$ calculada para un óptimo error RMSE en toda la trayectoria. El UFIR es diseñado con un horizonte de operación $N_{\text{opt}} = 5$, con el objetivo de minimizar el error RMSE en todo tiempo de muestro n .

4.3.1. Estimación de la trayectoria del vehículo

En las figuras (4.16) y (4.17) se muestra los resultados de la estimación de la trayectoria del vehículo y su error de estimación respectivamente generado por los filtros Kalman, UFIR y H_{∞} cuando en el centro de procesamiento llega una señal de observación con retrasos aleatorios y pérdida de datos como se muestra en la línea negra punteada. A pesar de la magnitud de fallos en la señal de observación, los tres filtros muestran la habilidad de estimar apropiadamente el comportamiento real de la trayectoria que tiene el vehículo. nuevamente podemos resaltar las ventajas de cada uno de los algoritmos ante variaciones de entrada del sistema. Para este ejemplo en particular, observamos que el filtro H_{∞} logra reducir la varianza entre la estimación y los datos entregados alcanzando una estimación óptima con un mínimo error RMSE. Aunque, el filtro UFIR no logra reducir en este caso a un mínimo error la estimación de la trayectoria del vehículo otras cualidades como limitar el efecto a incertidumbre del sistema serán destacados.

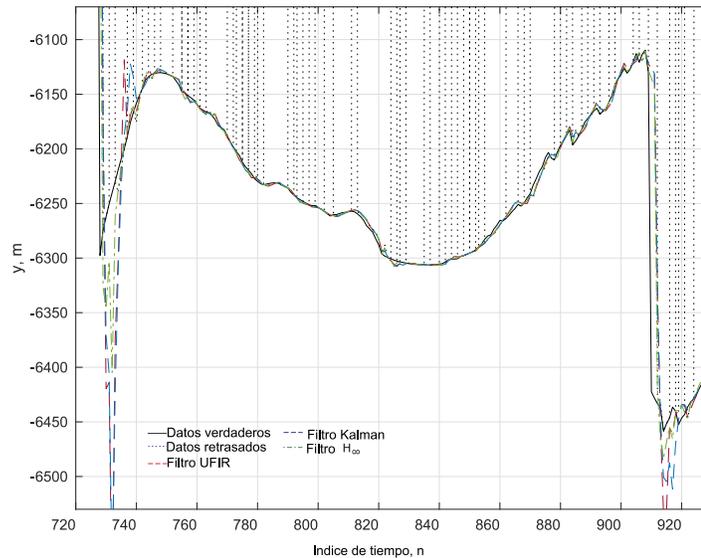


Figura 4.16. Estimación de la trayectoria de un vehículo en la dirección norte por los filtros UFIR, Kalman y H_{∞} en $720 \leq n \leq 930$.

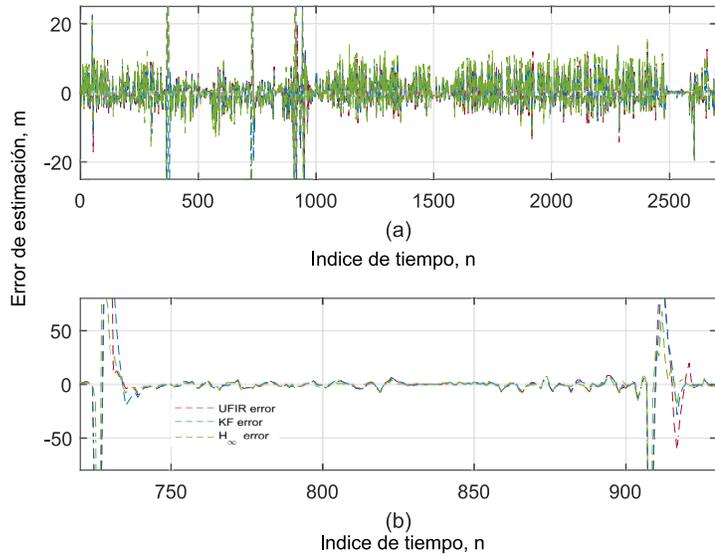


Figura 4.17. Error de estimación producido por los filtros UFIR, Kalman y H_{∞} en (a) una escala de tiempo completo (b) $720 \leq n \leq 930$.

4.3.2. Variación en los parámetros estadísticos:

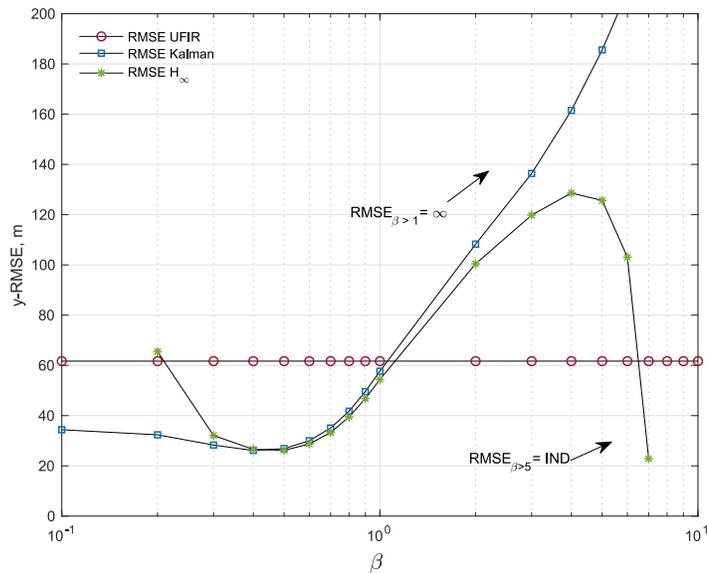


Figura 4.18. Efecto del error RMSE ante variaciones en las propiedades de covarianza con $0 < \beta < 10$ producido por los filtros UFIR, Kalman y H_{∞} .

El uso practico de observadores de estado en aplicaciones de seguimiento, a

menudo se enfrenta con el problema de incorrectas especificaciones de las propiedades estadísticas de las fuentes de ruido, los cuales afecta en gran medida al desempeño de sistemas basado en varianzas. Considerando esto, la evaluación del efecto de los errores de covarianza es investigado en este ejemplo. Una variable de incertidumbre β es introducida con el fin de modificar el valor de las matrices de covarianza previamente especificadas y simular el error en Q_n y R_n en todo tiempo de muestreo n como $\check{Q} = \frac{Q_n}{\beta}$ y $\check{R} = R_n\beta$ en el rango de $0.1 \leq \beta \leq 10$.

En la figura (4.19) se observa la respuesta invariante del filtro UFIR a errores de las matrices de covarianza generando una estimación estable ante estos problemas. Por lo contrario, el filtro Kalman demuestra una dramática degradación de su desempeño cuando $\beta > 1$; así mismo, una inferior desempeño es obtenido por el filtro H_∞ donde rápidamente la estimación diverge cuando $0.4 < \beta < 5$. Un diseño apropiado del parámetro de sintonización en el peor de los casos como $\beta = 10$, podría mejorar su desempeño al reducir el error de estimación, sin embargo, esto no garantiza el mejor comportamiento ante otras variaciones.

4.3.3. Métodos de compensación de perdida de datos en la estimación de estados

La pérdida de datos siempre ha sido un tema critico en el procesamiento de señales. Actualmente existen diversos métodos para interpretar y compensar cuando ocurre la pérdida de datos. Con el fin de analizar la importancia de estas metodologías en la estimación de estados se plantea un experimento con los siguientes escenarios a) compensación utilizando la predicción de los datos perdidos, b) almacenamiento de la última muestra enviada y c) envío redundante de información para evitar la pérdida de datos. Según la teoría presentada en la sección (3.1) y (3.3), en la figura (4.19) se presenta la estimación de la trayectoria del vehículo considerando cada uno de los casos mencionados. Aquí podemos observar que determinar con una mayor precisión el valor del dato perdido utilizando más información del sistema como es el caso de los predictores en el escenario a) produce una menor excursión de la señal de estimación produciendo que su establecimiento sea más rápido.

4.3.4. Incertidumbres en la probabilidad de transmisión:

Finalmente investigamos el efecto de valores incorrectos en la probabilidad de la transmisión de datos en la minimización del error RMSE. Dos escenarios son planteados con el fin de analizar el efecto de variaciones en la probabilidad de transmisión. Como es bien conocido, determinar apropiadamente la probabilidad de

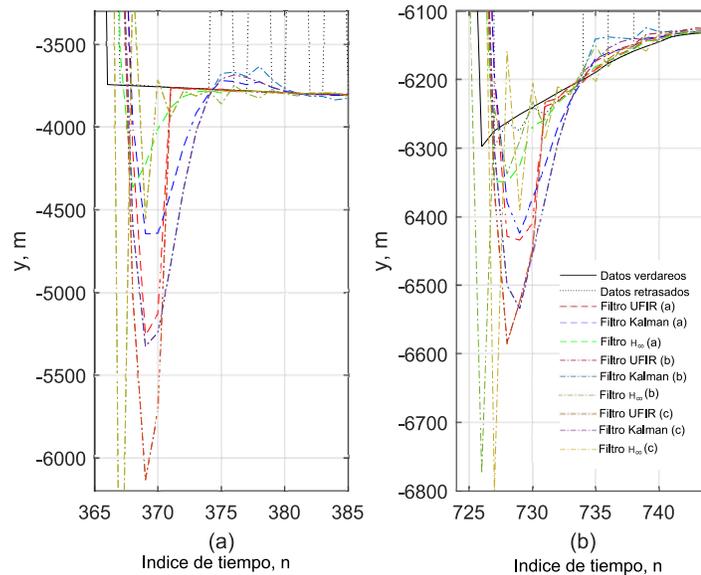


Figura 4.19. Efecto de diversos metodos de compensacion de perdida de datos en la estimación generada por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ .

Tabla 4.1. RMSEs (m) para diferentes valores de $\bar{\theta}_0$ con $\bar{\theta}_1 = 0.9$, y $\bar{\theta}_2 = 0.8$

Filter	$\bar{\theta}_0 = 0.1$	$\bar{\theta}_0 = 0.3$	$\bar{\theta}_0 = 0.5$	$\bar{\theta}_0 = 0.9$
UFIR	15.481	13.769	12.857	12.439
KF	13.980	12.730	12.179	12.307
H_∞	17.874	11.517	10.579	10.555

llegada de los datos requiere gran experiencia, sin embargo, cuando el número de retrasos incrementa, la percepción de estos eventos incrementa la inexactitud de la probabilidad de ocurrencia. Considerando este escenario, en este experimento consideramos dos casos de operación; 1) la probabilidad de los datos de llegada en el tiempo educado es incierto por lo tanto este valor varia en $0 \leq \bar{\theta}_0 \leq 1$. En la figura (4.20) se observa el efecto en la minimización de el error RMSE cuando la probabilidad de llegada de los con datos es incierta concluyendo que ccuando $\bar{\theta}_0$ no es igual al valor asignado a las pruebas originales la estimación de los estados se degrada. Aunque el filtro H_∞ presenta un mínimo error reduciendo el efecto producido por estas variaciones comparado con el filtro Kalman y UFIR, una mayor sensibilidad es observada ante estos cambios, un mínimo error es producido cuando $\bar{\theta}_0 > 0.5$ lo cual indica un valor aproximado al valor real de la transmisión; sin embargo el error comienza a crecer exponencialmente cuando $\bar{\theta}_0 < 0.3$ un caso extremo e variación de la probabilidad de llegada d ellos datos. El filtro Kalman y el filtro UFIR tienen un comportamiento similar sonde pequeñas variaciones en el error RMSE son observadas. En la tabla (4.1) muestra el escenario donde $\bar{\theta}_1 = 0.9$ y $\bar{\theta}_2 = 0.8$ son fijos y $0 \leq \bar{\theta}_0 \leq 1$ Un segundo caso con la probabilidad de llegada correctamente es constante y la probabilidad de retrasos y pérdidas de los datos varia.

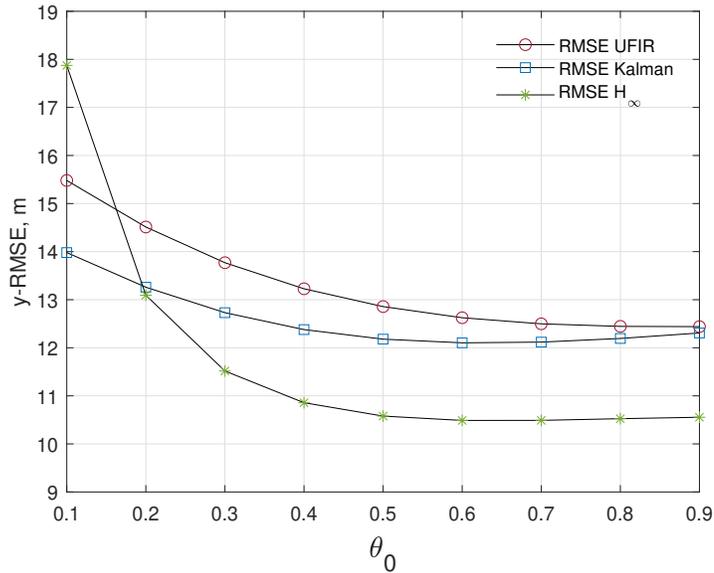


Figura 4.20. Efecto de la probabilidad $\bar{\theta}_0$ en el error RMSEs producido por el filtro UFIR, KF, y H_∞ en la dirección y con $\bar{\theta}_1 = 0.9$ y $\bar{\theta}_2 = 0.8$.

Tabla 4.2. RMSEs (m) para diferentes valores de $\bar{\theta}_1$ con $\bar{\theta}_0 = 0.7$, y $\bar{\theta}_2 = 0.8$

Filter	$\bar{\theta}_1 = 0.1$	$\bar{\theta}_1 = 0.3$	$\bar{\theta}_1 = 0.5$	$\bar{\theta}_1 = 0.9$
UFIR	16.807	15.456	14.688	14.512
KF	15.099	13.962	13.343	13.259
H_∞	25.667	15.310	13.198	13.094

En las figuras (4.19) y la tablas (4.2) y (4.3) resume los resultado obtenidos en este caso, donde aunque el filtro UFIR no obtiene una respuesta óptima con un mínimo error RMSE no se obtienen variaciones extensas a estas variaciones.

Tabla 4.3. RMSEs (m) para diferentes valores de $\bar{\theta}_2$ con $\bar{\theta}_0 = 0.7$, y $\bar{\theta}_1 = 0.9$

Filter	$\bar{\theta}_2 = 0.1$	$\bar{\theta}_2 = 0.3$	$\bar{\theta}_2 = 0.5$	$\bar{\theta}_2 = 0.9$
UFIR	14.357	14.401	14.445	14.535
KF	13.135	13.171	13.206	13.278
H_∞	12.701	12.807	12.917	13.155

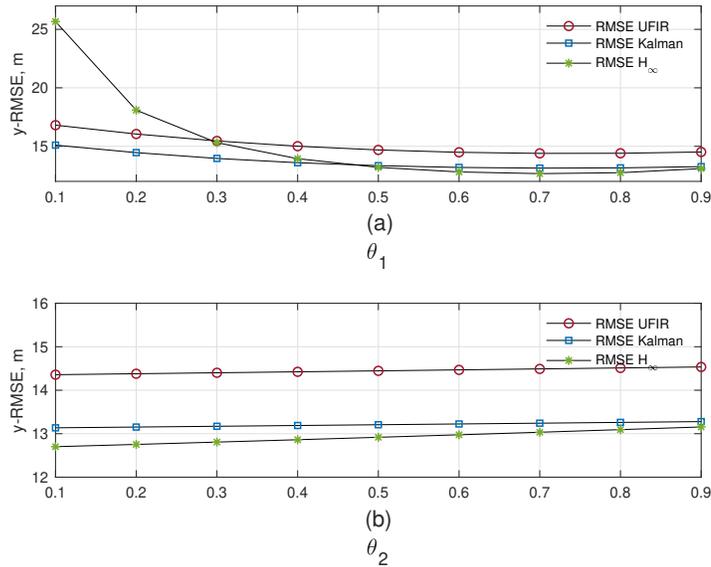


Figura 4.21. Efecto de variaciones en las probabilidades $0 \leq \bar{\theta}_1 \leq 1$ y $0 \leq \bar{\theta}_2 \leq 1$ en el error RMSEs producido por el filtro UFIR, KF, y H_∞ para $\bar{\theta}_0 = 0.7$

4.4. Seguimiento de un vehículo bajo mediciones con retrasos aleatorios y ruido correlacionado

En esta sección se ilustrará los resultados obtenidos para el problema de estimación de estados cuando las mediciones del sistema son deterioradas por retraso aleatorios y por tipos de ruido naturalmente proveniente del medio donde se desarrolla el sistema como ruidos correlacionados. Los algoritmos de estimación UFIR, Kalman y H_∞ serán aplicados considerando la teoría derivada en la sección (3.4) la cual ofrece la reducción de errores al considerar la transformación de la teoría clásica en base a una nueva formulación de modelado. El modelo incluye matrices con parámetros aleatorios en la ecuación de medición y proceso, definiendo a w_n y v_n como señales de ruido blanco Gaussiano no correlacionadas con otras señales y con varianzas conocidas; y α_n , asumido para describir el fenómeno de mediciones fallidas, como ruido multiplicativo dependiente de los estados del sistema, con propiedades de varianza unitaria. Adicionalmente, el enfoque de la distribución de Bernoulli es introducido para caracterizar la llegada de los datos de manera incompleta asumiendo una probabilidad conocida; α representa el suceso de llegada en el tiempo correcto con una probabilidad de $\alpha_n = 0.7$, en todo tiempo de muestreo n .

Antes de conducir este experimento, los parámetros de sintonización $N_{opt} = 7$ y $\theta_{opt} = 0.23 \times 10^{-4}$ son definidos para todo tiempo de muestreo n a través de la minimización del error MSE. Considere la trayectoria medida en la figura 4.22, tomada de las lecturas de GPS disponibles por la universidad de Illinois [97], y el siguiente

modelo matemático en el tiempo discreto de un sistema lineal de redes de sensores

$$x_n = \begin{bmatrix} 1 & \tau & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \tau \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_{n-1} + w_n,$$

$$Y_n = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 \end{bmatrix} \alpha_n \right) x_n + v_n,$$

La estimación de la trayectoria del vehículo en dirección norte por los tres algoritmos es presentada en la figura 4.23, donde una destacable diferencia es observada entre los filtros UFIR, Kalman y H_∞ . Una mejor minimización del error de estimación es apreciada por el algoritmo UFIR cuando el modelado de ruido multiplicativo ha sido usado para aportar una mayor certeza del comportamiento del sistema; el filtro Kalman y H_∞ han demostrado una mayor sensibilidad a las variaciones del modelo lo cual deduce una óptima estimación solo cuando se posee una mayor eficiencia en la definición de las matrices del sistema. La adición de otra fuente de ruido en el sistema, ha ocasionado que las matrices de covarianza definidas anteriormente no sean adecuadas para esta clase de sistema, por lo tanto un mayor tiempo de establecimiento de las estimaciones producidas por el filtro Kalman y H_∞ ha sido obtenida.

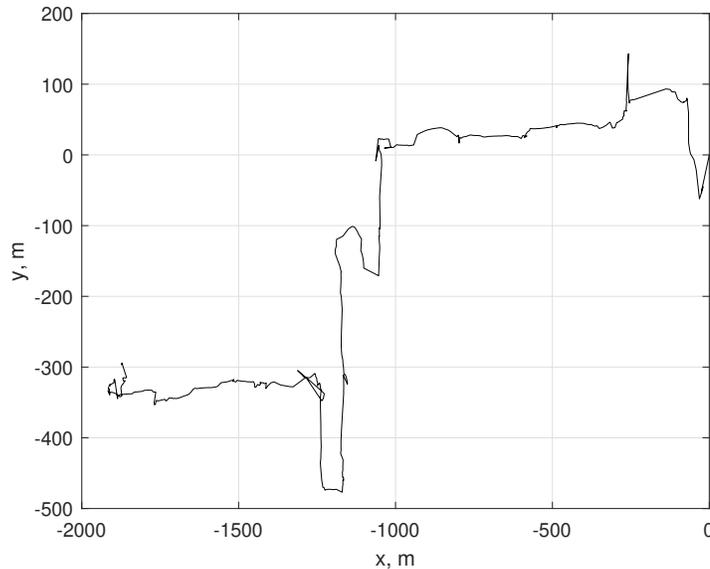


Figura 4.22. trayectoria de un vehiculo en coordenadas GPS en la dirección norte (y) y este (x).

Una prueba adicional con el fin de comprobar el grado de incertidumbre que se logra minimizar a través de los algoritmos de estimación es presentada en la figura 4.25, donde el error RMSE es analizado con respecto a un término variable agregado en las matrices de covarianza de ruido. Las matrices Q_n y R_n son modificadas con el termino β

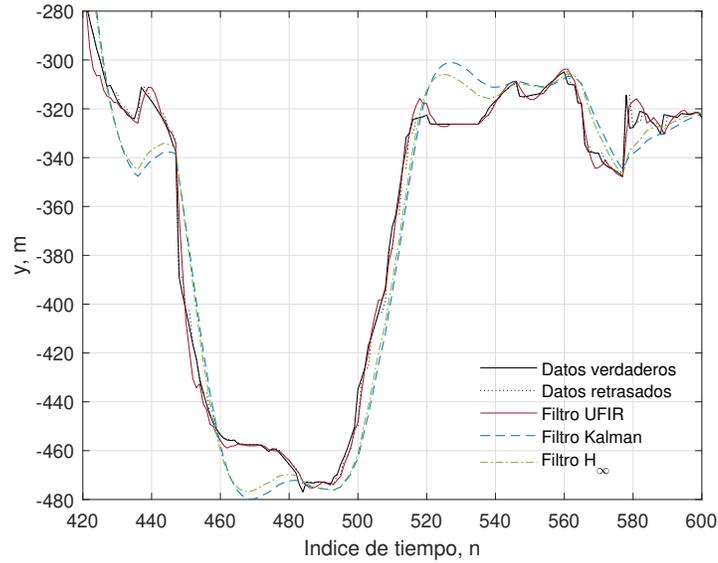


Figura 4.23. Estimación de la trayectoria de un vehículo en la dirección norte por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ en $430 \leq n \leq 510$.

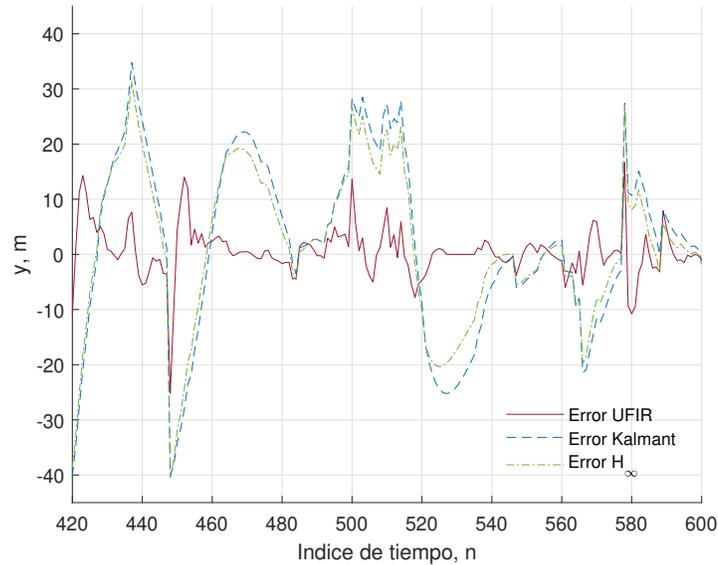


Figura 4.24. Error de estimación producido por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ en $430 \leq n \leq 510$.

como $\check{Q} = \frac{Q_n}{\beta}$ y $\check{R} = R_n\beta$ obteniendo un mayor rango de variación de las matrices. Una menor influencia de la variación en la información estadística del sistema es producida por el filtro UFIR donde su diseño basado en propiedades de no sesgo otorga una mejor estabilidad del algoritmo ante variaciones frecuentes e incertidumbres de la operación del sistema. Un menor error RMSE es producido por el filtro H_∞ comparado con el filtro Kalman lo cual demuestra una mayor robustez ante estas situaciones, pero una

mayor sensibilidad entre algunos rangos de variaciones.

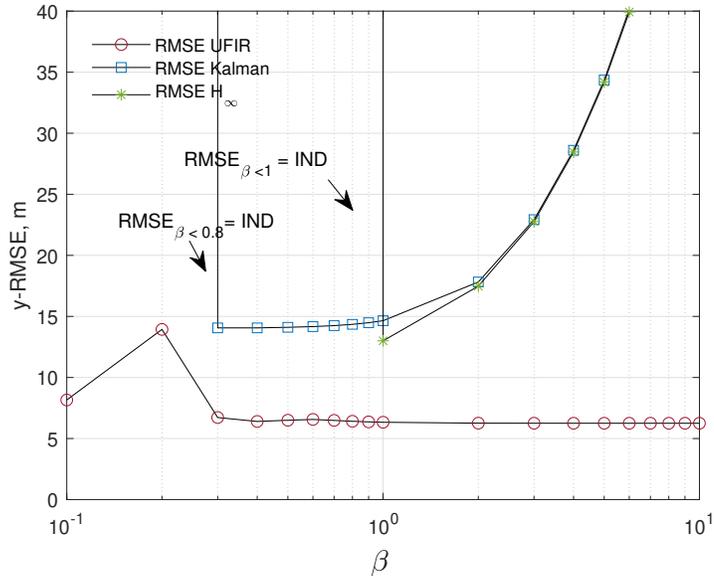


Figura 4.25. Efecto de inadecuadas matrices de covarianza en la estimación producida por los filtros UFIR, Kalman y H_{∞} .

Una última prueba es aplicada a los algoritmos de estimación con el objetivo de analizar el efecto de obtener mediciones con fallos en la determinación de las variables no medibles o contaminadas con ruido en el sistema. asumiendo que los datos son transmitidos con una probabilidad de un 70 % de recibir mediciones correctas de acuerdo a su tiempo de transmisión, el valor medio de la variable aleatoria θ_n que define el suceso de datos retrasados es implementado en el modelo matemático del sistema en un rango $0.1 \leq \bar{\theta}_n \leq 0.9$ para inducir la incertidumbre de determinar los parámetros aleatorios de transmisión adecuadamente. En la figura 4.25 se observa como el crecimiento del error debido a la diferencia de la probabilidad real de la recepción de los datos y la modelada incrementa proporcionalmente el erro RMSE de la estimación; aunque el incremento de este error no es abrupto en este experimento, se espera que para mayor numero de muestras retrasadas y una mayor probabilidad de retrasos o perdida de datos, la robustez y estabilidad de los algoritmos se vean altamente afectados. El filtro UFIR ha demostrado un desempeño óptimo en la reducción del error comparado con los algoritmos Kalman y H_{∞}

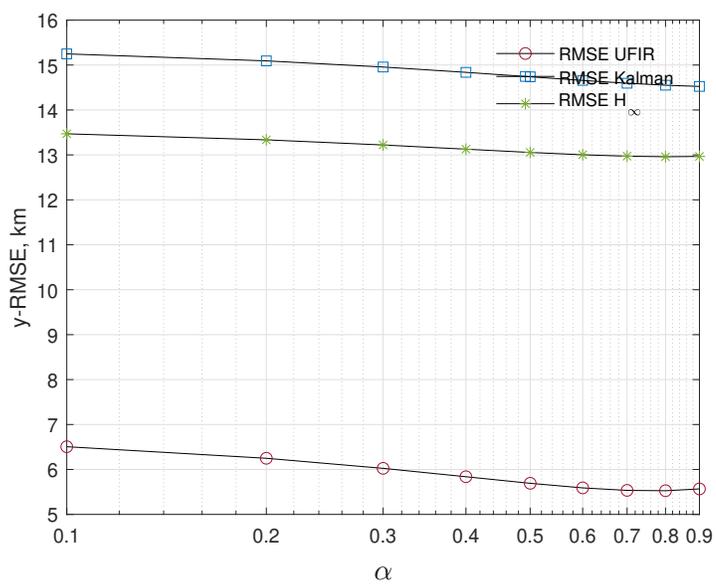


Figura 4.26. Efecto de variaciones en la probabilidad de transmisión de los datos, θ_0 , en el error RMSE producido por los filtros UFIR, Kalman y H_∞ .

Capítulo 5

Conclusiones

En este trabajo se presentó una nueva herramienta de estimación aplicado a sistemas de redes inalámbricas con mediciones inciertas en diferentes niveles de retrasos y pérdida de datos con el fin de mejorar el diagnóstico del funcionamiento de estos sistemas. El trabajo de tesis comenzó con una investigación de las diversas fuentes que afectan el funcionamiento de sistemas de redes y como estos se influyen a un mal comportamiento de las mediciones recibidas. A partir de este estudio, diversos modelos matemáticos fueron planteados para caracterizar la existente conducta del sistema y equilibrar los fallos en los datos recibidos a su forma preliminar. Posteriormente las técnicas de estimación propuestas fueron derivadas en base a las hipótesis del funcionamiento del sistema y su correspondiente modelado. Innovadoras propuestas de transformación fueron utilizadas para adecuar sistemas de modelados complejos y suprimir la relación con variables en diferentes tiempos de muestreo lo cual obstaculiza el análisis de técnicas lineales de estimación. Todos los resultados obtenidos en el análisis teórico fueron aterrizadas a una aplicación práctica de los sistemas de redes de sensores con comunicación inalámbrica como lo es el sistema de seguimiento de un vehículo, permitiendo así la comprobación de la metodología planteada en situaciones reales de operación. Los resultados obtenidos, confirman el efectivo desempeño del filtro UFIR para la estimación de estados de un sistema mostrando el impacto de tiene las mediciones variables y pérdida de datos. Aunque los resultados obtenidos fueron particularmente aplicados en un sistema de seguimiento, este análisis puede aplicarse a diferentes aplicaciones que sean altamente afectadas por mediciones inciertas.

Bibliografía

- [1] U. Dorji, T. Pobkrut, and T. Kerdcharoen, “Electronic nose based wireless sensor network for soil monitoring in precision farming system,” in *2017 9th International Conference on Knowledge and Smart Technology (KST)*, pp. 182–186, IEEE, 2017.
- [2] L. Lemos, J. S. Neto, J. Silva, and J. R. Neto, “Fouling detection using hammer impact test and wireless communication,” in *2011 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference*, pp. 1–5, IEEE, 2011.
- [3] M. P. Đurišić, Z. Tafa, G. Dimić, and V. Milutinović, “A survey of military applications of wireless sensor networks,” in *2012 Mediterranean conference on embedded computing (MECO)*, pp. 196–199, IEEE, 2012.
- [4] J. D. Freeman and S. Simi, “Remote monitoring of indoor environment using mobile robot based wireless sensor network,” in *2011 6th International Conference on Computer Science & Education (ICCSE)*, pp. 1080–1084, IEEE, 2011.
- [5] A.-A. Ahmadi, F. R. Salmasi, M. Noori-Manzar, and T. A. Najafabadi, “Speed sensorless and sensor-fault tolerant optimal pi regulator for networked dc motor system with unknown time-delay and packet dropout,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 2, pp. 708–717, 2013.
- [6] D. A. Medina, M. Romanovas, I. Herrera-Pinzón, and R. Ziebold, “Robust position and velocity estimation methods in integrated navigation systems for inland water applications,” in *2016 IEEE/ION Position Location Navigation Symp. (PLANS)*, pp. 491–501, IEEE, 2016.
- [7] S. Ullo, M. Gallo, G. Palmieri, P. Amenta, M. Russo, G. Romano, M. Ferrucci, A. Ferrara, and M. De Angelis, “Application of wireless sensor networks to environmental monitoring for sustainable mobility,” in *2018 IEEE International Conference on Environmental Engineering (EE)*, pp. 1–7, IEEE, 2018.
- [8] Z. Wang, F. Yang, D. Ho, and X. Liu, “Robust h/sub /spl infin// filtering for stochastic time-delay systems with missing measurements,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, no. 7, pp. 2579–2587, 2006.

-
- [9] M. Sharma, R. Gautam, and M. A. Khan, *Design and Modeling of Low Power VLSI Systems*. IGI Global, 2016.
- [10] A. Ray, “Introduction to networking for integrated control systems,” *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 9, no. 1, pp. 76–79, 1989.
- [11] Y. Bar-Shalom, “Update with out-of-sequence measurements in tracking: exact solution,” *IEEE Transactions on aerospace and electronic systems*, vol. 38, no. 3, pp. 769–777, 2002.
- [12] M. Sahebsara, T. Chen, and S. L. Shah, “Optimal filtering with random sensor delay, multiple packet dropout and uncertain observations,” *International journal of control*, vol. 80, no. 2, pp. 292–301, 2007.
- [13] A. H. Jazwinski, *Stochastic processes and filtering theory*. Courier Corporation, 2007.
- [14] Y. Xu, Y. S. Shmaliy, S. Bi, X. Chen, and Y. Zhuang, “Extended kalman/ufir filters for uwb-based indoor robot localization under time-varying colored measurement noise,” *IEEE Internet of Things Journal*, 2023.
- [15] S. Zhao, Y. S. Shmaliy, and F. Liu, “Batch optimal fir smoothing: Increasing state informativity in nonwhite measurement noise environments,” *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2022.
- [16] E. G. Pale-Ramon, Y. S. Shmaliy, L. J. Morales-Mendoza, M. Gonzalez-Lee, J. A. Ortega-Contreras, and K. Uribe-Murcia, “Estimation of states with data under colored measurement noise (cmn),” *WSEAS Transactions on Systems and Control*, vol. 17, pp. 359–367, 2022.
- [17] Y. S. Shmaliy, F. Lehmann, S. Zhao, and C. K. Ahn, “Comparing robustness of the kalman, h_{∞} , and ufir filters,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 66, no. 13, pp. 3447–3458, 2018.
- [18] Y. Zhu, L. Zhang, Z. Ning, Z. Zhu, W. Shammakh, and T. Hayat, “state estimation for discrete-time switching neural networks with persistent dwell-time switching regularities,” *Neurocomputing*, vol. 165, pp. 414–422, 2015.
- [19] B. Shen, Z. Wang, H. Shu, and G. Wei, “ h_{∞} filtering for nonlinear discrete-time stochastic systems with randomly varying sensor delays,” *Automatica*, vol. 45, no. 4, pp. 1032–1037, 2009.
- [20] D. Simon, *Optimal State Estimation: Kalman, H_{∞} , and Nonlinear Approaches*. John Wiley & Sons, 2006.
- [21] Y. S. Shmaliy, “An unbiased p-step predictive fir filter for a class of noise-free discrete-time models with independently observed states,” *Signal, Image and Video Processing*, vol. 3, pp. 127–135, 2009.

-
- [22] Y. S. Shmaliy, S. Zhao, and C. K. Ahn, “Unbiased finite impulse response filtering: An iterative alternative to kalman filtering ignoring noise and initial conditions,” *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 37, no. 5, pp. 70–89, 2017.
- [23] M. Malek-Zavarei and M. Jamshidi, *Time-delay systems: analysis, optimization and applications*. Elsevier Science Inc., 1987.
- [24] B. Sinopoli, L. Schenato, M. Franceschetti, K. Poolla, M. I. Jordan, and S. S. Sastry, “Kalman filtering with intermittent observations,” *IEEE transactions on Automatic Control*, vol. 49, no. 9, pp. 1453–1464, 2004.
- [25] S. Zhang and Y. Bar-Shalom, “Optimal update with multiple out-of-sequence measurements with arbitrary arriving order,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 48, no. 4, pp. 3116–3132, 2012.
- [26] K. Zhang, X. R. Li, and Y. Zhu, “Optimal update with out-of-sequence measurements,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 6, pp. 1992–2004, 2005.
- [27] S. J. Qin, “Survey on data-driven industrial process monitoring and diagnosis,” *Annual reviews in control*, vol. 36, no. 2, pp. 220–234, 2012.
- [28] B. Liu and S. Cheng, “State space model-based trust evaluation over wireless sensor networks: an iterative particle filter approach,” *The Journal of Engineering*, vol. 2017, no. 4, pp. 101–109, 2017.
- [29] A. Negiz and A. Çlınar, “Statistical monitoring of multivariable dynamic processes with state-space models,” *AIChE Journal*, vol. 43, no. 8, pp. 2002–2020, 1997.
- [30] J. He, H. Li, and J. Tan, “Real-time daily activity classification with wireless sensor networks using hidden markov model,” in *2007 29th Annual international conference of the IEEE engineering in medicine and biology society*, pp. 3192–3195, IEEE, 2007.
- [31] S.-I. Niculescu, E. I. Verriest, L. Dugard, and J.-M. Dion, “Stability and robust stability of time-delay systems: A guided tour,” *Stability and control of time-delay systems*, pp. 1–71, 1998.
- [32] Z. Wang and F. Yang, “Robust filtering for uncertain linear systems with delayed states and outputs,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 49, no. 1, pp. 125–130, 2002.
- [33] M. J. Stanway, “Delayed-state sigma point kalman filters for underwater navigation,” in *2010 IEEE/OES Autonomous Underwater Vehicles*, pp. 1–9, IEEE, 2010.

-
- [34] H. Zhang, X. Lu, and D. Cheng, “Optimal estimation for continuous-time systems with delayed measurements,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 51, no. 5, pp. 823–827, 2006.
- [35] Y. Bar-Shalom, X. R. Li, and T. Kirubarajan, *Estimation with applications to tracking and navigation: theory algorithms and software*. John Wiley & Sons, 2001.
- [36] A. K. Singh, P. Date, and S. Bhaumik, “A modified bayesian filter for randomly delayed measurements,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 62, no. 1, pp. 419–424, 2016.
- [37] L. Xie, Y. C. Soh, and C. E. De Souza, “Robust kalman filtering for uncertain discrete-time systems,” *IEEE Transactions on automatic control*, vol. 39, no. 6, pp. 1310–1314, 1994.
- [38] J. Zhang, Y. Xia, and R. Tao, “New results on h_∞ filtering for fuzzy time-delay systems,” *IEEE Transactions on Fuzzy systems*, vol. 17, no. 1, pp. 128–137, 2008.
- [39] Z.-G. Wu, P. Shi, H. Su, and J. Chu, “Reliable h_∞ control for discrete-time fuzzy systems with infinite-distributed delay,” *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 20, no. 1, pp. 22–31, 2012.
- [40] G. Terejanu, P. Singla, T. Singh, and P. D. Scott, “Adaptive gaussian sum filter for nonlinear bayesian estimation,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, no. 9, pp. 2151–2156, 2011.
- [41] R. Van Der Merwe, A. Doucet, N. De Freitas, and E. Wan, “The unscented particle filter,” *Advances in neural information processing systems*, vol. 13, 2000.
- [42] K. Uribe-Murcia, Y. S. Shmaliy, and J. A. Andrade-Lucio, “Ufir filtering for gps-based tracking over wsns with delayed and missing data,” *Journal of Electrical and Computer Engineering*, vol. 2018, 2018.
- [43] A. Nedić, A. Olshevsky, and M. G. Rabbat, “Network topology and communication-computation tradeoffs in decentralized optimization,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 106, no. 5, pp. 953–976, 2018.
- [44] S. Sun and G. Wang, “Modeling and estimation for networked systems with multiple random transmission delays and packet losses,” *Systems & Control Letters*, vol. 73, pp. 6–16, 2014.
- [45] J. Hu, Z. Wang, D. Chen, and F. E. Alsaadi, “Estimation, filtering and fusion for networked systems with network-induced phenomena: new progress and prospects,” *Information Fusion*, vol. 31, pp. 65–75, 2016.

-
- [46] S. Sun, “Optimal linear filters for discrete-time systems with randomly delayed and lost measurements with/without time stamps,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 58, no. 6, pp. 1551–1556, 2012.
- [47] K. Ma, L. Xu, and H. Fan, “Unscented kalman filtering for target tracking systems with packet dropout compensation,” *IET Control Theory & Applications*, vol. 13, no. 12, pp. 1901–1908, 2019.
- [48] K. Zhao, L.-G. Tan, and S.-M. Song, “Gaussian filter for nonlinear networked systems with synchronously correlated noises and one-step randomly delayed measurements and multiple packet dropouts,” *IEEE Sensors J.*, vol. 19, no. 20, pp. 9271–9281, 2019.
- [49] J. Ma and S. Sun, “A general packet dropout compensation framework for optimal prior filter of networked multi-sensor systems,” *Information Fusion*, vol. 45, pp. 128–137, 2019.
- [50] S. Sun, “Linear minimum variance estimators for systems with bounded random measurement delays and packet dropouts,” *Signal Process.*, vol. 89, no. 7, pp. 1457–1466, 2009.
- [51] R. Caballero-Águila, A. Hermoso-Carazo, and J. Linares-Pérez, “Networked distributed fusion estimation under uncertain outputs with random transmission delays, packet losses and multi-packet processing,” *Signal Process.*, vol. 156, pp. 71–83, 2019.
- [52] J. Ma and S. Sun, “Distributed fusion filter for networked stochastic uncertain systems with transmission delays and packet dropouts,” *Signal Process.*, vol. 130, pp. 268–278, 2017.
- [53] X.-Y. Li and S.-L. Sun, “ h_∞ filtering for networked linear systems with multiple packet dropouts and random delays,” *Digital Signal Process.*, vol. 46, pp. 59–67, 2015.
- [54] Z. Wang, D. W. Ho, and X. Liu, “Robust filtering under randomly varying sensor delay with variance constraints,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, vol. 51, no. 6, pp. 320–326, 2004.
- [55] K. J. Uribe-Murcia, Y. S. Shmaliy, C. K. Ahn, and S. Zhao, “Unbiased fir filtering for time-stamped discretely delayed and missing data,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 65, no. 5, pp. 2155–2162, 2019.
- [56] H. Qu and F. Yang, “Distributed h_∞ -consensus filtering for target state tracking over a wireless filter network with switching topology, channel fading and packet dropouts,” *Neurocomputing*, vol. 400, pp. 401–411, 2020.

-
- [57] Y. Luo, Z. Wang, G. Wei, and F. E. Alsaadi, “Robust h_∞ filtering for a class of two-dimensional uncertain fuzzy systems with randomly occurring mixed delays,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 25, no. 1, pp. 70–83, 2017.
- [58] J. Qiu, G. Feng, and J. Yang, “New results on robust energy-to-peak filtering for discrete-time switched polytopic linear systems with time-varying delay,” *IET Contr. Theory Appl.*, vol. 2, no. 9, pp. 795–806, 2008.
- [59] H. Zhang, Y. Shi, and A. S. Mehr, “Robust energy-to-peak filtering for networked systems with time-varying delays and randomly missing data,” *IET Contr. Theory Appl.*, vol. 4, no. 12, pp. 2921–2936, 2010.
- [60] X. Kan, H. Shu, and Z. Li, “Robust state estimation for discrete-time neural networks with mixed time-delays, linear fractional uncertainties and successive packet dropouts,” *Neurocomputing*, vol. 135, pp. 130–138, 2014.
- [61] L. Xu, K. Ma, W. Li, Y. Liu, and F. E. Alsaadi, “Particle filtering for networked nonlinear systems subject to random one-step sensor delay and missing measurements,” *Neurocomputing*, vol. 275, pp. 2162–2169, <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2017.10.059>, 2018.
- [62] H. Zhang, J. Hu, H. Liu, X. Yu, and F. Liu, “Recursive state estimation for time-varying complex networks subject to missing measurements and stochastic inner coupling under random access protocol,” *Neurocomputing*, vol. 346, pp. 48–57, 2019.
- [63] Q. Li, B. Shen, Z. Wang, and W. Sheng, “Recursive distributed filtering over sensor networks on Gilbert–Elliott channels: A dynamic event-triggered approach,” *Automatica*, vol. 113, pp. 108681, <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2019.108681>, 2020.
- [64] Q. Li, Z. Wang, W. Sheng, F. E. Alsaadi, and F. E. Alsaadi, “Dynamic event-triggered mechanism for H_∞ non-fragile state estimation of complex networks under randomly occurring sensor saturations,” *Inform. Sci.*, vol. 509, pp. 304–316, <https://doi.org/10.1016/j.ins.2019.08.063>, 2020.
- [65] M. Zhang, P. Shi, C. Shen, Z. G. Wu, and F. E. Alsaadi, “Static output feedback control of switched nonlinear systems with actuator faults,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 28, no. 8, pp. 1600–1609, [10.1109/TFUZZ.2019.2917177](https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2019.2917177), 2020.
- [66] M. Zhang, C. Shen, Z. G. Wu, and D. Zhang, “Dissipative filtering for switched fuzzy systems with missing measurements,” *IEEE Trans. Cybernetics*, vol. 50, no. 5, pp. 1931–1940, [10.1109/TCYB.2019.2908430](https://doi.org/10.1109/TCYB.2019.2908430), 2020.
- [67] D. Chen, L. Xu, and J. Du, “Optimal filtering for systems with finite-step autocorrelated process noises, random one-step sensor delay and missing

- measurements,” *Commun. Nonlinear Sci. Numerical Simulation*, vol. 32, pp. 211–224, 2016.
- [68] K. Uribe-Murcia and Y. S. Shmaliy, “A comparison of the kalman filter and the unbiased fir filter for network systems with multiples output delays and lost data,” in *Congreso Nacional del Control Automatico, Monterrey(CSCC) , Mexico*, 2022.
- [69] K. Uribe-Murcia, Y. S. Shmaliy, and J. A. Andrade-Lucio, “Unbiased fir, kalman, and game theory h_∞ filtering under bernoulli distributed random delays and packet dropouts,” *Neurocomputing*, vol. 442, pp. 89–97, 2021.
- [70] S. Sun and J. Ma, “Linear estimation for networked control systems with random transmission delays and packet dropouts,” *Information Sci.*, vol. 269, pp. 349–365, 2014.
- [71] A. Nikfetrat and R. M. Esfanjani, “Adaptive Kalman filtering for systems subject to randomly delayed and lost measurements,” *Circ. Syst. Signal Process.*, vol. 37, no. 6, pp. 2433–2449, 2018.
- [72] L. Liu, A. Yang, W. Zhou, W. Naeem, G. Wang, H. Wang, *et al.*, “Modelling and estimation for uncertain systems with transmission delays, packet dropouts, and out-of-order packets,” *Complexity*, vol. 2018, 2018.
- [73] H. Rezaei, R. M. Esfanjani, and M. H. Sedaaghi, “Improved robust finite-horizon Kalman filtering for uncertain networked time-varying systems,” *Information Sci.*, vol. 293, pp. 263–274, 2015.
- [74] H. Qian, Z. Qiu, and Y. Wu, “Robust extended Kalman filtering for nonlinear stochastic systems with random sensor delays, packet dropouts and correlated noises,” *Aerospace Sci. Tech.*, vol. 66, pp. 249–261, 2017.
- [75] J. Zhang, S. Gao, G. Li, J. Xia, X. Qi, and B. Gao, “Distributed recursive filtering for multi-sensor networked systems with multi-step sensor delays, missing measurements and correlated noise,” *Signal Processing*, vol. 181, p. 107868, 2021.
- [76] W. Liu, G. Tao, and C. Shen, “Robust measurement fusion steady-state estimator design for multisensor networked systems with random two-step transmission delays and missing measurements,” *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 181, pp. 242–283, 2021.
- [77] S. Sun, H. Lin, J. Ma, and X. Li, “Multi-sensor distributed fusion estimation with applications in networked systems: A review paper,” *Information Fusion*, vol. 38, pp. 122–134, 2017.
- [78] C. Pan, J. Gao, Z. Li, N. Qian, and F. Li, “Multiple fading factors-based strong tracking variational Bayesian adaptive Kalman filter,” *Measurement*, vol. 176, p. 109139, 2021.

-
- [79] Y. S. Shmaliy, F. Lehmann, S. Zhao, and C. K. Ahn, “Comparing robustness of the Kalman, H_∞ , and UFIR filters,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 66, no. 13, pp. 3447–3458, 2018.
- [80] K. Uribe-Murcia and Y. S. Shmaliy, “Ufir state estimator for network systems with two-step delayed and lost data,” *WSEAS Transactions on Signal Processing*, vol. 17, pp. 81–86, 2021.
- [81] K. Uribe-Murcia, O. G. Ibarra-Manzano, J. A. Andrade-Lucio, and Y. S. Shmaliy, “Moving vehicle tracking under measurement uncertainties, multi-step random delays, and packet dropouts,” *IEEE Access*, 2023.
- [82] K. Uribe-Murcia and Y. S. Shmaliy, “Robust ufir observer for wsns with multi-step random delays and multiple packet dropouts,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023.
- [83] J. Ma and S. Sun, “Optimal linear filter for systems with random delay and packet dropout compensations,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 145268–145277, 2020.
- [84] K. Uribe-Murcia, Y. S. Shmaliy, and J. A. Andrade-Lucio, “Unbiased fir, kalman, and game theory h_∞ filtering under bernoulli distributed random delays and packet dropouts,” *Neurocomputing*, vol. 442, pp. 89–97, 2021.
- [85] Y. S. Shmaliy, Z. S., and A. C. K., “Kalman and UFIR state estimation with colored measurement noise using backward Euler method,” *IET Signal Process.*, vol. 14, no. 2, pp. 64–71, 2020.
- [86] T. Kailath, A. H. Sayed, and B. Hassibi, *Linear Estimation*. Prentice Hall, 2000.
- [87] Y. S. Shmaliy, “An unbiased FIR filter for TIE model of a local clock in applications to GPS-based timekeeping,” *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, vol. 53, no. 5, pp. 862–870, 2006.
- [88] Y. S. Shmaliy, S. Zhao, and C. K. Ahn, “Unbiased FIR filtering: an iterative alternative to Kalman filtering ignoring noise and initial conditions,” *IEEE Contr. Syst. Mag.*, vol. 37, pp. 70–89, 2017.
- [89] S.-L. Sun and Z.-L. Deng, “Multi-sensor information fusion kalman filter weighted by scalars for systems with colored measurement noises,” 2005.
- [90] L. Zhang and X.-D. Zhang, “An optimal filtering algorithm for systems with multiplicative/additive noises,” *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 14, no. 7, pp. 469–472, 2007.
- [91] H. Geng, Z. Wang, Y. Liang, Y. Cheng, and F. E. Alsaadi, “Tobit kalman filter with time-correlated multiplicative sensor noises under redundant channel transmission,” *IEEE Sensors Journal*, vol. 17, no. 24, pp. 8367–8377, 2017.

- [92] H. Jin and S. Sun, “Distributed filtering for sensor networks with fading measurements and compensations for transmission delays and losses,” *Signal Processing*, vol. 190, p. 108306, 2022.
- [93] N. Jiang and N. Zhang, “Expectation maximization-based target localization from range measurements in multiplicative noise environments,” *IEEE Communications Letters*, vol. 25, no. 5, pp. 1524–1528, 2021.
- [94] O. L. Costa and G. R. Benites, “Linear minimum mean square filter for discrete-time linear systems with markov jumps and multiplicative noises,” *Automatica*, vol. 47, no. 3, pp. 466–476, 2011.
- [95] E. Gershon, U. Shaked, and I. Yaesh, “ h_∞ control and filtering of discrete-time stochastic systems with multiplicative noise,” *Automatica*, vol. 37, no. 3, pp. 409–417, 2001.
- [96] K. U. Murcia and Y. S. Shmaliy, “Ufir filtering for uncertain wsn with multiplicative noise and randomly delayed data,” in *International Conference on Computing, Control and Industrial Engineering*, pp. 653–664, Springer, 2021.
- [97] “Databases and mobile computing laboratory in university of illinois at chicago,” 2006.
- [98] Y. Zheng, Y. Chen, X. Xie, and W.-Y. Ma, “GeoLife2.0: A Location-Based Social Networking Service,” in *2009 Tenth International Conference on Mobile Data Management: Systems, Services and Middleware*, pp. 357–358, 2009.

Trabajos Publicados

Artículos de congreso

- [1] K. Uribe-Murcia and Y. S. Shmaliy. “UFIR Filtering for Uncertain WSN with Multiplicative Noise and Randomly Delayed Data”. In: *2021 18th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE)*. 2021.
- [2] K. Uribe-Murcia and Y. S. Shmaliy. “UFIR Filter for Networked Systems with Multiplicative Process noises, Uncertain Stochastic Parameters and One-step Random Delays Observations”. In: *Congreso Nacional del Control Automatico, Monterrey(CSCC) , Mexico*. 2021.
- [3] K. Uribe-Murcia and Y. S. Shmaliy. “Unbiased FIR Filtering of Uncertain Systems with Randomly Binary-Delayed and Missing Data”. In: *2020 24th International Conference on Circuits, Systems, Communications and Computers (CSCC)*. 2020, pp. 153–158.
- [4] K. Uribe-Murcia, J. A. Andrade-Lucio, Y. S. Shmaliy, and Y. Xu. “Unbiased FIR Filtering under Bernoulli-Distributed Binary Randomly Delayed and Missing Data”. In: *2020 28th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*. 2020, pp. 2408–2412.
- [5] K. Uribe-Murcia, Y. S. Shmaliy, and A. Andrade-Lucio. “GPS-based Tracking over WSNs with Delayed and Missing Data using UFIR Filtering”. In: *MATEC Web of Conferences*. Vol. 210. EDP Sciences. 2019, p. 05002.
- [6] C. Lastre-Domínguez, Y. S. Shmaliy, O. Ibarra-Manzano, S. Márquez-Figueroa, and K. Uribe-Murcia. “ECG Signals Denoising and Features Extraction by Applying UFIR Smoothing with Optimal q-Lag in the State Space”. In: *2019 16th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE)*. 2019, pp. 1–6.

Artículos de revista

- [7] K. J. Uribe-Murcia and Y. S. Shmaliy. “Robust UFIR Observer for WSNs With Multi-Step Random Delays and Multiple Packet Dropouts”. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* (2023), pp. 1–6.

- [8] K. Uribe-Murcia, O. G. Ibarra-Manzano, J. A. Andrade-Lucio, and Y. S. Shmaliy. “Moving Vehicle Tracking Under Measurement Uncertainties, Multi-Step Random Delays, and Packet Dropouts”. In: *IEEE Access* 11 (2023), pp. 52381–52391.
- [9] E. G. Pale-Ramon, Y. S. Shmaliy, L. J. Morales-Mendoza, M. Gonzalez-Lee, J. A. Ortega-Contreras, and K. Uribe-Murcia. “Estimation of states with data under Colored Measurement Noise (CMN)”. In: *WSEAS Transactions on Systems and Control* 17 (2022), pp. 359–367.
- [10] E. G. Pale-Ramon, J. A. Ortega-Contreras, K. J. Uribe-Murcia, and Y. S. Shmaliy. “Effect of Sampling Time Jitter on Robust H2 Filtering Estimates”. In: *Signal Processing* (2022), p. 108597.
- [11] J. A. Ortega-Contreras, Y. S. Shmaliy, J. A. Andrade-Lucio, M. Vazquez-Olguin, E. PALE-RAMON, and K. Uribe-Murcia. “Tracking a mobile robot in a UWB-sensor grid”. In: *WSEAS Transactions on Systems* 21 (2022), pp. 134–139.
- [12] K. Uribe-Murcia, Y. S. Shmaliy, and J. A. Andrade-Lucio. “Unbiased FIR, Kalman, and game theory H_∞ filtering under bernoulli distributed random delays and packet dropouts”. In: *Neurocomputing* 442 (2021), pp. 89–97.
- [13] K. Uribe-Murcia and Y. S. Shmaliy. “UFIR State Estimator for Network Systems with Two-Step Delayed and Lost Data”. In: *WSEAS Transactions on Signal Processing* 17 (2021), pp. 81–86.
- [14] K. J. Uribe-Murcia, Y. S. Shmaliy, C. K. Ahn, and S. Zhao. “Unbiased FIR Filtering for Time-Stamped Discretely Delayed and Missing Data”. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 65.5 (2020), pp. 2155–2162.
- [15] K. Uribe-Murcia and Y. S. Shmaliy. “UFIR Filtering under Uncertain One-Step Delayed and Missing Data”. In: *WSEAS Transactions on Signal Processing* (2020), pp. 191–196.
- [16] K. Uribe-Murcia, Y. S. Shmaliy, and J. A. Andrade-Lucio. “UFIR filtering for GPS-based tracking over WSNs with delayed and missing data”. In: *Journal of Electrical and Computer Engineering* 2019 (2019).
- [17] K. Uribe-Murcia, Y. Shmaliy, and S. Zhao. “Error analysis in unbiased FIR filtering with time-stamped discretely delayed and missing data”. In: *WSEAS Trans. Electronics* 10 (2019), pp. 81–86.